

ПРИМЕНЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В ОЦЕНКЕ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Зеньков Е.В., Толмачева И.А.

*Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск,
Россия*

Ключевые слова: теория упругости, метод конечных элементов, модельная задача, вычислительная эффективность, задача Ламе, оценка достоверности.

Аннотация. В статье рассматривается применение инженерных технологий при изучении фундаментальных явлений и процессов, происходящих в нескольких упруго-деформируемых телах, напряженное состояние которых моделировалось с помощью численного метода конечных элементов. Использование такого решения позволяет осуществить анализ точности и достоверности конечно-элементных приближений, используемых при моделировании различных технических задач механики деформирования.

APPLICATION OF ELASTICITY THEORY PROBLEMS IN ASSESSING THE RELIABILITY OF FINITE ELEMENT APPROXIMATIONS

Zenkov E.V., Tolmacheva I.A.

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia

Keywords: elasticity theory, finite element method, model problem, computational efficiency, Lamé problem, reliability assessment.

Abstract. The article discusses the application of engineering technologies in studying fundamental phenomena and processes occurring in several elastically deformable bodies, the stress state of which was modeled using the numerical finite element method. The use of such a solution allows for an analysis of the accuracy and reliability of finite element approximations used in modeling various technical problems of deformation mechanics.

В настоящее время при решении различных технических задач механики и прочности высоконагруженных конструкций различного назначения, в том числе и при расчетном обосновании проектных решений, получило широкое распространение математическое моделирование физических процессов и явлений на основе метода конечных элементов (МКЭ) [1-2]. При этом вычислительная эффективность разрабатываемых численных моделей должна обеспечиваться необходимой степенью их конечно-элементной (КЭ) дискретизации, обусловленная подбором определенного количества КЭ.

Выбор оптимальной дискретизации КЭ-сетки с использованием различных алгоритмов её разбиения может быть осуществлен на основе постановки вычислительного эксперимента, включающего построение численного решения напряженно-деформированного состояния (НДС) соответствующей модельной задачи теории упругости [3, 4]. В виду того, что прочность высоконагруженных конструкций определяется, как правило, уровнем и видом возникающего НДС в местах конструктивных неоднородностей – отверстий, пазов, вырезов, галтелей, актуальной является

задача определения достоверных сведений о НДС именно в этих зонах концентрации напряжений. В данной работе с указанных позиций приводится алгоритм моделирования несколько модельных задач, численное решение которых позволяет подобрать степень оптимальной дискретизации КЭ-сетки для последующего анализа НДС высоконагруженных конструкций.

При моделировании концентрации напряжений наиболее наглядным примером является решение задачи о распределении НДС в пластинах вблизи центральных малых кругового и эллиптического отверстий, а также задачи о распределении НДС в полом цилиндре (рис. 1) [3, 4]. Моделирование указанных задач по МКЭ [5] выполнялось по следующему алгоритму: разработка конечно-элементной модели, создание условий нагружения и закрепления, анализ полученного распределения НДС, вывод о величине погрешности численного решения в сравнении с аналитическим.

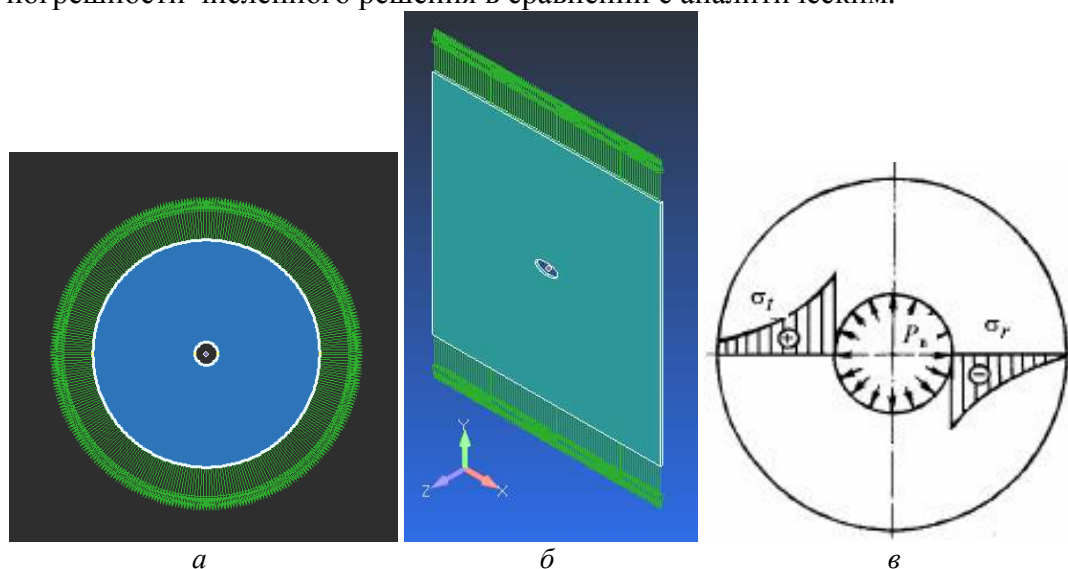


Рис. 1. Аналитически описываемые задачи теории упругости

а – задача о распределении НДС около кругового отверстия в круглой пластине, *б* – задача о распределении НДС около малого эллиптического отверстия в прямоугольной пластине, *в* – задача о распределении НДС в полом цилиндре

По результатам выполнения всех этапов алгоритма и проведения соответствующего статического анализа расчетная программа, реализующая МКЭ, выдает соответствующие распределения напряжений в рассматриваемых телах (рис. 2).

Расчетные напряжения (рис. 2) позволяют утверждать, что около конструктивных неоднородностей происходит подъём уровня напряжений. Как показало сопоставление расчётного и аналитического [4] значений величин соответствующих напряжений в зонах концентрации напряжений, погрешность осуществлённых вычислительных экспериментов для выбранных случаев дискретизации конечно-элементной разбивки не превысила инженерной, равной 5 процентам. При этом условием такой сходимости решения является

количество КЭ на четверти дуги круглого отверстия не менее 16 и на четверти дуги эллиптического отверстия не менее 6.

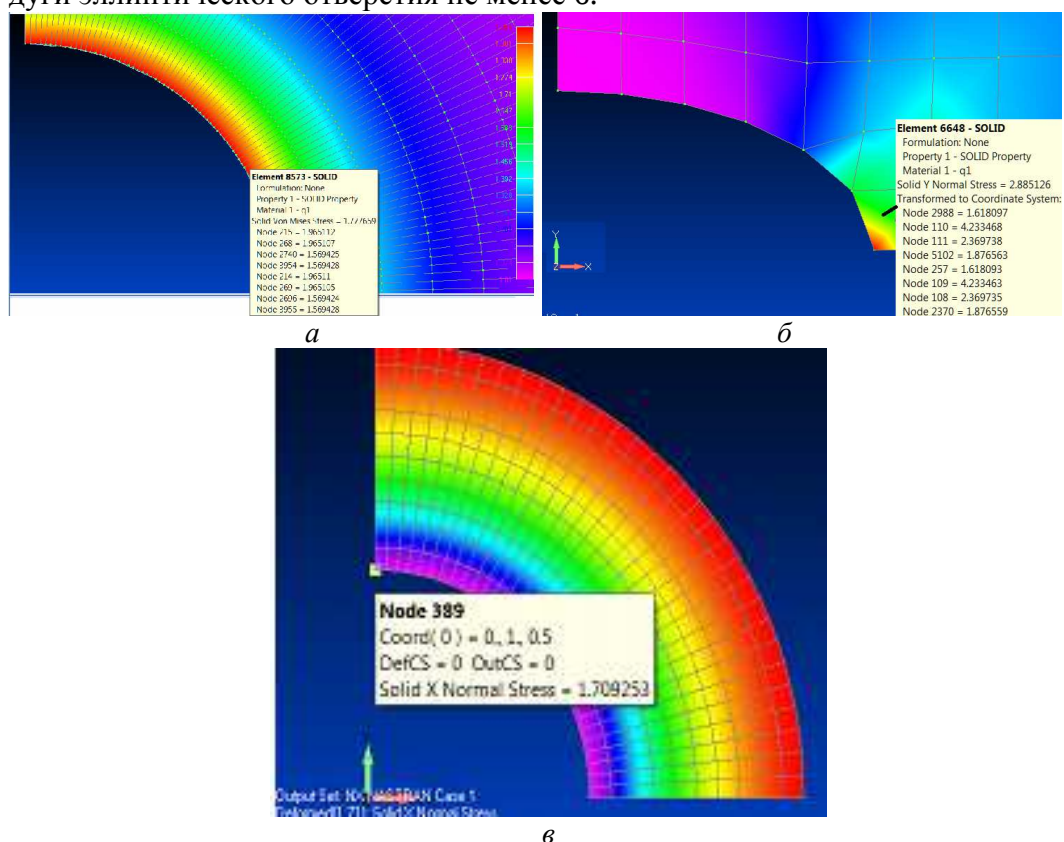


Рис. 2. Распределение расчетных напряжений по результатам моделирования задач теории упругости: а – около кругового отверстия, б – около эллиптического отверстия, в – в полем цилиндре

В заключении необходимо отметить, что применение аналитически описываемых задач теории упругости в оценке достоверности конечно-элементных приближений является эффективным инструментом и его возможно использовать при моделировании различных технических задач процесса деформирования конструкций с различными по форме концентраторами напряжений.

Список литературы

1. Когаев В.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
2. Цвик Л.Б., Зеньков Е.В., Бочаров И.С. Вычислительная механика деформирования деталей вагонов: монография. – Иркутск: ИрГУПС, 2020. – 164 с.
3. Зеньков Е.В. Теория упругости [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://sdo.irgups.ru/course/view.php?id=144>.
4. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.

5. Шимкович Д.Г. Femap & Nastran. Инженерный анализ методом конечных элементов. – М.: ДМК Пресс, 2008. – 704 с.

References

1. Kogaev V.P. Calculations of machine parts and structures for strength and durability: Handbook. – М.: Mechanical Engineering, 1985. – 224 p.
2. Tsvik L.B., Zenkov E.V., Bocharov I.S. Computational mechanics of deformation of car parts: monograph. – Irkutsk: IrGUPS, 2020. – 164 p.
3. Zenkov E.V. Theory of elasticity [Electronic resource]. – Access mode: <https://sdo.irgups.ru/course/view.php?id=144>.
4. Timoshenko S.P., Goodyer J. Theory of elasticity. – М.: Science, 1979. – 560 p.
5. Shimkovich D.G. Femap & Nastran. Engineering analysis by the finite element method. – М.: DMK Press, 2008. – 704 p.

Зеньков Евгений Вячеславович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры управления качеством и инженерная графика	Zenkov Evgeniy Vyacheslavovich – candidate of technical sciences, associate professor, associate professor of the Department of quality management and engineering graphics
Толмачева Ирина Александровна – студентка	Tolmacheva Irina Aleksandrovna – student
jovanny1@yandex.ru	

Received 21.02.2025