

К ВОПРОСУ АНАЛИЗА ЛИНИИ С НЕОДНОРОДНЫМИ РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Канов Л.Н., Конева С.А., Пронина А.К.

Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия

Ключевые слова: электроэнергетическая система, кабельные линии, распределенные параметры, аналитическая аппроксимация удельных параметров, комплексные напряжение, ток, нагрузка, краевая задача.

Аннотация. Представлена математическая модель режима линии с неоднородными распределенными параметрами электроэнергетических систем на базе использования аналитической аппроксимации зависимости удельных параметров линии от расстояния по длине. Методика анализа режима линии сводится к решению системы линейных дифференциальных уравнений с переменными параметрами. Приведен пример описания алгоритма решения краевых задач для уравнений модели с одним источником питания.

ON THE ISSUE OF ANALYZING LINES WITH INHOMOGENEOUS DISTRIBUTED PARAMETERS OF ELECTRIC POWER SYSTEMS

Kanov L.N., Koneva S.A., Pronina A.K.

Sevastopol State University, Sevastopol, Russia

Keywords: electric power system, cable lines, distributed parameters, analytical approximation of specific parameters, complex voltage, current, load, boundary value problem.

Abstract. A mathematical model of the line mode with inhomogeneous distributed parameters of electric power systems is presented based on the use of analytical approximation of the dependence of the specific parameters of the line on the distance along the length. The method of analyzing the line mode is reduced to solving a system of linear differential equations with variable parameters. An example of a description of an algorithm for solving boundary value problems for equations of a model with a single power source is given.

Введение

В настоящее время все чаще для передачи электроэнергии используются длинные кабельные линии. Целью является освобождение территорий под трассами воздушных линий и соблюдение требований экологической безопасности [1-3]. Кроме того, кабельные линии являются практически единственным способом передачи электроэнергии через большие водные пространства, например, в оффшорных электростанциях [4]. Кабельные электропроводы относятся к линиям с распределенными параметрами. Несмотря на защиту их от ветра и гололедных нагрузок, они подвержены другим отрицательным внешним воздействиям: наличие влаги, химической агрессивности среды, блуждающим токам, механическим повреждениям, дополнительному нагреву или охлаждению отдельных участков. Все перечисленные факторы воздействия могут привести к изменению их удельных параметров на единицу длины, а также к снижению точности и достоверности их расчетов.

В статье ставится цель достичь повышения точности и достоверности расчетов режимов длинных кабельных линий с использованием оперативного контроля и оценки их удельных параметров и решаются следующие задачи:

1) представлена методика оценки зависимости первичных параметров кабельных линий по их длине;

2) предложена процедура точного расчета стационарного режима линий на основе комплексных дифференциальных уравнений.

Основные уравнения линии

Соотношения между токами i и напряжениями u на границах элементарного участка линии длиной dl определяются двумя уравнениями в частных производных [5-7].

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= g_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где r_0 , g_0 , L_0 , C_0 – активные сопротивление и проводимость, индуктивность и емкость на единицу длины линии.

Уравнение (1) линии с источником синусоидального напряжения $\dot{U} = Ue^{j\omega t}$ для установившегося по времени режима в комплексной форме

$$-\frac{d\dot{U}}{dx} = \underline{Z}_0 \dot{I}; \quad -\frac{d\dot{I}}{dx} = \underline{Y}_0 \dot{U}, \quad (2)$$

где $\underline{Z}_0 = r_0 + j\omega L_0$; $\underline{Y}_0 = g_0 + j\omega C_0$ – комплексные сопротивление и проводимость единицы длины линии соответственно. После дифференцирования по x уравнений (2) и взаимной подстановки получаем два однотипных линейных дифференциальных уравнения 2-го порядка, характеризующие изменение вдоль линии

$$-\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = -\underline{Z}_0 \underline{Y}_0 \dot{U}; \quad -\frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = -\underline{Z}_0 \underline{Y}_0 \dot{I}. \quad (3)$$

Решения уравнений (3) напряжения и тока примут вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}(x) &= \underline{A}_1 e^{-\gamma x} + \underline{A}_2 e^{\gamma x}; \\ \dot{I}(x) &= \frac{\underline{A}_1 e^{-\gamma x} - \underline{A}_2 e^{\gamma x}}{\underline{Z}_B}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Z}_0 \underline{Y}_0}$ – коэффициент распространения; $\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{\underline{Z}_0}{\underline{Y}_0}}$ – волновое сопротивление линии; $\underline{A}_1$, $\underline{A}_2$ – комплексные постоянные, определяемые из условий на концах линии при $x = 0$ и $x = l$.

Формулы (4) имеют место только для однородных линий, в которой удельные параметры равномерно распределены вдоль линии по длине. Если параметры являются функциями расстояния вдоль линии:

$r_0(x)$, $g_0(x)$, $L_0(x)$, $C_0(x)$, то линия неоднородная, то ее уравнения записываются следующим образом

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d^2 U(x)}{dx^2} &= -Z_0(x)Y_0(x)U(x); \\ -\frac{d^2 I(x)}{dx^2} &= -Z_0(x)Y_0(x)I(x). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для анализа длинной линии, ее длину l разбивают на n отрезков с длинами x_i , $i=1, 2, \dots, n$, а затем параметры $Z_{0i}(x)$, $Y_{0i}(x)$ на каждом участке усредняются [8]. В этом случае линия описывается n выражениями (4) с удельными параметрами γ_i , Z_i и постоянными A_{1i} , A_{2i} , которые определяются из граничных условий на концах участков, при этом погрешности в результате расчетов не учитывают. Для повышения точности расчетов нами предлагается применить аналитическую аппроксимацию удельных параметров линии по расстоянию x .

Аппроксимация удельных параметров неоднородной линии

На практике при аппроксимации применяются комбинации известных базовых функций [9]. Выполним аппроксимацию продольного удельного сопротивления жилы кабеля $r_0(x)$ Ом/км длиной 15 км, характерный график которого в оффшорных линиях по участкам кабеля длиной по 1 км представлен на рисунке 1. Распределительной подстанции соответствует координата $x = 0$, а выходной трансформатор оффшорной электростанции в точке $x = l$. Остальные удельные параметры неизменны.

В исходной базовой функции вида

$$R_0(x) = [a \cdot \arctg(-b \cdot x + c) + d] \cdot 10^{-5} \text{ Ом/м.} \quad (6)$$

Производим выбор коэффициентов a , b , c , d , при которых график (6) возможно более точно аппроксимировал бы график на рисунке 1

$$\Delta(x, a, b, c, d) = \int_0^l (R_0(x) - r_0(x))^2 \rightarrow \min$$

при $r_0(x) = r_{0i}$, $x \in [x_i, x_{i+1}]$ – границы i -го участка; $i = 1, 2, \dots, 15$.

Для нахождения минимума $\Delta(x, a, b, c, d)$ был выбран метод Нелдера–Мида [10]. За исходные опорные значения коэффициентов в соответствии с рис.1 применены: $a = 1$; $b = 0,001$; $c = d = 5$. В результате поиска получены оптимальные значения коэффициентов: $a_* = 0,6895$; $b_* = 0,0006$; $c_* = 3,53$; $d_* = 4,5$. На рисунке 2 приведен график сопротивления (6) имеющий приемлемое соответствие аппроксимации и достаточную точность, а также для сравнения повторен график $r_0(x)$. Представленная аппроксимация не позволяет получить аналитическое выражение вида (4), однако представляет удобную возможность численного решения уравнений (2).

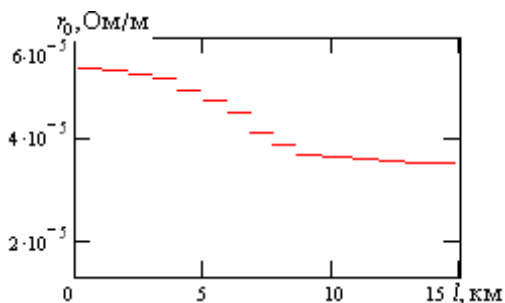


Рис. 1. Кусочно-линейная аппроксимация удельного сопротивления жилы кабеля

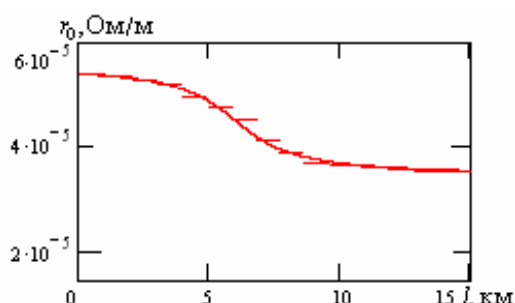


Рис. 2. Аналитическая аппроксимация удельного сопротивления жилы кабеля

Покажем на конкретном примере применение предлагаемого подхода к анализу режимов распределительных линий с неоднородно распределенными параметрами.

Электрораспределительная система с одним источником питания и нагрузкой

На рисунке 3 представлена простая цепь с распределенными параметрами, содержащая источник ЭДС $\dot{E}$ и нагрузку $\underline{Z}_H = R_H + jX_H$.

В комплексных дифференциальных уравнениях (2) представим систему линейных дифференциальных уравнений для вещественных и мнимых составляющих напряжений и токов:

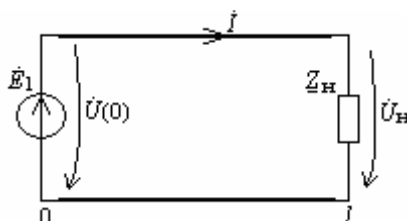


Рис. 3. Простая электрическая цепь с распределенными параметрами

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \operatorname{Re} \dot{U}(x)}{dx} &= -R_0(x) \cdot \operatorname{Re} \dot{I}(x) + \omega L_0 \cdot \operatorname{Im} \dot{I}(x); \\ \frac{d \operatorname{Im} \dot{U}(x)}{dx} &= -R_0(x) \cdot \operatorname{Im} \dot{I}(x) - \omega L_0 \cdot \operatorname{Re} \dot{I}(x); \\ \frac{d \operatorname{Re} \dot{I}(x)}{dx} &= -g_0 \cdot \operatorname{Re} \dot{U}(x) + \omega C_0 \cdot \operatorname{Im} \dot{U}(x); \\ \frac{d \operatorname{Im} \dot{I}(x)}{dx} &= -g_0 \cdot \operatorname{Im} \dot{U}(x) - \omega C_0 \cdot \operatorname{Re} \dot{U}(x). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Для краткости введем вектор y вещественных и мнимых частей напряжения и тока вдоль линии, а также матрицу A уравнений системы.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -r_0(x) & \omega L_0 \\ 0 & 0 & -\omega L_0 & -r_0(x) \\ -g_0 & \omega C_0 & 0 & 0 \\ -\omega C_0 & -g_0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad y = \begin{bmatrix} \operatorname{Re} \dot{U}(x) \\ \operatorname{Im} \dot{U}(x) \\ \operatorname{Re} \dot{I}(x) \\ \operatorname{Im} \dot{I}(x) \end{bmatrix}.$$

Уравнения (7) теперь примут вид

$$\frac{dy(x)}{dx} = A \cdot y(x). \quad (8)$$

Уравнения (8) допускают решение численными методами [11-12]. Необходимо, чтобы напряжение и ток в начале и конце линии удовлетворяли конкретной конфигурации системы. Пусть напряжение источника питания $\dot{E} = \dot{U}(0)$ обеспечивает напряжение на нагрузке $\dot{U}(l) = \dot{U}_H = \dot{I}(l) \cdot \underline{Z}_H$, тогда запишем в развернутой форме системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} \dot{U}(l) &= R_H \cdot \operatorname{Re} \dot{I}(l) - X_H \cdot \operatorname{Im} \dot{I}(l); \\ \operatorname{Im} \dot{U}(l) &= X_H \cdot \operatorname{Re} \dot{I}(l) + R_H \cdot \operatorname{Im} \dot{I}(l). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Полагая $\dot{U}(l) = \dot{U}_H = 0 - jU_H$ и известными параметры нагрузки $\underline{Z}_H = R_H + jX_H$, из последних двух уравнений получаем составляющие тока в нагрузке $\operatorname{Re} \dot{I}(l)$ и $\operatorname{Im} \dot{I}(l)$.

Теперь уравнения (9) можно решить обратным ходом от $x = l$ до $x = 0$ с найденными конечными условиями: $\operatorname{Re} \dot{U}(l) = 0$; $\operatorname{Im} \dot{U}(l) = -U_H$; $\operatorname{Re} \dot{I}(l)$ и $\operatorname{Im} \dot{I}(l)$ и в точке $x = 0$ даст составляющие входного напряжения $\operatorname{Re} \dot{U}(0)$, $\operatorname{Im} \dot{U}(0)$ и тока $\operatorname{Re} \dot{I}(0)$, $\operatorname{Im} \dot{I}(0)$. Это решение позволяет получить и распределение мощностей по линии $\dot{U}(x)\dot{I}(x)$:

$$P(x) = \operatorname{Re} \dot{U}(x) \operatorname{Re} \dot{I}(x) + \operatorname{Im} \dot{U}(x) \operatorname{Im} \dot{I}(x);$$

$$Q(x) = -\operatorname{Re} \dot{U}(x) \operatorname{Im} \dot{I}(x) + \operatorname{Im} \dot{U}(x) \operatorname{Re} \dot{I}(x).$$

На рисунках 4, 5 представлены графики составляющих напряжения, тока и мощностей, рассчитанных при следующих типичных данных распределительной системы небольшой мощности: $U_H = 480$ В; $R_H = 5$ Ом; $X_H = 4$ Ом. Из графиков следует, что $\operatorname{Re} \dot{U}(0) = -340,53$ В; $\operatorname{Im} \dot{U}(0) = -39,05$ В; $\operatorname{Re} \dot{I}(0) = -242,81$ А; $\operatorname{Im} \dot{I}(0) = -16,36$ А. Мощности на концах линии: $P(0) = 83,32$ кВт; $P(l) = 28,1$ кВт; $Q(0) = 3,9$ кВАр; $Q(l) = 22,48$ кВАр. Напряжение, ток и мощность существенно изменяются по длине линии.

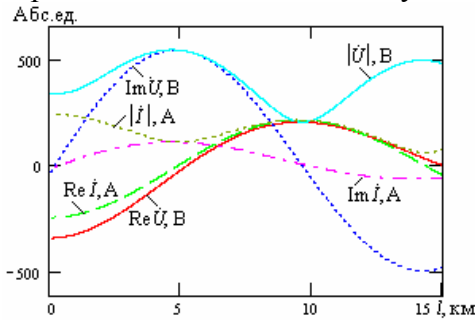


Рис. 4. Составляющие напряжения и тока вдоль линии

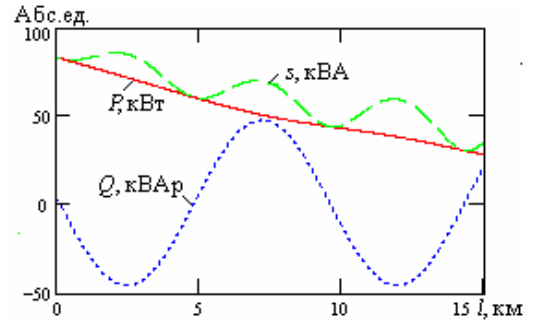


Рис. 5. Распределение мощностей вдоль линии

Заключение

Предложенный способ расчета режима электроэнергетической системы переменного тока позволяет повысить точность анализа распределительной линии с неоднородными распределенными параметрами за счет аналитической аппроксимации зависимостей первичных удельных параметров линии по длине. Методика сводится к численному решению дифференциальных уравнений в краевой задаче для напряжений и токов с граничными условиями на концах распределительной линии.

Перспективным направлением дальнейших исследований является распространение методики на разветвленные электроэнергетические системы с несколькими распределительными линиями и центрами питания.

Список литературы

1. Веников В.А., Глазунов А.А., Жуков Л.А. и др. Электрические системы. Электрические сети / Под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева. – М.: Высшая школа, 1998. – 511 с.
2. Сазыкин В.Г., Багметов А.А. Графоаналитический метод определения оптимального места расположения пунктов сетевого секционирования // Известия вузов. Электромеханика. – 2022. – Т. 65, №4. – С. 86-96. – doi.org/10.17213/0136-3360-2022-4-86-96.
3. Логунов А.В., Шлык Ю.К. Разработка модели кабельной линии с повреждением на основе теории четырехполюсников с переменной топологией // Известия вузов. Электромеханика. – 2023. – Т. 66, №3. – С. 48-54. – DOI: 10.17213/01136-3360-2023-3-48-54.
4. Олейников А.М., Канов Л.Н. Особенности математического моделирования передачи электроэнергии от ветроэлектростанций в оффшорных зонах // Тезисы докладов Международной научно-практической конференции «Системы контроля окружающей среды – 2022». – Севастополь: Изд-во ИПТС, 2022. – С. 43.
5. Демирчан К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.А. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Т. 2. – СПб.: Питер, 2003. – 576 с.
6. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. 1 часть. – М.: Изд-во «Юрайт», 2012. – 701 с.
7. Каганов З.Г. Электрические цепи с распределенными параметрами; цепные схемы. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248 с.
8. Васильев В.В., Грёзов Г.И., Симак Л.А. и др. Моделирование динамических систем. Аспекты мониторинга и обработки сигналов. – К.: НАН Украины, 2002. – 344 с.
9. Струченков В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах. – М.: СОЛОН – ПРЕСС, 2009. – 320 с.
10. Вержбицкий В.М., Численные методы (Математический анализ и дифференциальные уравнения). – М.: Высшая школа, 2001. – 382 с.
11. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1990. – 512 с.
12. Бахвалов Н.С. Численные методы. Т. 1. – М.: Наука, 1975. – 631 с.

References

1. Venikov V.A., Glazunov A.A., Zhukov L.A., etc. Electrical systems. Electrical networks / Edited by V.A. Venikov, V.A. Stroeve. – M.: Higher School, 1998. – 511 p.
2. Sazykin V.G., Bagmetov A.A. Graphoanalytical method for determining the optimal location of network partitioning points // News of universities. Electromechanics. 2022, vol. 65, no. 4, pp. 86-96. doi.org/10.17213/0136-3360-2022-4-86-96.
3. Logunov A.V., Shlyk Yu.K. Development of a damaged cable line model based on the theory of quadrupole cables with variable topology // News of universities. Electromechanics. 2023, vol. 66, no. 3, pp. 48-54. DOI: 10.17213/01136-3360-2023-3-48-54.
4. Oleynikov A.M., Kanov L.N. Features of mathematical modeling of electricity transmission from wind farms in offshore zones // Abstracts of the International scientific and practical Conference "Environmental control systems-2022". – Sevastopol: IPTS publ. house, 2022. – P. 43.
5. Demirchan K.S., Neiman L.R., Korovkin N.V., Chechurin V.A. Theoretical foundations of electrical engineering: In 3 vol. Vol. 2. – SPb.: Piter, 2003. – 576 p.
6. Bessonov L.A. Theoretical foundations of electrical engineering. Electrical circuits. Part 1. – M.: Publ. house "Yurayt", 2012. – 701 p.
7. Kaganov Z.G. Electrical circuits with distributed parameters; circuit diagrams. – M.: Energoatomizdat, 1990. – 248 p.
8. Vasiliev V.V., Grezov G.I., Simak L.A. and others. Modeling of dynamic systems. Aspects of monitoring and signal processing. – K.: NAS of Ukraine, 2002. – 344 p.
9. Struchenkov V.I. Optimization methods in applied problems. – M.: SOLON – PRESS, 2009. – 320 p.
10. Verzhbitsky V.M. Numerical methods (Mathematical analysis and differential equations). – M.: Higher School, 2001. – 382 p.
11. Hairer E., Nersett S., Wanner G. The solution of ordinary differential equations. – M.: World, 1990. – 512 p.
12. Bakhvalov N.S. Numerical methods. Vol.1. – M.: Science, 1975. – 631 p.

Канов Лев Николаевич – кандидат технических наук, доцент	Kanov Lev Nikolaevich – candidate of technical sciences, associate professor
Конева Светлана Андреевна – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой	Koneva Svetlana Andreevna – candidate of technical sciences, associate professor, head of Department
Пронина Анна Константиновна – доцент	Pronina Anna Konstantinovna – associate professor
pronina-a@bk.ru	

Received 19.11.2024