

<https://doi.org/10.26160/2474-5901-2025-50-48-56>

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С УДАЛЕННЫМ ПОТРЕБИТЕЛЕМ ГРАДИЕНТНЫМ МЕТОДОМ

Канов Л.Н., Конева С.А., Пронина А.К.

Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия

Ключевые слова: электроэнергетическая система, синхронный генератор, асинхронный двигатель, трансформатор, участки распределительной линии, распределенные параметры, комплексные напряжение, ток, нагрузка.

Аннотация. Представлена возможность моделирования установившегося режима работы электроэнергетической системы, синхронный генератор которой нагружен через длинную кабельную линию асинхронным электроприводом на основе аналитической аппроксимации зависимости удельных параметров линии от расстояния по длине до потребителя. На основе теории электрических цепей с распределенными параметрами построена математическая модель системы, анализ режима которой сводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений с переменными параметрами. Описан алгоритм решения задачи поддержания напряжения на асинхронном электроприводе для уравнений модели с применением метода сопряженных градиентов и применения современных результатов теории чувствительности.

MATHEMATICAL MODELING OF THE STEADY-STATE MODE OF AN ELECTRICAL SYSTEM WITH A REMOTE CONSUMER USING THE GRADIENT METHOD

Kanov L.N., Koneva S.A., Pronina A.K.

Sevastopol State University, Sevastopol, Russia

Keywords: electric power system, synchronous generator, asynchronous motor, transformer, distribution line sections, distributed parameters, complex voltage, current, load.

Abstract. The possibility of modeling the steady-state operation of an electric power system is presented, the synchronous generator of which is loaded through a long cable line by an asynchronous electric drive based on an analytical approximation of the dependence of the specific parameters of the line on the length distance to the consumer. Based on the theory of electrical circuits with distributed parameters, a mathematical model of the system is constructed, the analysis of the mode of which is reduced to solving a system of linear differential equations with variable parameters. An algorithm for solving the problem for the model equations using the conjugate gradient method and the application of modern sensitivity theory results is described.

Введение

Доля расчетов установившихся режимов электрических сетей составляет значительную часть общего объема подготовительных расчетов системы в целом, при этом результаты расчетов используются как на стадии проектирования, так и в процессе эксплуатации [1]. Типовую схему системы представляем в виде расчетной схемы, составленной на фазу с нейтралью. Расчет установившегося режима заключается в определении напряжений и токов во всех элементах системы [2]. Принимается схема замещения электроэнергетической системы, с заданными значениями параметров

пассивных и активных элементов, определяемые реальными условиями работы источников и потребителей электроэнергии в системе.

В основе описания состояния системы используем законы Ома и Кирхгофа, а также пользуемся контурными и узловыми уравнениями [3]. Полученные системы уравнений нелинейны и решаются итерационно и представляют сложность в связи с необходимостью учета распределенных параметров кабельной линии, а также с учетом изменяющейся нагрузки. Кроме того, итерационные методы решения уравнений системы (метод прямой итерации, методы Зейделя, Гаусса, Ньютона) обладают медленной и негарантированной сходимостью [4]. Составление и решение уравнений установившегося режима электрической системы выполняется при приведении всех элементов схемы замещения к одной ступени напряжения. Таким образом заменяют все трансформаторные связи гальваническими, что требует дополнительных вычислительных затрат как при подготовке расчетной схемы, так и по пересчету полученных в результате расчета параметров режима к реальным условиям [5].

Целью предлагаемой статьи является обоснование математической модели установившегося режима электрической части системы с удаленным потребителем с учетом распределенных параметров длинной кабельной линии, изменяющейся нагрузкой с применением метода сопряженных градиентов, наискорейшего спуска, переменной метрики [6, 7].

Математическая модель электрической системы

Представленная электротехническая система состоит из синхронного генератора СГ, как источника питания, работающего через длинную кабельную линию на асинхронный электропривод АД. Напряжение от генератора поступает через повышающий трансформатор Тр1 на асинхронный электропривод АД, присоединенный через понижающий трансформатор Трн (рис. 1, а).

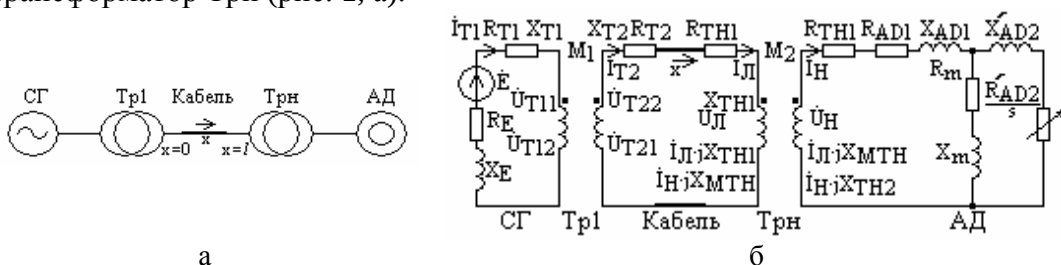


Рис.1. Однолинейная схема электротехнической системы удаленного асинхронного электропривода, а); ее схема замещения, б)

На рисунке 1, б представлена схема замещения рассматриваемой электротехнической системы. На схеме:

R_E , X_E – активное и реактивное фазные сопротивления синхронного генератора, представленного идеальным источником ЭДС;

R_{T1} , X_{T1} , R_{T2} , X_{T2} – активные и реактивные сопротивления первичной и вторичной обмоток повышающего трансформатора Тр1;

M_{T1} – коэффициент взаимной индукции повышающего трансформатора;
 $r_0(x)$ – удельное продольное активное сопротивление длинной линии;
 L_0 – длина кабельной линии;
 g_0, C_0 – поперечные параметры: удельная проводимость и емкость кабельной линии;

R_{TH1}, X_{TH1} – активное и реактивное сопротивление на стороне высокого напряжения понижающего трансформатора Трн;

M_{TH2} – коэффициент взаимной индукции понижающего трансформатора Трн.

Асинхронный двигатель АД представлен Т – схемой замещения с параметрами:

R_{AD1}, X_{AD1} – активное и реактивное сопротивление обмотки статора;

R_m, X_m – ветвь намагничивания в схеме АД;

$\frac{R'_{AD2}}{s}, X'_{AD2}$ – активное и реактивное сопротивление обмотки ротора

(ветвь нагрузки), здесь s – скольжение ротора.

Сложность представляет описание длинной линии с распределенными параметрами, так как её удельное, продольное сопротивление $r_0(x)$ зависит от координаты x по длине линии. Далее принято в начале линии $x = 0$; в конце $x = l$, где l – длина линии. Запишем систему комплексных дифференциальных уравнений [8] электромагнитных процессов в линии в режиме синусоидального напряжения

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial \dot{U}(x)}{\partial x} &= (r_0(x) + j\omega L_0) \cdot \dot{I}(x); \\ -\frac{\partial \dot{I}(x)}{\partial x} &= (g_0 + j\omega C_0) \cdot \dot{U}(x), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где j – мнимая часть комплексного числа, оператор поворота; ω – угловая частота $\omega = 2\pi f$, где f – сетевая частота U, I – напряжение и ток линии.

Отделяя в этих уравнениях вещественные и мнимые части, получаем систему линейных дифференциальных уравнений, параметры которых зависят от x [7, 8]

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \operatorname{Re} \dot{U}(x)}{dx} &= -r_0(x) \cdot \operatorname{Re} \dot{I}(x) + \omega L_0 \cdot \operatorname{Im} \dot{I}(x); \\ \frac{d \operatorname{Im} \dot{U}(x)}{dx} &= -r_0(x) \cdot \operatorname{Im} \dot{I}(x) - \omega L_0 \cdot \operatorname{Re} \dot{I}(x); \\ \frac{d \operatorname{Re} \dot{I}(x)}{dx} &= -g_0 \cdot \operatorname{Re} \dot{U}(x) + \omega C_0 \cdot \operatorname{Im} \dot{U}(x); \\ \frac{d \operatorname{Im} \dot{I}(x)}{dx} &= -g_0 \cdot \operatorname{Im} \dot{U}(x) - \omega C_0 \cdot \operatorname{Re} \dot{U}(x). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Продольное удельное сопротивление линии принято зависящим от координаты x следующим образом $r_0(x) = a \cdot x + b + c \cdot \sin(d \cdot x + f)$, где a, b, c, d –

коэффициенты аппроксимации, определяющие переменную величину сопротивления [9]. Это обстоятельство препятствует аналитическому решению уравнений (1). Поэтому далее применяется численное решение уравнений (2).

В начале линии при $x = 0$ генератор СГ и повышающий трансформатор Тр1 описываются двумя уравнениями

$$\begin{cases} \dot{E} = \dot{I}_{T1}(R_E + R_{T1} + j(X_E + X_{T1})) - j\omega M_{T1}\dot{I}_{T2}; \\ 0 = -j\omega M_{T1}\dot{I}_{T1} + \dot{I}_{T2}(R_{T2} + jX_{T2}) + \dot{U}_{T2}, \end{cases} \quad (3)$$

здесь U_{T1} I_{T1} – напряжение и ток генератора при $x = 0$; U_{T2} , I_{T2} – напряжение и ток в начале линии до трансформатора при $x = 0$.

В конце линии при $\dot{U}_L = \dot{U}(x=l)$ и $\dot{I}_L = \dot{I}(x=l)$ понижающий трансформатор имеет математическое описание

$$\begin{cases} -\dot{U}_L + \dot{I}_L(R_{TH1} + jX_{TH1}) - j\omega M_{TH2}\dot{I}_H = 0; \\ \dot{U}_H - j\omega M_{TH2}\dot{I}_L + \dot{I}_H(R_{TH2} + jX_{TH2}). \end{cases} \quad (4)$$

здесь I_L ; U_L – напряжение и ток в конце линии при $x=l$; I_H ; U_H – номинальные параметры заданного напряжения и тока в конце линии на нагрузке.

Асинхронный двигатель представлен входным эквивалентным сопротивлением

$$\underline{Z}_{AD}(s) = R_{AD1} + jX_{AD1} + \frac{(R_m + jX_m) \left(\frac{R'_{AD2}}{s} + jX'_{AD2} \right)}{R_m + jX_m + \frac{R'_{AD2}}{s} + jX'_{AD2}}. \quad (5)$$

Выразим ток $\dot{I}_H$ из первого уравнения в (4)

$$\dot{I}_H = \frac{\dot{I}_L \cdot (R_{TH1} + jX_{TH1}) - \dot{U}_L}{j\omega M_2}, \quad (6)$$

и после подстановки во второе уравнение (4) с учетом (5) получаем напряжение на двигателе

$$\dot{U}_{AD} = \dot{U}_H = \underline{Z}_{AD}(s)\dot{I}_H = \underline{Z}_{AD}(s) \cdot \frac{\dot{I}_L \cdot (R_{TH1} + jX_{TH1}) - \dot{U}_L}{j\omega M_2}. \quad (7)$$

Формирование и решение задачи

Задача расчета рассматриваемой электрической системы заключается в описании режима работы синхронного генератора для поддержания заданного напряжения $\dot{U}_H$ на асинхронном двигателе. Полагаем, что генератор работает с неизменной ЭДС, тогда задача состоит в определении тока генератора $\dot{I}_{T1}$ для обеспечения заданного напряжения на нагрузке, т.е. минимизации невязки

$$D = \left(\text{Re} \dot{U}_H - \text{Re} \dot{U}_{H0} \right)^2 + \left(\text{Im} \dot{U}_H - \text{Im} \dot{U}_{H0} \right)^2,$$

где D – коэффициент минимизации невязки; $\text{Re}\dot{U}_H, \text{Im}\dot{U}_H$ – получающиеся в процессе просчета вещественная и мнимая составляющая напряжения на двигателе; $\text{Re}\dot{U}_{H0}, \text{Im}\dot{U}_{H0}$ – мнимая составляющая комплексного желаемого напряжения.

Задачи такого типа решаются: устанавливается некоторый ток генератора $\dot{I}_{T1}$, просчитывается напряжение на двигателе $\dot{U}_{Ad}$, сравнивается с желаемым значением $\dot{U}_{H0}$ и, при необходимости, корректируется $\dot{I}_{T1}$. Это требует многих пробных расчетов. Более эффективным представляется применение градиентных методов [6]. В качестве регулирующих параметров примем составляющие выходного тока генератора в начале линии при $x = 0$. Вектор градиента G критерия теперь имеет компоненты:

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{dD}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} = 2(\text{Re}\dot{U}_H - \text{Re}\dot{U}_{H0}) \frac{\partial \text{Re}\dot{U}_H}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}} + \dots \\ &\quad \dots + 2(\text{Im}\dot{U}_H - \text{Im}\dot{U}_{H0}) \frac{\partial \text{Im}\dot{U}_H}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}}; \\ G_2 &= \frac{dD}{d \text{Im} \dot{I}_{T10}} = 2(\text{Re}\dot{U}_H - \text{Re}\dot{U}_{H0}) \frac{\partial \text{Re}\dot{U}_H}{\partial \text{Im} \dot{I}_{T10}} + \dots \\ &\quad \dots + 2(\text{Im}\dot{U}_H - \text{Im}\dot{U}_{H0}) \frac{\partial \text{Im}\dot{U}_H}{\partial \text{Im} \dot{I}_{T10}}. \end{aligned} \quad (8)$$

где $\text{Re} \dot{I}_{T1}(0) = \text{Re} \dot{I}_{T10}$; $\text{Im} \dot{I}_{T1}(0) = \text{Im} \dot{I}_{T10}$ – реальная и мнимая часть комплексного выходного тока генератора; $\dot{U}_{H0}$ – комплексное номинальное напряжение желаемого значения на нагрузке.

Таким образом, для вычисления градиента критерия необходимо определить частные производные, т.е. функции чувствительности составляющих напряжения на нагрузке по составляющим тока генератора:

$$\frac{\partial \text{Re}\dot{U}_H}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}}, \frac{\partial \text{Re}\dot{U}_H}{\partial \text{Im} \dot{I}_{T10}}, \frac{\partial \text{Im}\dot{U}_H}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}}, \frac{\partial \text{Im}\dot{U}_H}{\partial \text{Im} \dot{I}_{T10}}.$$

Для определения этих функций составим дифференциальные уравнения, подсчитывая производные от уравнений линии исходной системы (2):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dx} \frac{d \text{Re}\dot{U}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} &= -r_0(x) \cdot \frac{d \text{Re} \dot{I}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} + \omega L_0 \cdot \frac{d \text{Im} \dot{I}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}}; \\ \frac{d}{dx} \frac{d \text{Im}\dot{U}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} &= -r_0(x) \cdot \frac{d \text{Im} \dot{I}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} - \omega L_0 \cdot \frac{d \text{Re} \dot{I}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}}; \\ \frac{d}{dx} \frac{d \text{Re} \dot{I}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} &= -g_0 \cdot \frac{d \text{Re}\dot{U}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} + \omega C_0 \cdot \frac{d \text{Im}\dot{U}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}}; \\ \frac{d}{dx} \frac{d \text{Im} \dot{I}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} &= -g_0 \cdot \frac{d \text{Im}\dot{U}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} - \omega C_0 \cdot \frac{d \text{Re}\dot{U}(x)}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $d\text{Re}U(x)$; $d\text{Im}U(x)$; $d\text{Re}I(x)$; $d\text{Im}I(x)$ – частные производные реальной и мнимой составляющих напряжения и тока по координате x в конце линии; $d\text{Re}I_{T10}(x)$; $d\text{Im}I_{T10}(x)$ – частные производные реальной и мнимой составляющих тока по координате x в начале линии, от генератора.

Решение этой системы в точке $x=l$ дает частные производные напряжения и тока в конце линии: $\frac{d\text{Re}\dot{U}_{\mathcal{L}}}{d\text{Re}\dot{I}_{T10}}$ и $\frac{d\text{Im}\dot{U}_{\mathcal{L}}}{d\text{Re}\dot{I}_{T10}}$, а также $\frac{d\text{Re}\dot{I}_{\mathcal{L}}}{d\text{Re}\dot{I}_{T10}}$ и $\frac{d\text{Im}\dot{I}_{\mathcal{L}}}{d\text{Re}\dot{I}_{T10}}$. Для определения коэффициентов чувствительности $\frac{d\text{Re}\dot{U}_{\mathcal{L}}}{d\text{Im}\dot{I}_{T10}}$ и $\frac{d\text{Im}\dot{U}_{\mathcal{L}}}{d\text{Im}\dot{I}_{T10}}$ аналогично (9) составляются четыре уравнения дифференцированием уравнений (2) по $\text{Im}\dot{I}_{T10}$.

Для численного решения полученных вспомогательных дифференциальных уравнений (9) необходимо определить производные от начальных условий при $x=0$ по току и напряжению линии: $\frac{d\text{Re}\dot{U}(0)}{d\text{Re}\dot{I}_{T10}}$ и $\frac{d\text{Im}\dot{U}(0)}{d\text{Re}\dot{I}_{T10}}$, а также $\frac{d\text{Re}\dot{I}(0)}{d\text{Re}\dot{I}_{T10}}$ и $\frac{d\text{Im}\dot{I}(0)}{d\text{Re}\dot{I}_{T10}}$; аналогично $\frac{d\text{Re}\dot{U}(0)}{d\text{Im}\dot{I}_{T10}}$, $\frac{d\text{Im}\dot{U}(0)}{d\text{Im}\dot{I}_{T10}}$, $\frac{d\text{Re}\dot{I}(0)}{d\text{Im}\dot{I}_{T10}}$, $\frac{d\text{Im}\dot{I}(0)}{d\text{Im}\dot{I}_{T10}}$.

Для этого в первом уравнении (3) выделим вещественные и мнимые части тока на входе линии

$$\begin{aligned}\text{Re}\dot{I}_{T2} &= \frac{1}{\omega M_1} \left(-\text{Im}\dot{E} + \text{Re}\dot{I}_{T1} \cdot (X_E + X_{T1}) + \dots \right); \\ \text{Im}\dot{I}_{T2} &= \frac{1}{\omega M_1} \left(\text{Re}\dot{E} - \text{Re}\dot{I}_{T1} \cdot (R_E + R_{T1}) + \dots \right).\end{aligned}$$

По полученным выражениям подсчитаем производные $\frac{\partial \text{Re}\dot{I}_{T2}}{\partial \text{Re}\dot{I}_{T10}} = \frac{\partial \text{Re}\dot{I}(0)}{\partial \text{Re}\dot{I}_{T10}} = \frac{L_E + L_{T1}}{M_1}$; $\frac{\partial \text{Im}\dot{I}_{T2}}{\partial \text{Re}\dot{I}_{T10}} = \frac{\partial \text{Im}\dot{I}(0)}{\partial \text{Re}\dot{I}_{T10}} = \frac{R_E + R_{T1}}{\omega M_1}$, где $L_E; L_{T1}$ – длина линии от генератора. При получении этих выражений учтено, что

$$\frac{\partial \text{Re}\dot{I}_{T1}}{\partial \text{Re}\dot{I}_{T10}} = \frac{\partial \text{Re}\dot{I}(0)}{\partial \text{Re}\dot{I}_0(0)} = 1, \quad \frac{\partial \text{Im}\dot{I}_{T1}}{\partial \text{Re}\dot{I}_{T10}} = \frac{\partial \text{Im}\dot{I}(0)}{\partial \text{Re}\dot{I}_0(0)} = 0.$$

Аналогично из второго уравнения (3) выделим вещественные и мнимые части и получим производные по $\text{Re}\dot{I}_{T10}$

$$\frac{\partial \text{Re}\dot{U}_{T2}}{\partial \text{Re}\dot{I}_{T10}} = -\frac{(R_E + R_{T1})L_{T2} + (L_E + L_{T1})R_{T2}}{M_1};$$

$$\frac{\partial \text{Im} \dot{U}_{T2}}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}} = \frac{(R_E + R_{T1})R_{T2} + \omega^2(M_1^2 - (L_E + L_{T1})L_{T2})}{\omega M_1}.$$

здесь L_{T2} – длина линии, определяемая участком до нагрузки (двигателя). Аналогично подсчитаем начальные условия для производных по $\text{Im} \dot{I}_{T10}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Re} \dot{I}_{T2}}{\partial \text{Im} \dot{I}_{T10}} &= \frac{R_{T1} + R_E}{\omega M_1}; \quad \frac{\partial \text{Im} \dot{I}_{T2}}{\partial \text{Im} \dot{I}_{T10}} = \frac{L_{T1} + L_E}{M_1}; \\ \frac{\partial \text{Re} \dot{U}_{T2}}{\partial \text{Im} \dot{I}_{T10}} &= -\frac{(R_{T1} + R_E)R_{T2} + \omega^2(M_1^2 - (L_{T1} + L_E)L_{T2})}{\omega M_1}; \\ \frac{\partial \text{Im} \dot{U}_{T2}}{\partial \text{Im} \dot{I}_{T10}} &= -\frac{(R_{T1} + R_E)L_{T2} + (L_{T1} + L_E)R_{T2}}{M_1}. \end{aligned}$$

По найденным решениям (9) для $\frac{\partial \text{Re} \dot{U}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}}, \frac{\partial \text{Im} \dot{U}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}}, \frac{\partial \text{Re} \dot{I}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}}, \frac{\partial \text{Im} \dot{I}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}}$ определим производные от напряжения на нагрузке, необходимые для формирования компонент градиента $\frac{d \text{Re} \dot{U}_H}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}}, \frac{d \text{Im} \dot{U}_H}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}}, \frac{d \text{Re} \dot{U}_H}{d \text{Im} \dot{I}_{T10}}, \frac{d \text{Im} \dot{U}_H}{d \text{Im} \dot{I}_{T10}}$.

Из формулы (6) выделяем вещественную и мнимую составляющие тока нагрузки

$$\begin{aligned} \text{Re} \dot{I}_H &= \frac{1}{\omega M_2} (X_{TH1} \text{Re} \dot{I}_L + R_{TH1} \text{Im} \dot{I}_L - \text{Im} \dot{U}_L); \\ \text{Im} \dot{I}_H &= \frac{1}{\omega M_2} (-R_{TH1} \text{Re} \dot{I}_L + X_{TH1} \text{Im} \dot{I}_L + \text{Re} \dot{U}_L) \end{aligned}$$

Из формулы (7) выделяем вещественную и мнимую части напряжения нагрузки

$$\begin{aligned} \text{Re} \dot{U}_H &= \text{Re} \underline{Z}_{AD} \cdot \text{Re} \dot{I}_H - \text{Im} \underline{Z}_{AD} \cdot \text{Im} \dot{I}_H; \\ \text{Im} \dot{U}_H &= \text{Re} \underline{Z}_{AD} \cdot \text{Im} \dot{I}_H + \text{Im} \underline{Z}_{AD} \cdot \text{Re} \dot{I}_H. \end{aligned}$$

где $\text{Re} \underline{Z}_{AD}$; $\text{Im} \underline{Z}_{AD}$ – реальная и мнимая часть эквивалентного сопротивления асинхронного двигателя; $\text{Re} \dot{I}_H$; $\text{Im} \dot{I}_H$ – реальная и мнимая части тока нагрузки.

Таким образом, коэффициенты чувствительности $\frac{d \text{Re} \dot{U}_H}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}}, \frac{d \text{Im} \dot{U}_H}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}}$ в составляющих вектора – градиента (8) окончательно имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d \text{Re} \dot{U}_H}{d \text{Re} \dot{I}_{T10}} &= \frac{\text{Re} \underline{Z}_{AD}}{\omega M_2} \left[X_{TH1} \frac{\partial \text{Re} \dot{I}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}} + R_{TH1} \frac{\partial \text{Im} \dot{I}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}} - \dots \right] - \\ &\quad \left[\dots - \frac{\partial \text{Im} \dot{U}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}} \right] - \\ &\quad - \frac{\text{Im} \underline{Z}_{AD}}{\omega M_2} \left[-R_{TH1} \frac{\partial \text{Re} \dot{I}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}} + X_{TH1} \frac{\partial \text{Im} \dot{I}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}} + \frac{\partial \text{Re} \dot{U}_L}{\partial \text{Re} \dot{I}_{T10}} \right]; \end{aligned}$$

$$\frac{d \operatorname{Im} \dot{U}_H}{d \operatorname{Re} \dot{I}_{T10}} = \frac{\operatorname{Re} \underline{Z}_{AD}}{\omega M_2} \left[-R_{TH1} \frac{\partial \operatorname{Re} \dot{I}_L}{\partial \operatorname{Re} \dot{I}_{T10}} + X_{TH1} \frac{\partial \operatorname{Im} \dot{I}_L}{\partial \operatorname{Re} \dot{I}_{T10}} + \dots \right] +$$

$$+ \frac{\operatorname{Im} \underline{Z}_{AD}}{\omega M_2} \left[X_{TH1} \frac{\partial \operatorname{Re} \dot{I}_L}{\partial \operatorname{Re} \dot{I}_{T10}} + R_{TH1} \frac{\partial \operatorname{Im} \dot{I}_L}{\partial \operatorname{Re} \dot{I}_{T10}} - \frac{\partial \operatorname{Im} \dot{U}_L}{\partial \operatorname{Re} \dot{I}_{T10}} \right].$$

Коэффициенты чувствительности $\frac{d \operatorname{Re} \dot{U}_H}{d \operatorname{Im} \dot{I}_{T10}}$, $\frac{d \operatorname{Im} \dot{U}_H}{d \operatorname{Im} \dot{I}_{T10}}$ в составляющих вектора – градиента имеют аналогичный вид с заменой в знаменателях $d \operatorname{Re} \dot{I}_H$ на $d \operatorname{Im} \dot{I}_H$.

Заключение

Предложенная математическая модель электротехнической системы с удаленным асинхронным электроприводом разработана для решения сложных задач анализа установившихся режимов градиентными методами, которые являются наиболее эффективными по сравнению с обычно применяемыми методами прямого поиска оптимального режима.

Перспективным направлением является дальнейшее развитие метода для расчета разветвленных и замкнутых систем для возможности поддержания напряжения при динамически изменяющейся нагрузке.

Список литературы

1. Герасименко А.А., Федин В.Т. Передача и распределение электрической энергии. – Ростов-на-Дону: Изд-во «Феникс», 2008. – 715 с.
2. Строев В.А. Методы решения уравнений установившегося режима электрических систем. – М.: Высшая школа, 1988. – 80 с.
3. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. 1 часть. – М.: Изд-во «Юрайт», 2012. – 701 с.
4. Канов Л.Н., Конева С.А., Пронина А.К. Анализ режимов распределительных линий электроэнергетических систем на основе комплексных дифференциальных уравнений // Энергетические установки и технологии. – 2024. – Т. 10, №4. – С. 20-26.
5. Канов Л.Н., Конева С.А., Пронина А.К. К вопросу анализа линии с неоднородными распределенными параметрами электроэнергетических систем // Journal of Advanced Research in Technical Science. – 2024. – №45. – С. 43-49.
6. Струченков В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2009. – 320 с.
7. Олейников А.М., Канов Л.Н. Повышение точности анализа режимов распределительных линий электроэнергетических систем // Системы контроля окружающей среды. – 2024. – № 4(58). – С. 151-158.
8. Канов Л.Н., Конева С.А., Пронина А.К. Расчет режимов распределительных линий систем электроснабжения на основе теории чувствительности // Энергетические установки и технологии. – 2025. – Т. 11, №2. – С. 117-123.

References

1. Gerasimenko A.A., Fedin V.T. Transmission and distribution of electrical energy. – Rostov-on-Don: Publ. house "Phoenix", 2008. – 715 p.
2. Stroeve V.A. Methods for solving steady-state equations of electrical systems. – M.: Higher School, 1988. – 80 p.
3. Bessonov L.A. Theoretical foundations of electrical engineering. Electrical circuits. 1 part. – M.: Publ. house "Yurayt", 2012. – 701 p.
4. Kanov L.N., Koneva S.A., Pronina A.K. Analysis of modes of distribution lines of electric power systems based on complex differential equations // Energy installations and technologies. 2024, vol. 10, no. 4, pp. 20-26.
5. Kanov L.N., Koneva S.A., Pronina A.K. On the issue of analyzing a line with inhomogeneous distributed parameters of electric power systems // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2024, iss. 45, pp. 43-49.
6. Struchenkov V.I. Optimization methods in applied problems. – M.: SOLON-PRESS. – 2009. – 320 p.
7. Oleinikov A.M., Kanov L.N. Improving the accuracy of the analysis of the modes of distribution lines of electric power systems // Environmental control systems. 2024, no. 4(58), pp. 151-158.
8. Kanov L.N., Koneva S.A., Pronina A.K. Calculation of modes of distribution lines of power supply systems based on sensitivity theory // Energy installations and technologies. 2025, vol. 11, no. 2, pp. 117-123.

Канов Лев Николаевич – кандидат технических наук, доцент	Kanov Lev Nikolaevich – candidate of technical sciences, associate professor
Конева Светлана Андреевна – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой	Koneva Svetlana Andreevna – candidate of technical sciences, associate professor, head of department
Пронина Анна Константиновна – доцент	Pronina Anna Konstantinovna – associate professor
pronina-a@bk.ru	

Received 22.10.2025