

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА РЕКУПЕРАЦИИ ЭНЕРГИИ В ГИДРАВЛИЧЕСКОМ МАНИПУЛЯТОРЕ ЛЕСОВОЗНОГО АВТОМОБИЛЯ

*Посметьев В.И., Никонов В.О., Посметьев В.В.*

*Воронежский государственный лесотехнический университет  
имени Г.Ф. Морозова, г. Воронеж*

**Ключевые слова:** математическая модель, стрела, рукоять, опорно-поворотное устройство, рекуперация энергии, гидроманипулятор, лесовозный автопоезд, рабочая жидкость.

**Аннотация.** Представлены математическая модель работы механической подсистемы гидравлического манипулятора с рекуперативным гидроприводом, описывающая движение гидравлического манипулятора с пачкой сортиментов в пространстве, а также математическая модель функционирования рекуперативной гидравлической подсистемы манипулятора, описывающая физические процессы, протекающие в ней, изменение значений давлений в поршневых и штоковых полостях гидравлических цилиндров механизма поворота колонны, стрелы, и изменение значений давлений и положения поршня в пневмогидравлическом аккумуляторе.

## MATHEMATICAL MODELS OF THE WORKING PROCESS OF ENERGY RECOVERY IN A HYDRAULIC MANIPULATOR OF A FORESTRY CAR

*Posmetev V.I., Nikonov V.O., Posmetev V.V.*

*Voronezh State Forestry University named after G.F. Morozova, Voronezh*

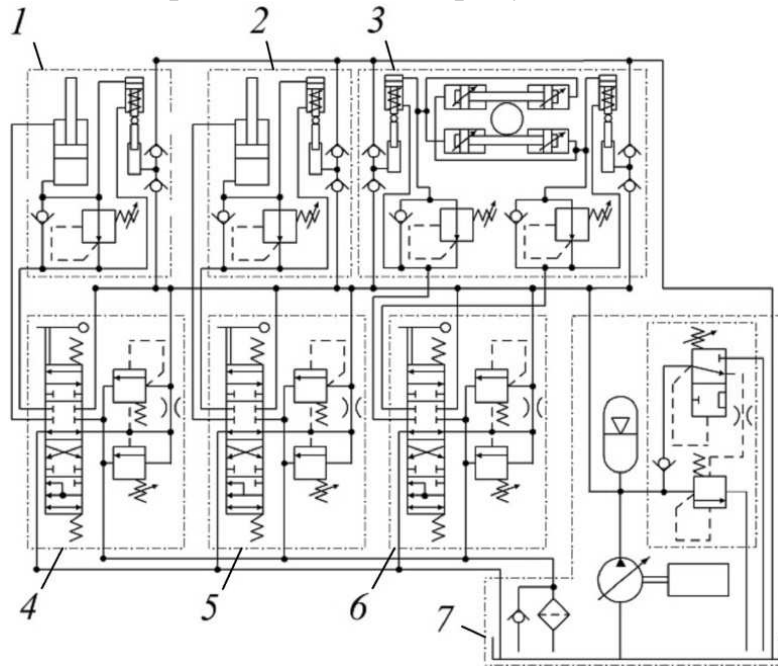
**Keywords:** mathematical model, boom, stick, slewing ring, energy recovery, hydraulic manipulator, timber truck, working fluid.

**Abstract.** A mathematical model of the mechanical subsystem of a hydraulic manipulator with a regenerative hydraulic drive is presented, which describes the movement of a hydraulic manipulator with a bundle of assortments in space, as well as a mathematical model of the functioning of the regenerative hydraulic subsystem of the manipulator, which describes the physical processes that occur in it, and changes in pressure values in the piston and rod cavities of hydraulic cylinders the rotation mechanism of the column, boom, and the change in pressure and position piston in the pneumatic accumulator.

Оснащение современных специализированных автомобилей механизмами рекуперации разного рода энергии, позволяющими накапливать и повторно использовать в своей работе, а также при выполнении разнообразных технологических операций бесполезно рассеиваемую в окружающую среду энергию, является одним из перспективных способов повышения их эффективности и надежности [1].

Работа гидравлического манипулятора лесовозного автомобиля сопровождается возникновением тепловых потерь, рассеиваемых в окружающую среду, которые появляются при нагреве рабочей жидкости в гидравлических цилиндрах механизма поворота колонны и гидравлических цилиндрах стрелы и рукояти при погрузке и разгрузке сортиментов. Для сокращения этих потерь авторами, на основе анализа известных технических решений и опубликованных

научных работ в этой области, разработана схема рекуперативного гидропривода лесовозного автомобиля, представленная на рисунке 1 [2-3].



1 – рекуперативный механизм стрелы, 2 – рекуперативный механизм рукояти;  
 3 – рекуперативный механизм опорно-поворотного устройства, 4-6 – стандартные гидрораспределители; 7 – насосно-аккумуляторный узел

Рис. 1. Схема рекуперативного гидропривода манипулятора лесовозного автомобиля

Математическое моделирование позволяет существенно ускорить и удешевить стадию отработки и последующей оптимизации основных конструктивных параметров гидравлического манипулятора лесовозного автомобиля, оснащенного рекуперативным гидроприводом. Математическое моделирование выполнялось на основе использования расчетных методов классической механики и гидравлики [4-12].

В рамках математической модели механической подсистемы гидравлического манипулятора с рекуперативным гидроприводом, описываются основные происходящие в его механической подсистеме физические процессы. Описание структурной схемы манипулятора лесовозного автомобиля с рекуперативным гидравлическим приводом в разрабатываемой математической модели выполнено с помощью системы, как алгебраических, так и дифференциальных уравнений, причем их расчет выполняется методом численного интегрирования.

Несмотря на то, что стрела, как механизм, состоит из двух звеньев, в математической модели принято допущение, что она является однозвенной и представляет собой единое твердое тело (рис. 2). При этом в математической модели считается, что подъем с пачкой сортиментов осуществляется только с помощью гидравлического цилиндра, расположенного между колонной и длинным звеном стрелы, а гидравлический цилиндр между длинным и коротким звеньями стрелы удерживает их в заданном угловом положении относительно друг друга.

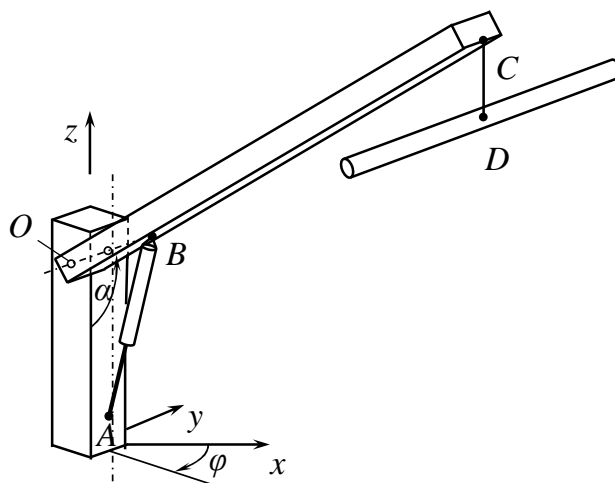


Рис. 2. Схема гидравлического манипулятора, используемая для описания механической подсистемы в математической модели

В математической модели механической подсистемы гидравлического манипулятора с помощью уравнений классической динамики описываются: движение стрелы относительно колонны, вращение колонны (абсолютно твердого тела) относительно вертикальной оси  $Z$ , раскачивание сортимента  $D$  относительно точки крепления грейфера на стреле гидравлического манипулятора  $C$ . Положение колонны в пространстве задается углом  $\varphi$ , измеряемым от оси.

В математической модели описываются следующие механические процессы, выполняемые манипулятором: поворот колонны манипулятора относительно своей оси, перемещение стрелы и рукояти манипулятора относительно оси колонны манипулятора, раскачивание сортимента  $D$  относительно точки крепления грейфера на стреле гидравлического манипулятора  $C$ . Эти процессы в математической модели описывались с помощью уравнений классической динамики. Представление колонны гидравлического манипулятора в математической модели выполнено в виде вращающегося относительно оси  $Z$  абсолютно твердого тела. Угол  $\varphi$  в математической модели определяет положение этой колонны относительно оси  $X$ . Используя основное уравнение динамики вращательного движения поворот колонны гидравлического манипулятора опишется следующей формулой:

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \sum_i M_i, \quad (1)$$

где  $J$  – момент инерции колонны гидравлического манипулятора относительно оси  $O$ ;  $M_i$  – препятствующие и способствующие повороту различные типы моментов сил.

Более подробно описание уравнения вращательного движения колонны гидравлического манипулятора примет следующий вид:

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_{ГЦ} - M_G - M_{TP} - k_{TK} \frac{d\varphi}{dt} + M_Y + M_B, \quad (2)$$

где  $M_{ГЦ}$  – момент, передаваемый гидравлическим цилиндром стрелы поворотной колонне гидравлического манипулятора;  $M_G$  – момент, передаваемый при

перемещении сортирента;  $M_{TP}$  – момент от сил трения, в подшипниках колонны при ее повороте;  $k_{TK}$  – коэффициент приведения вязкого трения;  $M_V$  – момент сил, возникающий при наличии уклона опорной поверхности;  $M_B$  – момент сил, создаваемый ветровой нагрузкой на гидравлический манипулятор с пачкой сортирентов и зависящий от расположения стрелы и рукояти относительно направления ветра.

В математической модели не производится отдельный динамический расчет для поршне-штоковой группы гидравлических цилиндров механизма поворота колонны, но ее инерционные характеристики принимаются как небольшие дополнения к моменту инерции стрелы гидравлического манипулятора и моменту трения вращения.

Расчет момента инерции колонны гидравлического манипулятора осуществляется с учетом введения следующих допущений. Колонну рассматриваем как тело, включающее два правильной геометрической формы составных элемента, стрелу манипулятора с рекуперативным гидроприводом, представленную однородным стержнем с массой  $m_C$  и длиной  $L_G$ ; колонну манипулятора, представленную сплошным однородным цилиндром массой  $m_{OK}$  и радиусом  $R_{OK}$ . Принимая во внимание данные допущения, расчет момента инерции колонны манипулятора с рекуперативным гидроприводом определится по следующей формуле:

$$J = \frac{1}{3} m_C L_G^2 + \frac{1}{2} m_{OK} R_{OK}^2. \quad (3)$$

Крутящий момент, создаваемый гидравлическими цилиндрами механизма поворота колонны гидравлического манипулятора, определяется по следующей формуле:

$$M_{ГЦ} = F_{ГЦ} \cdot R_K. \quad (4)$$

Сила  $F_{ГЦ}$ , создаваемая гидроцилиндрами опорно-поворотного устройства гидравлического манипулятора находится по формуле:

$$F_{ГЦ} = (P_L - P_P) \frac{\pi D_G^2}{4}, \quad (5)$$

где  $R_K$  – радиус шестерни поворота колонны манипулятора с рекуперативным гидроприводом;  $D_G$  – внутренний диаметр гидравлических цилиндров опорно-поворотного устройства манипулятора;  $P_L$  и  $P_P$  – значения давлений рабочей жидкости в гидравлических цилиндрах опорно-поворотного устройства манипулятора (соответственно в левом и правом).

Принцип работы рекуперативного гидропривода заключается в аккумулировании энергии рабочей жидкости, выделяющейся при торможении поворота колонны гидравлического манипулятора или торможении вращения стрелы. При резком торможении вращающейся колонны манипулятора, вторая производная  $d^2\varphi/dt^2$  принимает высокое отрицательное значение, а стрела и рукоять манипулятора с рекуперативным гидроприводом приобретают высокое приведенное значение момента инерции  $J$ . Это приводит к возникновению значительного момента торможения  $M_{ГЦ}$  при повороте колонны гидравлического манипулятора согласно выражения:

$$M_{ГЦ} = J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + M_G + M_{TP} + k_{TK} \frac{d\varphi}{dt} - M_Y - M_B. \quad (6)$$

Высокое значение создаваемого колонной манипулятора тормозного момента  $M_{ГЦ}$  является причиной значительного увеличения давления рабочей жидкости в одном из цилиндров опорно-поворотного устройства, определяемого как:

$$(P_{Л} - P_{П}) = \frac{4}{\pi D_{Г}^2 R_K} \left( J \frac{d^2\varphi}{dt^2} + M_G + M_{TP} + k_{TK} \frac{d\varphi}{dt} - M_Y - M_B \right). \quad (7)$$

Увеличение давления рабочей жидкости в цилиндре опорно-поворотного устройства, тормозящего поворот колонны сопровождается негативными последствиями, проявляющимися в гидравлическом приводе, в частности разрывами соединительных шлангов, потерями рабочей жидкости. В манипуляторе, оснащённом рекуперативным гидроприводом наблюдается снижение резких колебаний значений давлений рабочей жидкости, достигаемое за счет вытеснения рабочей жидкости из цилиндра опорно-поворотного устройства тормозящего поворот колонны в пневмогидроаккумулятор.

Момент, создаваемый пачкой сортиментов, определяется как:

$$M_G = L_G (-F_{GX} \cdot \sin \varphi + F_{GY} \cdot \cos \varphi), \quad (8)$$

где  $F_{GX}$  и  $F_{GY}$  – декартовы составляющие силы, действующей со стороны пачки сортиментов на стрелу гидравлического манипулятора;  $L_G$  – расстояние между точкой крепления на стреле гидравлического манипулятора грейфера и осью вращения его колонны (рис. 2).

На основании этого, уравнение вращательного движения колонны гидравлического манипулятора примет следующий вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{1}{\frac{1}{3} m_C L_G^2 + \frac{1}{2} m_{OK} R_{OK}^2} \left( R_K (P_{Л} - P_{П}) \frac{\pi D_{Г}^2}{4} - L_G (-F_{GX} \cdot \sin \varphi + F_{GY} \cdot \cos \varphi) - M_{TP} - k_{TK} \frac{d\varphi}{dt} + M_Y + M_B \right). \quad (9)$$

Аналогичным образом описывается вращение стрелы  $OC$  в вертикальной плоскости относительно шарнира  $O$ . Основным отличием является расчет момента относительно гидравлического цилиндра и отсутствие момента от уклона опорной поверхности.

В математической модели сортимент массой  $m_M$ , поднимаемый и перемещаемый гидравлическим манипулятором описывается либо материальной точкой, при малых значениях размеров, либо в виде стержня, длиной  $L_B$ . В математической модели связь сортимента со стрелой гидравлического манипулятора выполнена в форме вязкоупругого невесомого стержня, выполняющего функции грейферного захвата. Вязкоупругий невесомый стержень располагается между точками  $M$  центра тяжести сортимента и  $G$  установки грейферного захвата. С учетом закона динамики поступательного движения векторное уравнение движения центра тяжести сортимента примет следующий вид:

$$\frac{d^2 \vec{r}_M}{dt^2} = \frac{1}{m_M} \left( \left( -c_M (GM - L_M) - d_M \frac{d(GM - L_M)}{dt} \right) \frac{\vec{GM}}{GM} + m_M \vec{g} \right), \quad (10)$$

где  $\vec{r}_M$  – радиус-вектор точки  $M$ ;  $c_M$  и  $d_M$  – коэффициенты жесткости и вязкости;  $\vec{GM}$  – вектор, определяемый от точки  $G$  до точки  $M$ ;  $GM$  – длина между точками  $G$  и  $M$ ;  $\vec{g}$  – вектор ускорения свободного падения.

Сила, действующая со стороны сортифта на стрелу гидравлического манипулятора определяется выражением:

$$\vec{F}_G = \left( c_M (GM - L_M) + d_M \frac{d(GM - L_M)}{dt} \right) \frac{\vec{GM}}{GM} - m_M \vec{g}. \quad (11)$$

В процессе математического моделирования сортифт представляется стержнем с центром тяжести в точке  $M$ , и массой равномерно распределенной по всей длине  $L_B$  стержня. При этом следует учитывать возможность вращения сортифта относительно центра тяжести в вертикальной и горизонтальной плоскостях. Следовательно, для описания движения сортифта необходимо использовать следующие два уравнения:

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} = \frac{12}{m_M L_B^2} \left( M_B^\psi(t) - d_B^\psi \frac{d\psi}{dt} \right); \quad (12)$$

$$\frac{d^2 \chi}{dt^2} = \frac{12}{m_M L_B^2} \left( M_B^\chi(t) - d_B^\chi \frac{d\chi}{dt} \right), \quad (13)$$

где  $\psi$  и  $\chi$  – угловые отклонения сортифта в горизонтальной и вертикальной плоскостях;  $M_B^\psi(t)$  и  $M_B^\chi(t)$  – моменты внешних сил, действующих на сортифт;  $d_B^\psi$  и  $d_B^\chi$  – коэффициент вязкого трения.

Математическая модель рекуперативного гидравлического привода манипулятора характеризует физические процессы, протекающие в полостях гидравлических цилиндров стрелы, опорно-поворотного устройства и пневмогидроаккумулятора. Так, на схеме, приведенной на рисунке 3, индексами «П» и «Л» обозначены полости правого и левого гидроцилиндров опорно-поворотного устройства манипулятора, «В» – полость гидроцилиндра стрелы, «Ж» и «Г» – соответственно жидкостная и газовая полости пневмогидроаккумулятора, «А» и «ГН» – соответственно соединения со сливной и гидравлической магистралями. Схема рекуперативного гидропривода манипулятора, приведенная на рисунке 3 представляет процесс, происходящий при одновременном опускании стрелы с пачкой сортифтов и поворота колонны, сопровождаемый появлением избыточного давления рабочей жидкости в полости гидравлического цилиндра подъема стрелы «В» и левого гидроцилиндра опорно-поворотного устройства «Л», перекачиваемой и накапливаемой в полости пневмогидроаккумулятора «Ж».

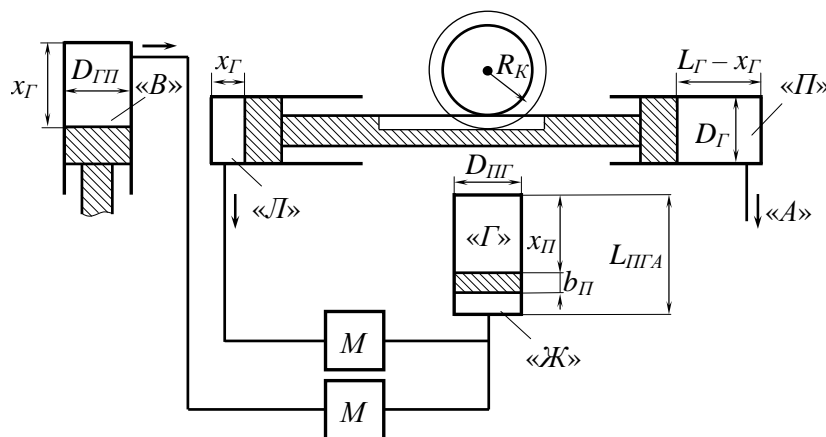


Рис. 3. Схема рекуперативной гидравлической подсистемы манипулятора

При изменении положения поршней пневмогидравлического аккумулятора, гидравлических цилиндров стрелы и поворотных механизмов колонны происходит уменьшение или увеличение объемов  $V_m$  их полостей ( $m$  – индекс соответствующей полости). В результате в этих полостях происходит изменение давлений  $P_m$ . Эти преобразования имеют связь со следующей формулой:

$$\frac{dP_m}{dV_m} = -\frac{E}{V_m}, \quad (14)$$

где  $E$  – объемный модуль упругости рабочей жидкости.

Расход рабочей жидкости  $Q_{ij}$ , с учетом того, что она перетекает в полостях гидроцилиндров и пневмогидроаккумулятора при различном давлении, определится по формуле:

$$Q_{ij} = k_{ij} \text{sign}(P_i - P_j) \sqrt{|P_i - P_j|}, \quad (15)$$

где  $i$  и  $j$  – индексы полостей;  $k_{ij}$  – эффективный коэффициент дросселирования;  $\text{sign}(x)$  – функция, возвращающая знак переменной  $x$ .

Увеличение за счет повышения давления рабочей жидкости гидравлических магистралей учитывается в математической модели косвенно, снижением коэффициента  $E$ . Описание в математической модели пневмогидроаккумулятора осуществляется тремя уравнениями, характеризующими соответственно движение поршня пневмогидроаккумулятора, расходы на входе рабочей жидкости и протекающего политропного процесса в газовой полости:

$$\dot{v}_{П} = \frac{1}{m_{П}} \left[ S_{ПГА} (P_{Ж} - P_{Г}) - h v_{П} - (R_{mp}^0 + k_i P_{Ж}) \text{sign } v_{П} - c (x_{П} + x_{П0}) \right]; \quad (16)$$

$$\dot{x}_{П} = v_{П}; \quad 0 \leq x_{П} < L_{ПГА} - b_{П} = V_{ПГА} / S_{ПГА}; \quad (17)$$

$$\dot{P}_{Ж} = (Q_{Ж} - S_{ПГА} v_{П}) / k_{упр.Ж}; \quad P_{Г} = P_{Г0} [x_{П} / (L_{ПГА} - b_{П})]^n - P_{ам}, \quad (18)$$

где  $v_{П}$  – скорость движения поршня в пневмогидроаккумуляторе;  $m_{П}$  – масса подвижной части;  $S_{ПГА} = \pi D_{ПГА}^2 / 4$  – площадь сечения поршня;  $D_{ПГА}$  – внутренний диаметр пневмогидроаккумулятора;  $P_{Ж}$  – давление рабочей жидкости в пневмогидроаккумуляторе;  $P_{Г}$  – давление газа в пневмогидроаккумуляторе;  $h$  – коэффициент вязкого трения;  $R_{mp}^0$  – сила сухого трения при отсутствии давления;

$k_i = (\pi/20)D_{ПГА}H$  – коэффициент пропорциональности между силой трения и давлением в рабочей полости;  $H$  – высота манжетного уплотнения;  $c$  – жесткость пружины;  $x_{П}$  и  $x_{П0}$  – координата поршня пневмогидроаккумулятора и значение предварительного сжатия;  $L_{ПГА}$  – длина рабочей полости;  $b_{П}$  – толщина поршня;  $V_{ПГА}$  – объем пневмогидроаккумулятора;  $Q_{Ж}$  – расход рабочей жидкости;  $k_{упр.Ж} = (\Delta V_{ПГА} + x_{П}S_{ПГА})/E_{нр}$  – коэффициент упругости полости с рабочей жидкостью;  $E_{нр} = E_{Ж}/[1 + (D_{ПГА}/\delta)(E_{Ж}/E_{см})]$  – приведенный объемный модуль упругости полости с рабочей жидкостью;  $\Delta V_{ПГА}$  – неиспользуемый объем рабочей камеры;  $\delta$  – толщина стенки цилиндра;  $P_{Г0}$  – абсолютное давление газа при полной зарядке пневмогидравлического аккумулятора;  $n$  – показатель политропы;  $P_{ат}$  – атмосферное давление.

В результате, общая система уравнений, характеризующая работу рекуперативной гидравлической подсистемы манипулятора формируется следующим образом. Основная сложность применения разработанной математической модели при вычислении сопряжена с интегрированием дифференциальных уравнений. Расчет выполняется итерационным образом, с использованием вычислительных функций современных компьютеров. На каждом шаге интегрирования производится расчет элементарных изменений в системе: элементарное перемещение пачки сортиментов, элементарный подъем стрелы гидравлического манипулятора, элементарное перемещение поршня пневмогидравлического аккумулятора, элементарный поворот колонны гидравлического аккумулятора. Ниже описана последовательность выполнения расчета параметров системы итерационным способом.

Вначале определяют по текущему значению угла  $\varphi$  поворота колонны гидравлического манипулятора положение поршня  $x_{Г}$  в левом гидравлическом цилиндре механизма поворота колонны:

$$x_{Г} = x_{Г0} + \varphi \cdot R_{К}, \tag{19}$$

где  $x_{Г0}$  – положение поршня при  $\varphi = 0$ .

После нахождения положения поршня  $x_{Г}$  и зная положение поршня  $x_{П}$  пневмогидравлического аккумулятора определяют объемы полостей гидравлического цилиндра ( $V_{Л}$ ,  $V_{П}$ ) и полости с рабочей жидкостью пневмогидравлического аккумулятора ( $V_{Ж}$ ):

$$V_{Л} = x_{Г} \frac{\pi D_{Г}^2}{4}; \tag{20}$$

$$V_{П} = (L_{Г} - x_{Г}) \frac{\pi D_{Г}^2}{4}; \tag{21}$$

$$V_{Ж} = (L_{ПГА} - x_{П} - b_{П}) \frac{\pi D_{ПГА}^2}{4}, \tag{22}$$

где  $L_{Г}$  – длина рабочей полости гидравлического цилиндра.

Перемещение поршней в пневмогидравлическом аккумуляторе и гидравлических цилиндрах стрелы и механизма поворота колонны приводит к изменению объемов полостей и давлений в них. Полученные давления  $P_{Л}$ ,  $P_{П}$ ,  $P_{Ж}$  на  $k$ -м шаге интегрирования определяют на основе формулы 18, преобразованной в конечных разностях в следующий вид:



$$P_m^k = P_m^{k-1} - E \frac{V_m^k - V_m^{k-1}}{V_m^k}, \quad (23)$$

где  $m$  – полость, в которой производится расчет давления (полости «Л», «П», «Ж»).

Далее выполняется учет протекания рабочей жидкости под воздействием разности давлений в рассматриваемых полостях. С учетом схемы гидравлической подсистемы манипулятора с рекуперативным гидроприводом (рис. 3) имеют место такие варианты движения рабочей жидкости как:

– перетекание рабочей жидкости из полости «Л» гидравлического цилиндра механизма поворота колонны в полость «Ж» пневмогидравлического аккумулятора при торможении поворота по часовой стрелке:

$$\text{если } P_L > P_J, \text{ то } \begin{cases} V_L = V_L - k_{LJ} \sqrt{P_L - P_J} \Delta t; \\ V_J = V_J + k_{LJ} \sqrt{P_L - P_J} \Delta t; \end{cases} \quad (24)$$

– перетекание рабочей жидкости из полости «П» гидравлического цилиндра механизма поворота колонны в полость «Ж» пневмогидравлического аккумулятора при торможении поворота против часовой стрелки:

$$\text{если } P_P > P_J, \text{ то } \begin{cases} V_P = V_P - k_{PJ} \sqrt{P_P - P_J} \Delta t; \\ V_J = V_J + k_{PJ} \sqrt{P_P - P_J} \Delta t. \end{cases} \quad (25)$$

При повороте колонны гидравлического манипулятора против часовой стрелки заранее проводят расчет предполагаемых расходов рабочей жидкости:

– поступление рабочей жидкости из гидравлической магистрали высокого давления «ГН» в полость «Л» гидравлического цилиндра механизма поворота колонны:

$$\text{если } P_{ГН} > P_L, \text{ то } Q_{ГНЛ} = k_{ГНЛ} \sqrt{P_{ГН} - P_L}. \quad (26)$$

В случае превышения расхода  $Q_{ГНЛ}$  над номинальным  $Q_{ном}$  расходом гидравлического насоса, производится коррекция расхода:

$$Q_{ГНЛ} = Q_{ном}, \quad (27)$$

и после корректировки вычисляется новый объем жидкости в полости «Л»:

$$\text{если } P_{ГН} > P_L, \text{ то } V_L = V_L + Q_{ГНЛ} \cdot \Delta t. \quad (28)$$

Аналогичным образом в режиме «поворот колонны по часовой стрелке» рассчитывается поступление из гидравлической магистрали «ГН» рабочей жидкости в полость «П»:

$$\text{если } P_{ГН} > P_P, \text{ то } V_P = V_P + \begin{cases} k_{ГНП} \sqrt{P_{ГН} - P_P} \cdot \Delta t, & \text{если } k_{ГНП} \sqrt{P_{ГН} - P_P} < Q_{ном}; \\ Q_{ном} \cdot \Delta t, & \text{если } k_{ГНП} \sqrt{P_{ГН} - P_P} \geq Q_{ном}. \end{cases} \quad (29)$$

В основных режимах поворота колонны гидравлического манипулятора при подаче в одну из полостей «Л» или «П» рабочей жидкости из напорной гидравлической магистрали, вторая полость (соответственно «П» или «Л») подключается к гидравлической магистрали низкого давления «А». Слив рабочей жидкости моделируется следующими уравнениями:

– слив из полости «П» в гидравлическую магистраль низкого давления «А» в режиме «поворот против часовой стрелки»:

$$\text{если } P_{\Pi} > P_A, \text{ то } V_{\Pi} = V_{\Pi} - k_{\Pi A} \sqrt{P_{\Pi} - P_A} \Delta t; \quad (30)$$

– слив из полости «Л» гидравлического цилиндра механизма поворота колонны в гидравлическую магистраль «А» низкого давления в режиме «поворот колонны гидравлического манипулятора по часовой стрелке»:

$$\text{если } P_{\Pi} > P_A, \text{ то } V_{\Pi} = V_{\Pi} - k_{\Pi A} \sqrt{P_{\Pi} - P_A} \Delta t. \quad (31)$$

Полученные текущие значения объемов рабочей жидкости  $V_{\Pi}$ ,  $V_{\Pi}$ ,  $V_{\text{Ж}}$  в этих полостях используются для дальнейших расчетов на следующем шаге интегрирования  $k + 1$ .

По найденным значениям давлений рабочей жидкости в полостях гидроцилиндра  $P_{\Pi}$  и  $P_{\text{Л}}$  рассчитываются силы, тормозящие поворот колонны. По найденному давлению  $P_{\text{Ж}}$  рассчитывается сила, приводящая в движение поршень пневмогидравлического аккумулятора и вызывающая изменение давления рабочего газа.

Уравнения вращательного движения, лежащие в основе математической модели, представляют собой дифференциальные уравнения второго порядка. Для их решения используется численный метод Рунге-Кутты второго порядка:

$$\varphi^k = \varphi^{k-1} + \dot{\varphi}^{k-1} \Delta t + \frac{\ddot{\varphi}^k (\Delta t)^2}{2}; \quad (32)$$

$$\dot{\varphi}^k = \dot{\varphi}^{k-1} + \ddot{\varphi}^k \Delta t, \quad (33)$$

где  $k$  и  $k-1$  – текущий и предыдущий шаги интегрирования соответственно.

Разработанная математическая модель работы системы рекуперации гидравлического манипулятора в процессах погрузки и разгрузки сортиментов, позволит оценить работоспособность системы рекуперации энергии в различных режимах работы манипулятора и изучить влияние параметров системы рекуперации на ее эффективность.

### Список литературы

1. Никонов В.О. Анализ конструктивных особенностей гидрофицированных технологических машин с рекуперацией потенциальной энергии рабочего органа с грузом / В.О. Никонов, В.И. Посметьев, Е.В. Козлов, В. О. Бородин // Воронежский научно-технический вестник. – 2019. – Т. 1, № 1 (27). – С. 4-19. Режим доступа: <http://vestnikvglta.ru/arhiv/2019/1-27-2019/4-19.pdf>
2. Посметьев В.И. Повышение эффективности лесовозного автомобиля с помощью рекуперативного гидропривода / В.И. Посметьев, В.О. Никонов // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2017. – № 131(07).
3. Патент № 2668093 РФ, МПК А01G 23/00, В66F 9/22. Рекуперативный гидропривод лесовозного автомобиля / В.И. Посметьев, В.О. Никонов, В.В. Посметьев, М.А. Латышева; заявитель ФГБОУ ВО ВГЛУ имени Г. Ф. Морозова. – № 2017136631; заявл. 17.10.2017; опубл. 26.09.2018.
4. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: учебное пособие – М.: Высш. шк., 1998. – 319 с.
5. Моделирование сельскохозяйственных агрегатов и их систем управления : учеб. для вузов / под ред. А.Б. Лурье. – Л.: Колос. Ленингр. отд-ние, 1979. – 312 с.
6. Румшицкий Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента: справочное руководство. – М.: Наука, 1971. – 192 с.

7. Грановский В.А. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях: учеб. пособие / В.А. Грановский, Т.Н. Сирая – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 288 с.
8. Долженко С.В. Математическая модель демпфирования рабочего процесса гидропривода механизма поворота колонны лесовозного манипулятора / С.В. Долженко, П.И. Попиков, А.В. Зубков, Е.П. Рыкованова // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2012. – № 79(05). – 17 с.
9. Расчет и проектирование строительных и дорожных машин на ЭВМ / Под ред. Е.Ю. Малиновского. – М.: Машиностроение, 1980. – 216 с.
10. Инженерные расчеты на ЭВМ: Справочное пособие / Под ред. В.А. Троицкого. – Л.: Машиностроение, 1979. – 288 с.
11. Дегтярев Ю.И. Методы оптимизации: Учеб. пособие для вузов. – М.: Сов. радио, 1980. – 272 с.
12. Федоров В.В. Теория оптимального эксперимента. – М.: ГРФМЛ изд-ва Наука, 1971. – 312с.

Сведения об авторах:

*Посметьев Валерий Иванович* – д.т.н., профессор, ВГЛТУ им. Г.Ф. Морозова, г.Воронеж;

*Никонов Вадим Олегович* – к.т.н., доцент, ВГЛТУ им. Г.Ф. Морозова, г.Воронеж;

*Посметьев Виктор Валерьевич* – к.ф.-м.н., доцент, ВГЛТУ им. Г.Ф. Морозова, г.Воронеж.