

МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ С ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ В ЗАДАЧЕ ОТСЛЕЖИВАНИЯ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ БПЛА

Фам К.Ф.

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Москва, Россия*

Ключевые слова: управление с прогнозирующей моделью, MPC, отслеживание углового движения, дискретное оптимальное управление, скользящий горизонт времени, беспилотный летательный аппарат.

Аннотация. В данной работе рассматривается задача синтеза алгоритмов отслеживания углового движения беспилотного летательного аппарата с применением метода управления с прогнозирующей моделью (Model Predictive Control, MPC). Задача углового отслеживания сформулирована в виде задачи MPC с учетом динамики объекта и ограничений на управляющие воздействия. Результаты численного моделирования в среде MATLAB демонстрируют высокую эффективность предложенного подхода для обеспечения точного и устойчивого углового отслеживания беспилотного летательного аппарата.

MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR UAV ANGULAR MOTION TRACKING

Pham Q.P.

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: model predictive control, MPC, angular motion tracking, discrete optimal control, receding time horizon, UAV.

Abstract. This paper addresses the problem of designing control algorithms for angular motion tracking of unmanned aerial vehicle using Model Predictive Control method. The tracking problem is formulated as Model Predictive Control problem, taking into account the system dynamics and constraints on control inputs. Numerical simulations conducted in MATLAB demonstrate effectiveness of proposed approach in ensuring accurate and robust of unmanned aerial vehicle angular tracking.

Введение

Современные беспилотные летательные аппараты (БПЛА) находят широкое применение в поисково-спасательных операциях, патрулировании границ и мониторинге труднодоступных территорий [1, 2], а также в ряде других задач, требующих высокой маневренности и устойчивости системы управления. Классические подходы, такие как ПИД-регуляторы и нелинейные методы управления [3], неэффективны в условиях быстро меняющейся динамики, жестких ограничений и внешних возмущений.

Управление с прогнозирующей моделью (Model Predictive Control, MPC) представляет собой численный подход к синтезу алгоритмов дискретного оптимального управления (ДОУ) в реальном времени с учетом системных и управляющих ограничений [4]. Его ключевым преимуществом является

способность прогнозировать поведение объекта на горизонте предсказания и вычислять оптимальное управляющее воздействие на каждом шаге.

В данной работе рассматривается задача отслеживания углового движения БПЛА на основе MPC. Задача отслеживания углового движения формулируется с учетом динамики аппарата и ограничения на управляющие воздействия. Результаты численного моделирования в MATLAB подтверждают эффективность предложенного подхода.

Задача ДОУ на бесконечном интервале времени

Рассмотрим дискретную нелинейную систему:

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)),$$

где $x(k) \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния системы и $u(k) \in \mathbb{R}^m$ – вектор управления, на которые накладываются ограничения, заданные функцией $g: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^c$:

$$g(x(k), u(k)) \leq 0.$$

Задача ДОУ на бесконечном интервале управления формулируется следующим образом:

$$J_{0 \rightarrow \infty}^*(x_0) = \min_{u_0, u_1, \dots} \sum_{k=0}^{\infty} q(x_k, u_k) \quad (1)$$

при условиях:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k); \quad g(x_k, u_k) \leq 0; \quad x_0 = x(0),$$

где $x(0)$ – начальное значение вектора состояния; $q: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ – целевая функция, при этом:

$$q(x_k, u_k) > 0; \quad \forall (x_k, u_k) \neq 0; \quad q(0, 0) = 0.$$

Последовательность управляющих воздействий, полученная в результате решения задачи на бесконечном горизонте, приводит систему в начало координат.

Управление с прогнозирующей моделью

В общем случае задача (1) не решается аналитически или численно. Эффективной альтернативой является управление со скользящим горизонтом (receding horizon), при котором на каждом шаге i численно решается задача на конечном интервале N , но реализуется только первое управление u_i , затем процесс повторяется. Такой подход называют управлением с прогнозирующей моделью (MPC). Далее рассматривается линейно-квадратичная формулировка MPC на основе линейной дискретной модели.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) &= Cx(k), \end{aligned} \quad (2)$$

где $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – матрица системы; $B \in \mathbb{R}^{m \times m}$ – матрица управления; $C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ – матрица наблюдения.

Задача MPC на i -ом такте:

$$J_i^*(x_i) = \min_{u_i, \dots, u_{i+N-1}} \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [x_{i+k}^T Q x_{i+k} + u_{i+k}^T R u_{i+k}] + \frac{1}{2} x_{i+N}^T P x_{i+N}, \quad (3)$$

при условиях:

$$x_{i+k+1} = Ax_{i+k} + Bu_{i+k};$$

$$HX \leq h, \quad X = [x_i, \dots, x_{i+N}]^T;$$

$$GU \leq g, \quad U = [u_i, \dots, u_{i+N-1}]^T;$$

$$x_i = x(i),$$

где $Q, P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – полуположительно определенные матрицы; $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$ – положительно определенная матрица.

На рисунке 1 представлен алгоритм реализации метода MPC.

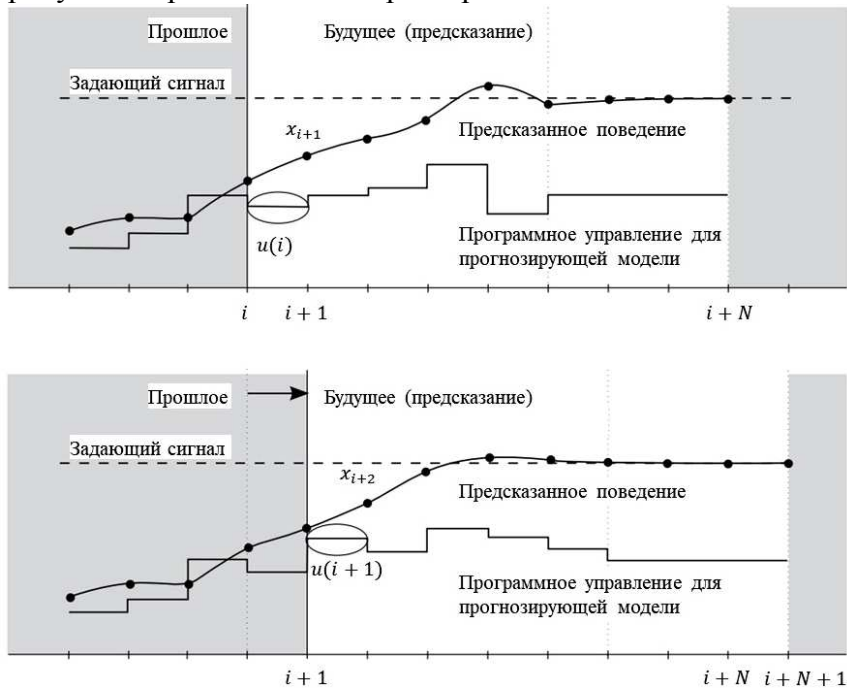


Рис. 1. Алгоритм реализации метода MPC

Общая схема управления с прогнозирующей моделью состоит из следующих действий [5].

1. Измерение или оценивание вектора состояния $x(i)$ управляемого объекта в момент времени i ;
2. Решение оптимизационной задачи (3) для прогнозирующей модели с начальным условием $x_i = x(i)$;
3. Использование u_i из найденного оптимального решения в качестве программного управления на отрезке $[i; i+1]$;
4. Замена момента времени i на момент $i+1$ и повторение операций, указанных в пунктах 1-3.

Сведение задачи отслеживания выходных переменных к задаче МРС

Задача (3) применима для ограниченного круга задач управления в режиме регулирования. Для системы (2) ставится задача синтеза алгоритма управления, обеспечивающего асимптотическую сходимость выходных переменных $y(i)$ к заданным сигналам $r(i)$:

$$J_i^*(y_i) = \min_{u_i, \dots, u_{i+N-1}} \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \left[(y_{i+k} - r_{i+k})^T Q (y_{i+k} - r_{i+k}) + u_{i+k}^T R u_{i+k} \right] + \frac{1}{2} (y_{i+N} - r_{i+N})^T P (y_{i+N} - r_{i+N}).$$

при условиях:

$$x_{i+k+1} = Ax_{i+k} + Bu_{i+k};$$

$$y_{i+k} = Cx_{i+k};$$

$$HX \leq h, \quad X = [x_i, \dots, x_{i+N}]^T;$$

$$GU \leq g, \quad U = [u_i, \dots, u_{i+N-1}]^T;$$

$$x_i = x(i).$$

Метод МРС в задаче отслеживания углового движения БПЛА

Рассмотрим применение метода МРС для синтеза алгоритмов отслеживания углового движения БПЛА самолетного типа. Динамика угла тангажа описывается уравнением [7]:

$$\ddot{\theta} = -a_1 \dot{\theta} - a_2 \theta + a_3 \delta_e$$

где θ – угол тангажа; δ_e – угол наклона руля высоты. Выражения для коэффициентов a_1 , a_2 , a_3 подробно изложены в [7].

В задаче управления БПЛА можно добавить ограничения на углы отклонения рулей и их скорости изменения для учета динамики рулевого привода:

$$\delta_e^{\min} \leq \delta \leq \delta_e^{\max};$$

$$\Delta \delta_e^{\min} \leq \Delta \delta \leq \Delta \delta_e^{\max}.$$

Результаты компьютерного моделирования

Компьютерное моделирование проведено в среде MATLAB. Стандартная задача квадратичного программирования решается с помощью функции quadprog. В качестве объекта управления использована модель БПЛА Aerosonde с параметрами, взятыми из работы [7]. Модель БПЛА, используемая в МРС, получена посредством дискретизации непрерывной динамической системы.

Период дискретизации: $h = 0,1$ с. Длина горизонта управления: $N = 8$. Ограничения на управления: $-30^\circ \leq \delta_e \leq 30^\circ$.

На рисунках 2 и 3 представлены графики угла тангажа и угла отклонения руля высоты. Анализ полученных результатов показывает, что заданное угловое движение успешно отслеживается, при этом ограничение на управляющие воздействия соблюдаются.

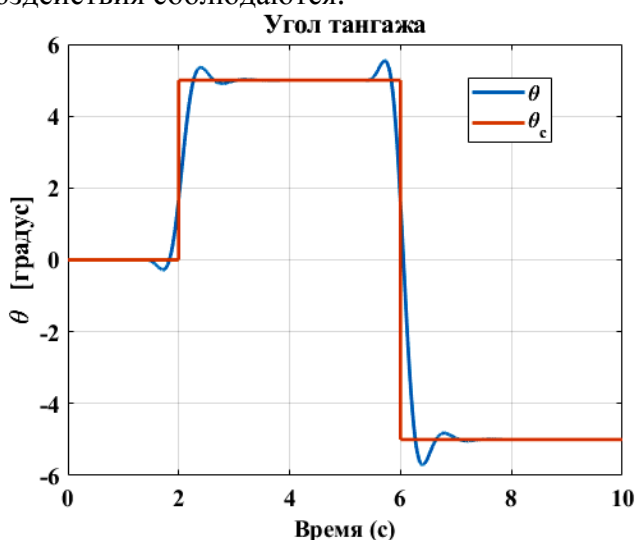


Рис. 2. Угол тангажа

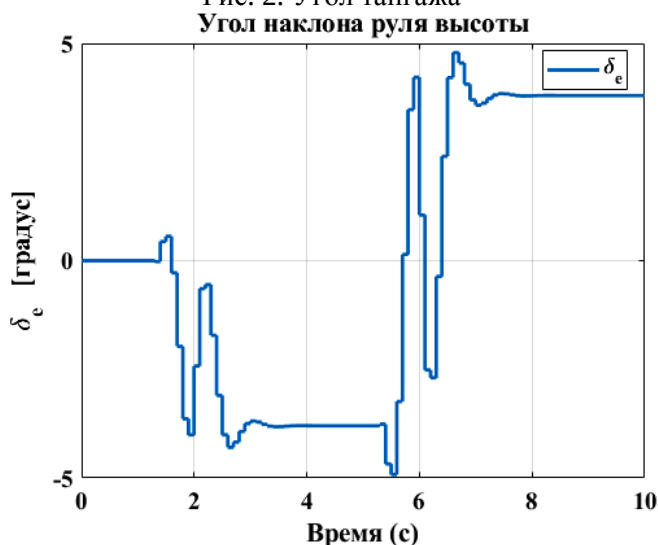


Рис. 3. Угол наклона руля высоты

Заключение

Метод МРС продемонстрировал высокую эффективность в задаче отслеживания углового движения БПЛА с учетом физических ограничений и динамики системы. Несмотря на высокую вычислительную сложность, связанную с решением задач оптимизации в реальном времени, развитие вычислительных технологий делает МРС перспективным инструментом для синтеза алгоритмов управления БПЛА.

Список литературы

1. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б., Нгуен Т.К., Фам К.Ф. Планирование маршрутов полета БПЛА в задачах группового патрулирования протяженных территорий // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2023. – Т. 24, № 7. – С. 374-381. – DOI: 10.17587/mau.24.374-381.
2. Luis Merino, José Ramiro Martínez-de Dios, Aníbal Ollero. Cooperative Unmanned Aerial Systems for Fire Detection, Monitoring, and Extinguishing // Valavanis, K., Vachtsevanos, G. (eds) Handbook of Unmanned Aerial Vehicles. Springer, Dordrecht. 2014, pp. 2693-2722. doi.org/10.1007/978-90-481-9707-1_74.
3. Pham P.Q., Filimonov N.B., Optimization and Robustization of Angular Motion Control of an Automatic Maneuverable Aerial Vehicle // Jordan, V., Tarasov, I., Shurina, E., Filimonov, N., Faerman, V. (eds) High-Performance Computing Systems and Technologies in Scientific Research, Automation of Control and Production. HPCST 2022. Communications in Computer and Information Science, vol 1733. Springer, Cham. pp. 230-249. doi.org/10.1007/978-3-031-23744-7_18.
4. Веремей Е.И., Сотникова М.В. Управление с прогнозирующими моделями: учебное пособие. – Воронеж: Изд-во «Научная книга», 2016. – 214 с.
5. Borrelli F., Bemporad A., Morari M. Predictive Control for Linear and Hybrid Systems. – Cambridge University Press, 2017. – 448 p.
6. Рэндал Ую Биард, Тимоти У. МакЛэйн. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика. – М.: ТЕХНОСФЕРА, 2015. – 312 с.

References

1. Filimonov A.B., Filimonov N.B., Nguyen T.K., Pham Q.P. Planning of UAV flight routes in the tasks of group patrolling of extended territories // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2022, vol. 23, no. 5, pp. 227-235. DOI: 10.17587/mau.24.374-381.
2. Luis Merino, José Ramiro Martínez-de Dios, Aníbal Ollero. Cooperative Unmanned Aerial Systems for Fire Detection, Monitoring, and Extinguishing // Valavanis, K., Vachtsevanos, G. (eds) Handbook of Unmanned Aerial Vehicles. Springer, Dordrecht. 2014, pp. 2693-2722. doi.org/10.1007/978-90-481-9707-1_74.
3. Pham P.Q., Filimonov N.B., Optimization and Robustization of Angular Motion Control of an Automatic Maneuverable Aerial Vehicle // Jordan, V., Tarasov, I., Shurina, E., Filimonov, N., Faerman, V. (eds) High-Performance Computing Systems and Technologies in Scientific Research, Automation of Control and Production. HPCST 2022. Communications in Computer and Information Science, vol. 1733. Springer, Cham. pp. 230-249. doi.org/10.1007/978-3-031-23744-7_18.
4. Veremey E.I., Sotnikova M.V. Control for predictive models: textbook. – Voronezh: Scientific Book Publishing House, 2016. – 214 p.
5. Borrelli F., Bemporad A., Morari M. Predictive Control for Linear and Hybrid Systems. – Cambridge University Press, 2017. – 448 p.
6. Randall Uyu Biard, Timothy W. McLane. Small unmanned aerial vehicles: theory and practice. – M.: TECHNOSPHERE, 2015. – 312 p.

Фам Куок Фонг – аспирант

hvkts1421996@gmail.com

Pham Quoc Phong – postgraduate student

Received 26.06.2025