

<https://doi.org/10.26160/2474-5901-2026-52-54-65>

ЧАСТОТНЫЕ И НАГРУЗОЧНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРЁХСЛОЙНОГО МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДЕЛИТЕЛЯ МОЩНОСТИ

Койфман Г.А., Филиппов Д.А.

*Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого,
Великий Новгород, Россия*

Ключевые слова: делитель мощности, коэффициент деления, магнитострикция, пьезоэлектричество, магнитоэлектрический эффект, частотная зависимость.

Аннотация. В работе представлена физико-математическая модель двухпортового магнитоэлектрического делителя мощности с произвольным делением. Делитель представляет собой трёхслойную структуру (магнитострикционный материал – пьезоэлектрик – магнитострикционный материал), помещенную в катушку индуктивности, создающую переменное магнитное поле. На нижней поверхности пьезоэлектрической пластины расположен сплошной электрод, на верхней – два сегментированных электрода различной длины, формирующие выходные порты. На основе решения системы уравнений эласто- и электродинамики получены выражения для расчета входных и выходных сопротивлений портов, их ёмкостей, напряжений и мощностей. Определен коэффициент деления мощности, выраженный через геометрические размеры и физические параметры структуры. Представлены частотные и нагрузочные зависимости коэффициента деления и выходных мощностей портов делителя.

FREQUENCY AND LOAD CHARACTERISTICS OF A THREE-LAYER MAGNETOELECTRIC POWER DIVIDER

Koyfman G.A., Filippov D.A.

Yaroslav-the-Wise Novgorod State University, Veliky Novgorod, Russia

Keywords: power divider, division ratio, magnetostriction, piezoelectricity, magnetoelectric effect, frequency dependence.

Abstract. This paper presents a physical-mathematical model of a two-port magnetoelectric power splitter with an arbitrary division ratio. The splitter consists from three-layer structure (magnetostrictive material – piezoelectric material – magnetostrictive material) placed inside an inductor coil generating an alternating magnetic field. A solid electrode is located on the bottom surface of the piezoelectric plate, while the top surface features two segmented electrodes of different lengths, forming the output ports. Based on the solution of the elasto- and electrodynamics equation system, expressions for calculating the input and output impedances of the ports, their capacitances, voltages, and powers are obtained. The power division coefficient, expressed through the geometric dimensions and physical parameters of the structure, is determined. The frequency and load resistance dependencies of the division ratio and ports output powers are presented.

Введение

Делители мощности являются ключевыми пассивные компоненты радиочастотных и микроволновых систем, используемые в фазированных антенных решетках, средствах связи, радиолокации и измерительной технике [1-5]. Классические конструкции, такие как полосковые делители и ферритовые циркуляторы, обладают рядом ограничений. На низких частотах

их размеры становятся довольно громоздкими из-за необходимости реализации четвертьволновых сегментов. Кроме того, они часто не обеспечивают интеграцию с планарной микроэлектроникой и не позволяют оперативно изменять коэффициент деления.

Перспективной альтернативой им могут стать устройства, основанные на магнитоэлектрическом (МЭ) эффекте в композитных структурах [6]. Магнитоэлектрические композиты состоят из механически связанных магнитострикционных и пьезоэлектрических слоев. Под действием переменного магнитного поля в магнитострикционном слое возникают упругие колебания, которые передаются пьезоэлектрический слой и преобразуются в электрическое напряжение. Если на поверхности пьезоэлектрической пластины разместить несколько электродов разной длины, то с них можно снимать сигналы различной мощности. Такой подход позволяет создать миниатюрный делитель с гальванической развязкой между входом и выходами. Кроме того, постоянное поле подмагничивания дает возможность управлять коэффициентом деления.

Для практического применения МЭ делителей мощности необходимо знать их основные параметры, такие как входные сопротивления портов, выходные мощности, коэффициент деления и их частотные и нагрузочные характеристики. Данные параметры могут быть рассчитаны с использованием физико-математической модели делителя, которая связывает выходные характеристики с геометрическими размерами и материальными параметрами конструкции делителя. Такая модель должна описывать процесс преобразования магнитной энергии в электрическую в многослойной структуре и позволять рассчитывать ключевые параметры: входные и выходные импедансы, выходные напряжения, мощности и коэффициент деления.

В данной работе представлена модель двухпортового магнитоэлектрического делителя мощности, созданного на основе симметричной трехслойной структуры. Модель основана на совместном решении уравнений эластодинамики и электростатики. На ее основе получены аналитические выражения для расчета указанных параметров в широком частотном диапазоне. Особое внимание уделено низкочастотному приближению, которое наиболее часто реализуется на практике. Результаты работы могут быть использованы для проектирования делителей с заданными характеристиками.

Устройство и принцип действия делителя мощности

Схематическое изображение магнитоэлектрического делителя мощности представлено на рисунке 1. Конструктивной основой устройства служит симметричная трёхслойная структура, в которой центральная пьезоэлектрическая пластина (длина L^p , ширина W , толщина t^p) механически соединена с двумя внешними магнитострикционными пластинами одинаковой ширины W , толщины t^m и длины L^m . Электродная конфигурация включает сплошной нижний электрод из серебра (Ag), являющийся общим

для двух выходных портов, и два отдельных верхних электрода длиной $L_{(1)}$ и $L_{(2)}$. Два верхних электрода разделены изолирующим зазором длиной d . Поскольку пьезоэлектрический и магнитострикционный слои механически связаны, для предотвращения «паразитных» токов между электродами магнитострикционный материал должен обладать высоким удельным сопротивлением. Этому требованию удовлетворяют диэлектрические ферриты, в частности шпинельные структуры, такие как никель-цинковый феррит состава $Ni_xZn_{1-x}Fe_2O_4$. Вся структура помещается в область действия внешнего переменного магнитного поля H и постоянного поля подмагничивания H_{bias} .

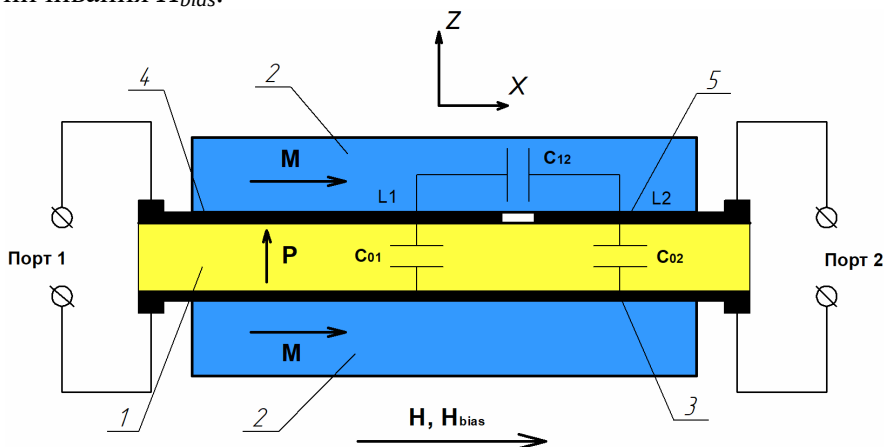


Рис. 1. Схематическое изображение делителя мощности: 1 – пьезоэлектрический слой, 2 – магнитострикционный слой, 3 – общий электрод, 4 – электрод порта 1, 5 – электрод порта 2

Принцип действия устройства основан на последовательном преобразовании энергии в композитной структуре. Внешнее переменное магнитное поле вызывает магнитострикционные деформации в наружных слоях, которые в виде упругих колебаний передаются на пьезоэлектрическую пластину. Эти механические колебания, благодаря прямому пьезоэлектрическому эффекту, генерируют электрическое поле в пьезоэлектрике, создавая разность потенциалов между его электродами. Поскольку возникающее пьезоэлектрическое напряжение распределено вдоль длины пластины, потенциалы, снимаемые с электродов разной длины $L_{(1)}$ и $L_{(2)}$, оказываются различными. Соответственно, различными будут и токи, протекающие через подключенные нагрузочные сопротивления R_h , что и обеспечивает деление мощности между выходными портами.

Физико-математическая модель и основные уравнения

В основе теоретического описания устройства лежат уравнения линейной теории упругости и электростатики. Для удобства анализа вводится декартова система координат с началом в центре структуры. Ось X направлена вдоль длины слоёв (направление распространения колебаний), ось Z – перпендикулярно плоскости слоёв. В выбранной системе координат

границы пьезоэлектрического и магнитострикционных слоёв соответствуют координатам $\pm \frac{L^p}{2}$ и $\pm \frac{L^m}{2}$.

С учётом того, что толщины всех слоёв (t^p ; t^m) существенно меньше их длины, применяется приближение однородности механических деформаций по поперечному сечению. Согласно данным работ [7, 8], учёт распределения полей по толщине вносит лишь незначительные поправки в дисперсионные соотношения и величину магнитоэлектрической связи, не меняя качественных выводов модели. В рамках этого приближения обобщённый закон Гука и уравнение электростатики записываются в виде:

$$S_1^p = \frac{1}{Y^p} T_1^p + d_{31}^p E_3^p, \quad (1)$$

$$S_1^m = \frac{1}{Y^m} T_1^m + q_{11}^m H_1^m, \quad (2)$$

$$D_3^p = \epsilon_0 \epsilon_{33}^p E_3^p + d_{31}^p T_1^p. \quad (3)$$

Здесь S_1^p , S_1^m , T_1^p , T_1^m – компоненты тензоров деформации и механического напряжения в пьезоэлектрической и магнитострикционной фазах соответственно; D_3^p – компонента вектора электрической индукции в пьезоэлектрике; E_3^p , H_1^m – проекции напряжённости электрического (вдоль оси Z) и магнитного (вдоль оси X) полей. Материальные константы включают: пьезоэлектрический модуль d_{31}^p , пьезомагнитный модуль q_{11}^m , относительную диэлектрическую проницаемость пьезоэлектрика ϵ_{33}^p , диэлектрическую постоянную $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, а также модули Юнга пьезоэлектрика Y^p и магнетика Y .

Приближение об однородности деформации по толщине приводит к равенству деформаций в обоих материалах:

$$S_1^m = S_1^p = S_1. \quad (4)$$

Уравнение движения среды для перемещений u_1 вдоль оси X с учётом (4) принимает вид:

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial \bar{T}_1}{\partial x}, \quad (5)$$

где $\bar{\rho} = \frac{\rho^m t^m + \rho^p t^p}{t^m + t^p}$ – средняя плотность структуры, а $\bar{T}_1 = \frac{T_1^m t^m + T_1^p t^p}{t^m + t^p}$ – среднее значение компоненты тензора напряжений.

Подставляя в (5) выражения для напряжений из (1) и (2) и учитывая связь деформации с перемещением $S_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x}$, получим волновое уравнение:

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 u_1(x, t)}{\partial t^2} = \bar{Y} \frac{\partial^2 u_1(x, t)}{\partial x^2}, \quad (6)$$

где $\bar{Y} = \frac{2Y^m t^m + Y^p t^p}{t}$ – средний модуль Юнга структуры, $t = 2 t^m + t^p$ – полная толщина образца.

Решение уравнения (6) для гармонического возбуждения ищется в виде:

$$u_1(x, t) = u_1(x) \exp(i\omega t), \quad (7)$$

что приводит к уравнению Гельмгольца для координатной части:

$$\frac{\partial^2 u_1(x)}{\partial x^2} + k^2 u_1(x) = 0, \quad (8)$$

где $k^2 = \frac{\bar{\rho}}{\bar{Y}} \omega^2$ – квадрат волнового числа. Общее решение (8) имеет вид:

$$u_1(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx). \quad (9)$$

Постоянные интегрирования A и B определяются из граничных условий. Учитывая, что торцы образца свободны и неподвижны, суммарные силы на его границах равны нулю. Это дает следующее уравнение для граничных условий:

$$2t^m T^m(x = \pm L/2) + t^p T^p(x = \pm L/2) = 0, \quad (10)$$

где $L = \frac{L^m 2t^m + L^p t^p}{t}$ – эффективная длина образца.

Из граничных условий (10) для постоянных интегрирования получим следующие выражения:

$$A = 0, \quad B = \frac{2t^m Y^m q_{11}^m H_1^m + t^p Y^p d_{31}^p E_3^p}{t \bar{Y} k \cos(k)}. \quad (11)$$

Здесь введён безразмерный параметр $k = \frac{kL}{2}$.

Электрический ток в цепи каждого порта определяется интегрированием плотности тока $j(x, y)$ по площади соответствующего электрода. Плотность тока связана с электрической индукцией соотношением:

$$j(x, y) = \frac{\partial D_3^p}{\partial t} = i\omega D_3^p. \quad (12)$$

Подставляя решение для перемещений в уравнения (1) и (3), а затем в (12), получим выражение для плотности тока, а после интегрирования по площади соответствующего электрода получим выражение для полного тока i -го порта. Проводя вычисления, для порта 1 ($i = 1$) достигнем следующего выражения:

$$I_{(1)} = i\omega W L_{(1)} (\epsilon_0 \epsilon_{eff}^{(1)} E_3^{(1)}) + Y^p d_{31}^p q_{11}^m \gamma_m \frac{\sin(k) - \sin(k - k_1)}{k_1 \cos(k)} H_1, \quad (13)$$

где эффективная диэлектрическая проницаемость первого порта определяется

как:

$$\epsilon_{eff}^{(1)} = \epsilon_{33}^p \left(1 - k_p^2 + k_p^2 \gamma_p \frac{\sin(k) - \sin(k - k_1)}{k_1 \cos(k)} \right). \quad (14)$$

Здесь введены обозначения: $k_p^2 = \frac{Y^p (d_{31}^p)^2}{\epsilon_{33}}$ – квадрат коэффициента электромеханической связи пьезоэлектрика, $\gamma_p = \frac{Y^p t^p}{\bar{Y}t}$, $\gamma_m = \frac{Y^m 2t^m}{\bar{Y}t}$ – безразмерные параметры, $k_1 = kL_1$ – безразмерный параметр для порта 1, $E_3^{(1)}$ – напряжённость электрического поля в области под первым электродом $-\frac{L}{2} \leq x \leq -\frac{L}{2} + L_{(1)}$.

Аналогичные вычисления для порта 2 приводят к выражениям:

$$I_2 = i\omega W L_2 \left(\epsilon_0 \epsilon_{eff}^{(2)} E_3^{(2)} + Y_p d_{31} q_{11} \gamma_m \frac{\sin(k) - \sin(k - k_2)}{k_2 \cos(k)} H_1 \right),$$

$$\epsilon_{eff}^{(2)} = \epsilon_{33} \left(1 - k_p^2 + k_p^2 \gamma_p \frac{\sin(k) - \sin(k - k_2)}{k_2 \cos(k)} \right). \quad (16)$$

Магнитоэлектрический коэффициент по напряжению для i -го порта определяется как $\alpha_E^{(i)} = E_3^{(i)} / H_1$ в режиме разомкнутой цепи ($I_i = 0$). Из уравнений (13) и (15) следует:

$$\alpha_E^{(i)} = \frac{Y_p d_{31} q_{11} \gamma_m}{\epsilon_0 \epsilon_{eff}^{(i)}} \frac{\sin(k) - \sin(k - k_i)}{k_i \cos(k)}. \quad (17)$$

Как видно из (17), частотная зависимость коэффициента $\alpha_E^{(i)}$ имеет резонансный характер. Максимум наблюдается при $k = \pi/2$, что соответствует условию электромеханического резонанса структуры. В низкочастотной области, когда $k, k_1, k_2 \ll 1$, разложение тригонометрических функций в ряд приводит к упрощённым выражениям:

$$\epsilon_{eff}^{(1)} = \epsilon_{eff}^{(2)} = \epsilon_{33}^p, \quad (18)$$

$$\alpha_E^{(1)} = \alpha_E^{(2)} = \frac{Y^p d_{31}^p q_{11}}{\epsilon_0 \epsilon_{33}^p} \frac{Y^m 2t^m}{(Y^m 2t^m + Y^p t^p)}. \quad (19)$$

Полученные отношения (13-19) составляют основу для расчёта электрических характеристик магнитоэлектрического делителя мощности через его геометрические параметры и материальные константы.

Результаты и обсуждения

Ключевыми электрическими характеристиками делителя мощности являются входные сопротивления портов, выходные мощности и коэффициент деления, а также их частотные и нагрузочные зависимости. В соответствии со схемой на рисунке 1, эквивалентная ёмкость i -го порта определяется выражением:

$$C_i = C_{0i} + \frac{C_{0j} C_{12}}{C_{0j} + C_{12}}, \quad (20)$$

где $i, j = 1, 2$ – индексы, соответствующие номеру порта, причем $i \neq j$, C_{0i} – ёмкость между общим электродом и электродом i -го порта:

$$C_{0i} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{eff}^{(i)} W L_i}{t_p}. \quad (21)$$

Ёмкость C_{12} , отражающая связь между верхними электродами, рассчитывается как ёмкость планарного конденсатора [18]:

$$C_{12} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{eff}^{(1)} W}{\left(\frac{d}{t_p} + \frac{4}{\pi} \ln 2 \right)}. \quad (22)$$

Входное сопротивление i -го порта, с учётом пренебрежимо малого сопротивления утечки, определяется его ёмкостным сопротивлением:

$$Z_i = X_{C_i} = \frac{1}{\omega C_i}. \quad (23)$$

На рисунках 2 и 3 представлены рассчитанные по формулам (21) и (23) частотные зависимости ёмкостей и входных сопротивлений портов для структуры на основе феррита никеля и пьезокерамики ЦТС-19. При расчете использовались параметры материалов и геометрии структуры, приведенные в таблице 1.

Как видно из графиков, на частоте около 50 кГц наблюдается особенность, вызванная резонансным вкладом пьезоэффекта в эффективную диэлектрическую проницаемость. Согласно выражениям (10) и (12), при $k = \pi/2$ происходит резонансное увеличение $\epsilon_{eff}^{(i)}$, что приводит к пиковым изменениям ёмкости и входного сопротивления.

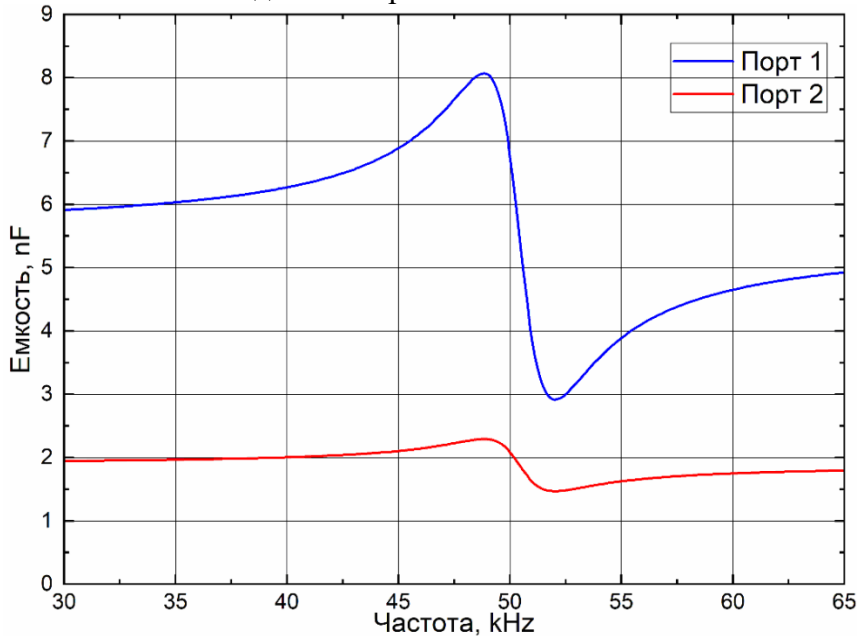


Рис. 2. Зависимость ёмкости портов от частоты

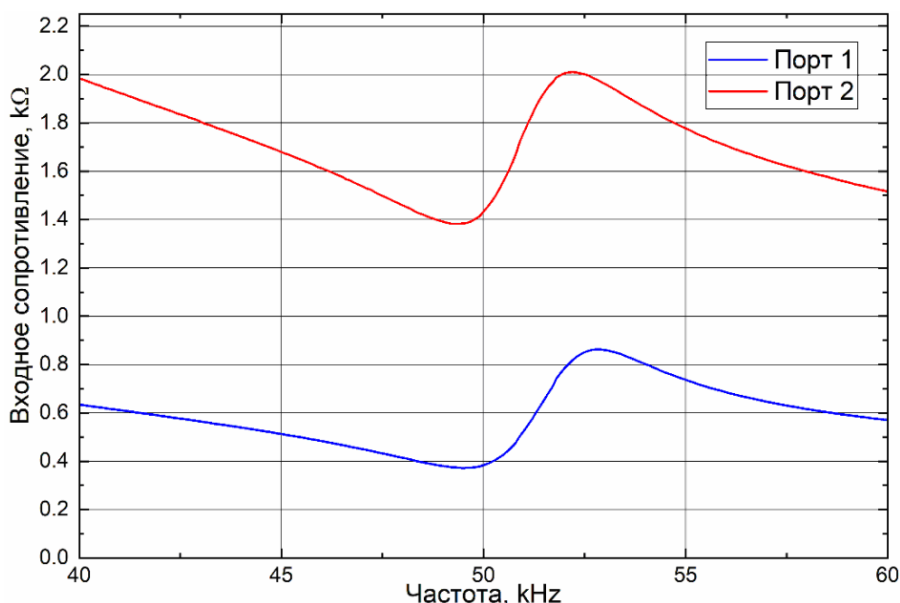


Рис. 3. Зависимость входных сопротивлений портов от частоты

Табл. 1. Параметры материалов и геометрии структуры

Параметры	Материал	
	ЦТС-19	АМАГ-212
ϵ_{33}	1750	-
Y_p или Y_m , ГПа	67	110
d_{31} или q_{11}	-175 пК/Н	950 пм/А
ρ , кг/м ³	6700	7700
L , мм	$L = 35, L_1 = 24, L_2 = 8, d = 3$	$L = 30$
W , мм	5	5
t , мм	0,3	0,12

Поскольку ёмкость C_{12} существенно меньше C_{01} и C_{02} , её влиянием на токи в первом приближении можно пренебречь. В этом случае ток через нагрузку R_i определяется выражением:

$$I_i = \frac{\epsilon_{ME}^{(i)}}{\sqrt{(R_i)^2 + (X_{C_i})^2}}, \quad (24)$$

где $\epsilon_{ME}^{(i)} = \alpha_E^{(i)} t_p H_1 -$ ЭДС, наведённая в i -ом порту за счёт магнитоэлектрического эффекта. Соответствующее выходное напряжение и мощность на нагрузке равны:

$$V_i = \epsilon_{ME}^{(i)} \frac{R_i}{\sqrt{(R_i)^2 + (X_{C_i})^2}}, \quad (25)$$

$$P_{out}^{(i)} = (I_i)^2 R_i = (\alpha_E^{(i)} t_p H_1)^2 \frac{R_i}{(R_i)^2 + (X_{C_i})^2}. \quad (26)$$

На рисунках 4 и 5 показаны нагрузочные зависимости выходных мощностей портов на частоте 10 кГц и на резонансной частоте $f = 50$ кГц при амплитуде переменного магнитного поля $H = 80$ А/м.

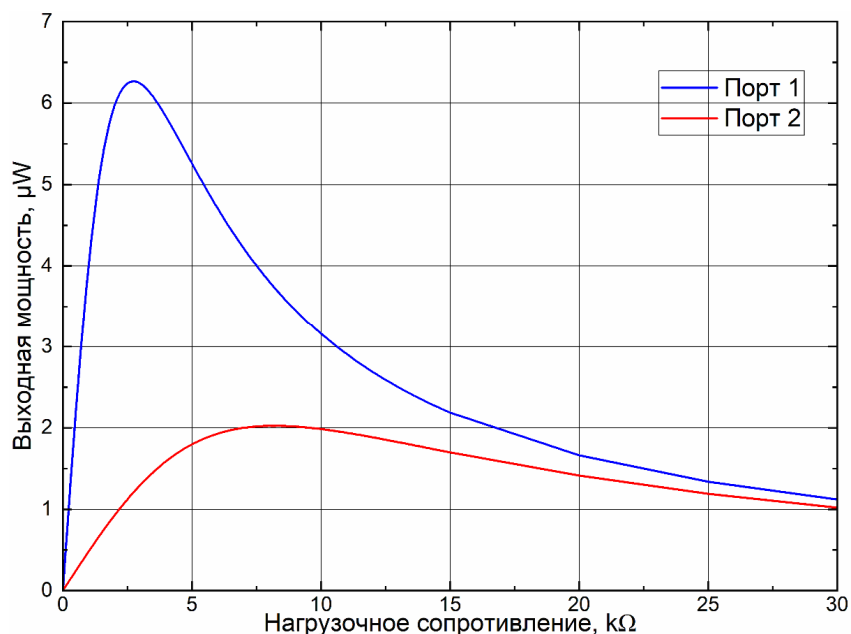


Рис. 4. Зависимость выходной мощности от сопротивления нагрузки на низкой частоте $f = 10$ кГц

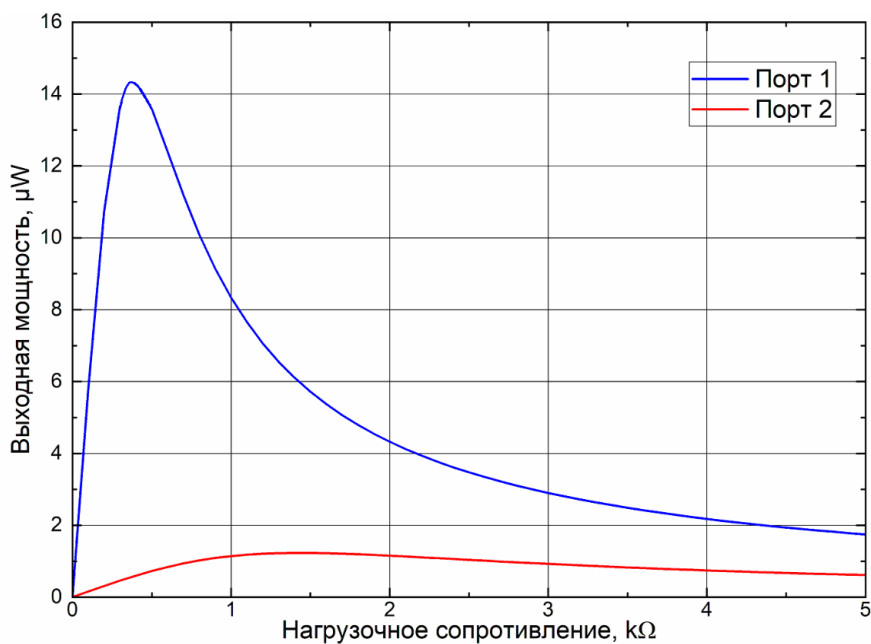


Рис. 5. Зависимость выходной мощности от сопротивления нагрузки на резонансной частоте $f = 50$ кГц

Как следует из (26), максимальная мощность достигается при условии согласования нагрузки: $R_i = X_{C_i}$. При этом оптимальная мощность равна:

$$P_{\max}^{(i)} = (\alpha_E^{(i)} t_p h_1)^2 \frac{1}{2X_{C_i}} = (\alpha_E^{(i)} t_p H_1)^2 \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_{\text{eff}}^i W L_i}{2t_p}. \quad (27)$$

Коэффициент деления мощности K в режиме согласованной нагрузки определяется отношением максимальных мощностей портов:

$$K = \frac{P_{\max}^{(1)}}{P_{\max}^{(2)}} = \frac{(\alpha_E^{(1)})^2 \epsilon_{\text{eff}}^{(1)} L_1}{(\alpha_E^{(2)})^2 \epsilon_{\text{eff}}^{(2)} L_2}. \quad (28)$$

В низкочастотной области ($k, k_i \ll 1$) разложение тригонометрических функций в (17) и (14) приводит к упрощённому соотношению, на рисунках 6 и 7 показаны графики, демонстрирующие коэффициенты деления мощности на разных частотах:

$$K \approx \frac{L_1}{L_2}. \quad (29)$$

Таким образом, вдали от резонанса коэффициент деления мощности не зависит от частоты и при согласованной нагрузке определяется исключительно отношением длин сегментированных электродов.

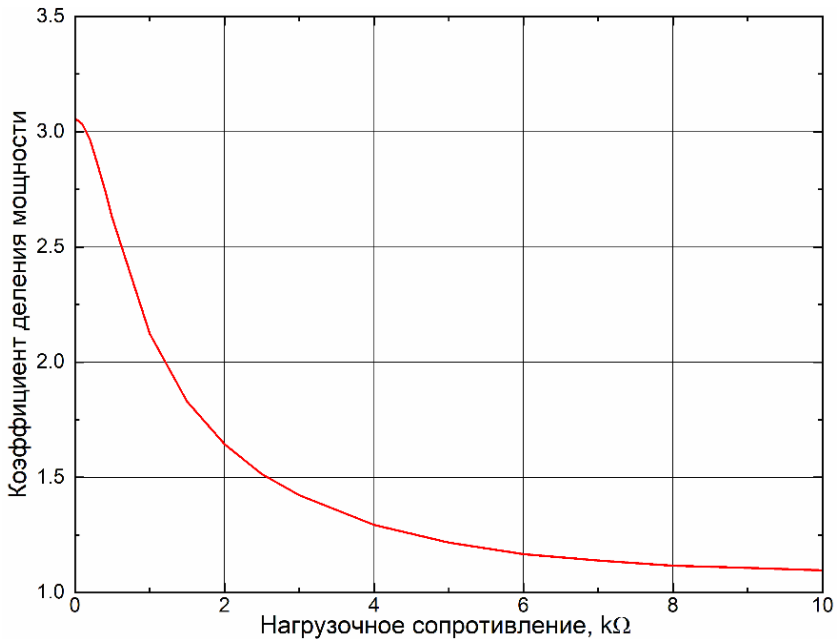


Рис. 6. Коэффициент деления мощности на низкой частоте $f = 10$ кГц

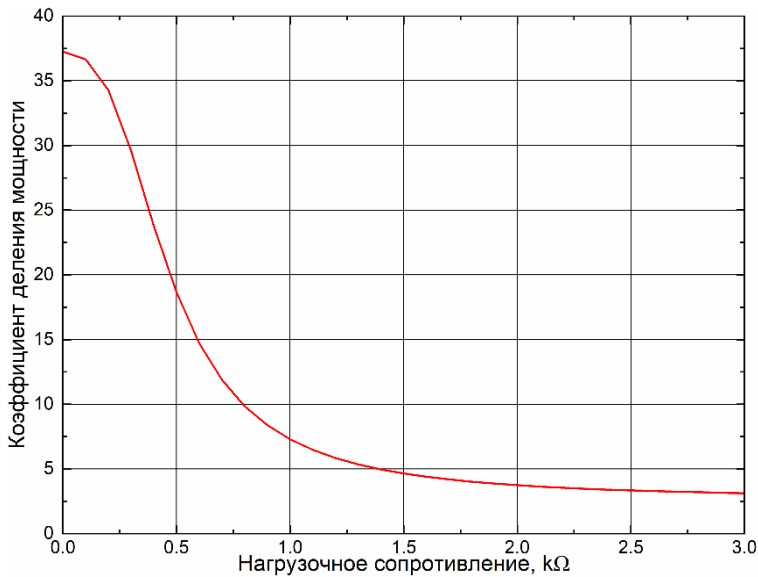


Рис. 7. Коэффициент деления мощности на резонансной частоте $f = 50$ кГц

Заключение

Магнитоэлектрические делители мощности на основе трёхслойных магнитоэлектрических структур с сегментированными электродами представляют собой перспективные устройства для применения в низкочастотном диапазоне. К их преимуществам относятся малые размеры, высокая изоляция между портами и низкие входные сопротивления, обеспечивающие хорошее согласование с нагрузкой. В низкочастотной области коэффициент деления мощности практически не зависит от частоты и при оптимальной нагрузке определяется простым соотношением длин электродов.

Список литературы / References

1. Xu Y., Tian Z., Meng X., Chai Z. Methods and applications of on-chip beam splitting // *Frontiers in Physics*. 2022, vol. 10, p. 985208. DOI: 10.3389/fphy.2022.985208.
2. Zhu Y., Lu M., Yan X.Q. Resistor-free and one-board-fits-all ratio adjustable power splitter for add-on RF shimming in high field MRI // *Journal of Magnetic Resonance*. 2022, vol. 338, p. 107194. DOI: 10.1016/j.jmr.2022.107194.
3. Nwajana A.O., Ijamaru G.K., Ang K.L.M., Seng J.K.P., Yeo K.S.K. Unbalanced two-way filtering power splitter for wireless communication systems // *Electronics*. 2021, vol. 10, no. 5, pp. 617-626. DOI: 10.3390/electronics10050617.
4. Li Y.B., Gong C.Y., Wang S.Y., Dong S.Y. The comprehensive design of power distribution, polarizations, and radiate angles for split beams using transmission metasurfaces // *Advanced Engineering Materials*. 2022, vol. 24, p. 2101487. DOI: 10.1002/adem.202101487.
5. Shadi M., Tavakol M.R., Atlasbaf Z. Inverse design of compact power divider with arbitrary outputs for 5G applications // *Scientific Reports*. 2022, vol. 12, p. 12844. DOI: 10.1038/s41598-022-17212-0.
6. Gupta R., Kotnala R.K. A review on current status and mechanisms of room-temperature magnetoelectric coupling in multiferroics for device applications // *Journal of Materials Science*. 2022, vol. 57, 12710. Doi: 10.1007/s10853-022-07377-4.

7. Филиппов Д.А., Галичян Т.А. Теория магнитоэлектрического эффекта в двухслойных магнитострикционно-пьезоэлектрических структурах с учетом неоднородности деформаций по толщине образца // Вестник Новгородского государственного университета. – 2014. – Т. 80. – С. 73-77. – DOI: 10.1007/s11182-013-0086-5.
7. Filippov D.A., Galichyan T.A. Theory of the magnetoelectric effect in two-layer magnetostrictive-piezoelectric structures with allowance for the inhomogeneity of strains across the sample thickness // Bulletin of Novgorod State University. 2014, vol. 80, pp. 73-77. DOI: 10.1007/s11182-013-0086-5.
8. Galichyan T.A., Filippov D.A. Dependence of the oscillation's amplitude on the thickness of magnetostrictive-piezoelectric bilayer structure in the theory of magnetoelectric effect // Journal of Physics: Conference Series. 2014, vol. 541, p. 012103. DOI: 10.1088/1742-6596/541/1/012103.

Койфман Глеб Александрович – аспирант	Koyfman Gleb Aleksandrovich – postgraduate student
Филиппов Дмитрий Александрович – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры промышленных технологий	Filippov Dmitry Aleksandrovich – doctor of physico-mathematical sciences, professor, professor of the Department of industrial technologies, professor
koyfman.g@yandex.ru	

Received 17.02.2026