https://doi.org/10.26160/2474-5901-2024-43-22-41

АЛГОРИТМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СКОРОСТЕЙ В КОМАНДАХ НАВЕДЕНИЯ ДЛЯ КОСМИЧЕСКИХ МАНИПУЛЯТОРОВ ПОДОБНЫХ SSRMS

Яскевич А.В.

ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С.П. Королева», Королев, Россия

Ключевые слова: космический манипулятор, SSRMS, управление движением, прицельная телекамера, требуемые скорости, обратная задача кинематики.

Аннотация. Управление движением космического манипулятора в рабочем пространстве с приблизительно известными координатами выполняется с использованием телекамеры, установленной на манипуляторе или переносимом объекте, и команд ее наведения. Эти команды задают необходимые относительные линейные и угловые перемещения телекамеры относительно ее текущего положения. Каждое относительное перемещение рассматривается как результат соответствующей скорости, действующей в течение некоторого временного интервала. Для реализации управления линейные и угловые декартовые скорости в командах наведения преобразуются в скорости вращения приводов шарниров манипулятора, длительность их действия определяется в зависимости от необходимых перемещений. В данной работе описан алгоритм такого преобразования для манипуляторов с кинематической схемой подобной SSRMS.

TRANSFORMATION ALGORITHM OF AIMING COMMAND VELOCITIES FOR SPACE ROBOTIC ARMS LIKE SSRMS

Yaskevich A.V.

Rocket Space Corporation "Energia" named after S.P. Korolev, Korolev, Russia

Keywords: space robotic arm, SSRMS, motion control, aiming TV-camera, demand velocities, inverse kinematic problem.

Abstract. Motion control of space robotic arm in workspace with approximately known coordinates is executed by using TV-camera mounted on arm or payload and its aiming commands. These commands specify demand linear and angular displacements of TV-camera relative to its current position. Each relative displacement is considered as effect of relevant velocity acting during some time span. For control purpose linear and angular Cartesian velocities of aiming commands are transformed to rotation velocities of arm joints drives, theirs duration is determined depends on needed displacements. This paper describes algorithm of such transformation for robotic arms with kinematics like SSRMS.

Введение. Движение промышленного или космического манипулятора в рабочей зоне, соизмеримой с его размерами, выполняется по заранее определенной траектории, для характерных точек которой определяются наборы линейных и угловых координат захватного устройства. Эти декартовые координаты с помощью решения обратной кинематической задачи для координат преобразуются в обобщенные – перемещения звеньев в шарнирах относительно их исходного положения. Теоретические основы получения траекторий движения манипуляторов в виде наборов декартовых и обобщенных координат достаточно хорошо разработаны [1-8].

Манипуляторы, работающие на внешней поверхности космического аппарата (КА), часто должны выполнять движения в ограниченной рабочей зоне, но требующие точного наведения на объект, положение которого системе управления известно не точно. В этом случае используется телекамера, установленная на манипуляторе или перемещаемом объекте. С ее помощью оператор или автоматическая система оценивают отклонения от желаемого положения и выдают команды наведения телекамеры, в которых задаются ее линейные и угловые перемещения относительно текущего положения для уменьшения наблюдаемых рассогласований. Точность позиционирования обеспечивается за счет итерационного характера наведения, многократной выдачи команд. Такое управление используется при инспекции элементов конструкции, при установке манипулятора на базовую точку при его перешагивании по поверхности орбитальной станции (ОС), при захвате такелажного элемента неподвижного или свободно летающего объекта, при стыковке этого объекта с ОС с помощью специальных механических устройств.

Каждое относительное перемещение можно рассматривать как результат действия соответствующей скорости в течение некоторого временного интервала. Если этот интервал является фиксированной величиной, то в командах наведения можно задавать перемещения, а скорости вычислять, используя решение обратной кинематической задачи для координат. Если он является переменным, например, при задании команд рукоятками управления, то скорости надо задавать непосредственно и решать обратную задачу для скоростей.

В космических манипуляторах SRMS корабля Space Shuttle и SSRMS международной космической станции, разработанных компанией MDA Robotics совместно с канадским космическим агентством [9, 10], параметры команд наведения, т.е. требуемые скорости и длительность их действия, задаются оператором с помощью двух ручек управления. В манипуляторе ERA, разработанном компанией Dutch Space совместно с европейским космическим агентством [11], эти параметры выбираются из фиксированного набора в режиме диалога с управляющим лэптопом. Аналогичные способы предположительно реализованы задания команд также В японском манипуляторе JRMS [12] и в манипуляторе китайской ОС «Тяньгун» [13]. Однако алгоритмы преобразования параметров команд наведения в скорости вращения приводов шарниров для всех этих манипуляторов в открытой печати не опубликованы. Алгоритм решения обратной кинематической скоростей 6-степенного манипулятора корабля залачи ЛЛЯ «Буран», разработанный в виде программного кода 80-е годы ХХ века в ЦНИИ РТК (Е.А. Майрансаев), не был описан и опубликован. Автор данной работы уточнил и описал его, создал новый программный код, который использовал для гибридного моделирования причаливания, то есть стыковки с помощью манипулятора [14]. Позднее на этой основе было разработано решение для 7степенного манипулятора SSRMS, также для моделирования причаливания [15]. При этом параметры команд наведения задавались с помощью ручек

управления. Впоследствии при моделировании операций, выполняемых манипулятором ERA [16] был получен опыт управления с помощью команд наведения, задающих относительные перемещения.

Кинематическая схема SSRMS является наиболее сложной среди исполнительных механизмов со структурой в виде простой кинематической цепи. Она де факто является стандартом космического манипулятора, способного шагать по поверхности ОС. В данной работе для механизмов с такой схемой рассматривается алгоритм преобразования декартовых скоростей, задаваемых в командах наведения, в требуемые скорости вращения приводов. Этот алгоритм может быть использован для разработки программ управления перспективными космическими манипуляторами.

1. Геометрические свойства исполнительного механизма. Исполнительный механизм космического манипулятора подобного SSRMS имеет восемь звеньев (с 0-го по 7-е) и семь вращательных шарниров. Его кинематическая схема в исходной конфигурации (при нулевых углах поворота) приведена на рис. 1. Она является симметричной относительно центра 4-го шарнира, что позволяет каждому из конечных звеньев либо являться корневым, соединенным с базовой точкой на поверхности ОС, либо выполнять функции захватного устройства манипулятора (ЗУМ). В системе обозначений, принятой при описании движения, 0-е звено является корневым, а 7-е – это ЗУМ.

Каждое звено соединено с предшествующим входным, а с последующим выходным шарнирами, с которыми связаны соответственно входные и выходные СК. В i - м звене ($i = \overline{0, 7}$) положение и ориентация выходной СК по отношению к входной определяется постоянными векторами

$$\mathbf{I}_{0}^{(0)} = [L_{0}, 0, 0]^{T}, \ \mathbf{I}_{1}^{(1)} = [0, 0, L_{1}]^{T}, \ \mathbf{I}_{2}^{(2)} = [0, -L_{2}, 0]^{T}, \ \mathbf{I}_{3}^{(3)} = [L_{3a}, -L_{3b}, 0]^{T},$$

 $\mathbf{l}_{4}^{(4)} = [L_{4}, 0, 0]^{T}, \ \mathbf{l}_{5}^{(5)} = [0, -L_{5}, 0]^{T}, \ \mathbf{l}_{6}^{(6)} = [0, 0, -L_{6}]^{T}, \ \mathbf{l}_{7}^{(7)} = [L_{7}, 0, 0]^{T}$ (1.1)

и постоянными матрицами направляющих косинусов $\gamma_i = \mathbf{1}_3$, где $\mathbf{1}_3$ – единичная (3×3) – матрица. Верхний индекс, заключенный в скобки, обозначает номер координатного базиса, в котором выражены компоненты вектора. На рисунке 1 показаны базисы $\mathbf{e}_{x,i}\mathbf{e}_{y,i}\mathbf{e}_{z,i}$, образованные единичными векторами только входных СК $X_iY_iZ_i$ звеньев. Их направление соответствует международному стандарту ISO 1151-1 [17]. Для более компактной записи последующих математических соотношений вводятся дополнительные обозначения единичных векторов $\mathbf{F} = \mathbf{e}_{x,EE}$ и $\mathbf{G} = \mathbf{e}_{z,EE}$.

Углы поворота в шарнирах являются обобщенными координатами q_i , $i = \overline{1,7}$, определяющими текущую конфигурацию исполнительного механизма. С учетом выбранных осей поворота им соответствуют матрицы a_i преобразования из базиса $\mathbf{e}_{x,i}\mathbf{e}_{y,i}\mathbf{e}_{z,i}$ в базис $\mathbf{e}_{x,i+1}\mathbf{e}_{x,i+1}\mathbf{e}_{z,i+1}$

$$\boldsymbol{\alpha}_{i\in\{1,7\}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cq_i & sq_i \\ 0 - sq_i & cq_i \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{\alpha}_{i\in\{3,4,5\}} = \begin{bmatrix} cq_i & 0 - sq_i \\ 0 & 1 & 0 \\ sq_i & 0 & cq_i \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{\alpha}_{i\in\{2,6\}} = \begin{bmatrix} cq_i & sq_i & 0 \\ -sq_i & cq_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
(1.2)

где $sq_i = \sin q_i$, $cq_i = \cos q_i$, i = 1, 7.



Рис. 1. Кинематическая схема исполнительного механизма манипулятора

Телевизионная камера (ТВК), формирующая изображение мишени, может быть установлена на манипуляторе, на перемещаемом объекте или на поверхности ОС. ТВК на ЗУМ манипулятора используется при захвате им базовой точки или такелажного элемента перемещаемого объекта. С центром ее объектива связан координатный базис, единичный вектор $\mathbf{e}_{x,ETV}\mathbf{e}_{y,ETV}\mathbf{e}_{z,ETV}$. При нулевом угле поворота в седьмом шарнире векторы $\mathbf{e}_{z,EE}$ и $\mathbf{e}_{z,ETV}$ параллельны и одинаково направлены с вектором $\mathbf{e}_{z,6}$ 6-го звена. Центр ЗУМ (точка *E*) в базисе $\mathbf{e}_{x,ETV}\mathbf{e}_{y,ETV}\mathbf{e}_{z,ETV}$ определяется постоянным вектором $\mathbf{l}_{ETV,EE}^{(EE)} = [L_{EE,x}, 0, L_{EE,z}]^T$.

При захвате манипулятором такелажного элемента на перемещаемом объекте (ПО) ТВК ЗУМ теряет возможность обзора. Это не мешает переносу объекта по заданной траектории в автоматическом режиме. Но для наведения при его стыковке к ОС с помощью специализированных механических устройств необходимо использовать дополнительную камеру. Если она

установлена на ПО (рис. 2), то с центром ее объектива связан координатный базис $\mathbf{e}_{X,PTV}\mathbf{e}_{Y,PTV}\mathbf{e}_{Z,PTV}$, положение которого относительно координатного базиса $\mathbf{e}_{X,EE}\mathbf{e}_{Y,EE}\mathbf{e}_{Z,EE}$ ЗУМ определяется постоянным вектором $\mathbf{l}_{EE,PTV}^{(EE)}$ и матрицей направляющих косинусов $\gamma_{PTV EE}$.



Рис. 2. Взаимное расположение координатных базисов ЗУМ и дополнительной ТВК при стыковке ПО к ОС

Исполнительный механизм шагающего космического манипулятора имеет семь степеней подвижности, в то время как число независимых движений в декартовых координатах равно шести. Для выполнения однозначного преобразования угол поворота в первом шарнире фиксируется, его неизменное значение соответствует началу процесса наведения. В этом случае механизм становится антропоморфным, его звенья 2, 3, 4 являются транспортирующими, а звенья 5, 6, 7 ориентирующими. На рисунке 3 показаны следующие основные геометрические объекты, которые используются в алгоритме преобразования:

– плоскость рыскания S_Z манипулятора, проходящая через центр первого шарнира и ось второго звена и соответствующая углу поворота во 2-м шарнире;

– линия *W* пересечения *S*_Z с нормальной к ней плоскостью, проходящей через центр второго шарнира;

– точки – векторы в координатном базисе первого шарнира: \mathbf{J}_i , $i = \overline{1,7}$ – центры шарниров, \mathbf{M}_i , $i = \overline{3,7}$ – проекции центров шарниров на плоскость рыскания; расстояния вдоль линии W от оси 2-го шарнира: W_i , $i = \overline{4,7}$ – до центров шарниров 4-7 и W_E – до центра ЗУМ.



Рис. 3. Характерные точки, векторы и проекции звеньев исполнительного механизма манипулятора в его текущей конфигурации

Упрощение преобразования декартовых скоростей команд наведения в скорости вращения приводов обеспечивает учет следующих геометрических особенностей исполнительного механизма.

Звенья 3, 4 и 6 параллельны плоскости рыскания, а звенья 2, 3а, и 5 нормальны к ней. При этом постоянными являются векторы, выраженные в СК 2-го звена

$$\mathbf{l}_{23}^{(2)} = [0, -L_{23}, 0]^T, \ \mathbf{l}_{235}^{(2)} = [0, -L_{235}, 0]^T,$$
(1.3)

в которых $L_{23} = L_2 + L_{3b}$ и $L_{235} = L_2 + L_{3b} + L_5$ – расстояния до плоскости рыскания от центров 4-го и 5-го шарниров и от центров 6-го и 7-го шарниров и соответственно. Постоянным является также вектор

$$\mathbf{I}_{6,E}^{(6)} = [L_7, 0, -L_6]^T$$
(1.4)

из центра 6-го шарнира в центр ЗУМ выраженный в СК 6-го звена.

Так как оси трех последовательно расположенных шарниров 3, 4 и 5 параллельны и одинаково направлены, используются также матрицы преобразования

$$\boldsymbol{a}_{34} = \begin{bmatrix} cq_{34} & 0 - sq_{34} \\ 0 & 1 & 0 \\ sq_{34} & 0 & cq_{34} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{a}_{345} = \begin{bmatrix} cq_{345} & 0 - sq_{345} \\ 0 & 1 & 0 \\ sq_{345} & 0 & cq_{345} \end{bmatrix}, \ \boldsymbol{a}_{45} = \begin{bmatrix} cq_{45} & 0 - sq_{45} \\ 0 & 1 & 0 \\ sq_{45} & 0 & cq_{45} \end{bmatrix},$$
(1.5)

где $sq_{34} = \sin(q_3 + q_4)$, $cq_{34} = \cos(q_3 + q_4)$, $sq_{345} = \sin(q_3 + q_4 + q_5)$, $cq_{345} = \cos(q_3 + q_4 + q_5)$; $sq_{45} = \sin(q_4 + q_5)$; $cq_{45} = \cos(q_4 + q_5)$.

2. Расчет геометрических параметров текущей конфигурации манипулятора. Движение исполнительного механизма реализуется в его шарнирах с помощью приводов, которые содержат цифровые регуляторы скорости, электродвигатели (ЭД) и редукторы. Для преобразования декартовых скоростей команд наведения в требуемые скорости вращения выходных валов редукторов и ЭД необходимо вычислять декартовые координаты характерных точек исполнительного механизма, проекций его характерных векторов, соответствующих его текущей конфигурации, т.е. решать прямую кинематическую задачу (ПКЗ) для координат. Управляющий компьютер, реализующий такое преобразование, обменивается данными с приводами манипулятора через фиксированные интервалы времени t_C , называемые тактами управления. В конце каждого такта компьютер получает от *i*-го привода ($i = \overline{2, 7}$) измеренное регулятором значение угловой скорости $\omega_{m,i}^{mot}$ вала ЭД и измеренное датчиком положения значение угла поворота $q_{m,i}$ выходного вала редуктора привода. Прогнозные значения углов поворота валов приводов на момент завершения очередного интервала t_C , определяется в результате экстраполяции

$$q_{p,i}(t+t_c) = q_{m,i}(t) + \frac{\omega_{m,i}^{mot}(t) + \omega_{d,i}^{mot}(t)}{2 i_{G,i}} t_c, \qquad (2.1)$$

где $i_{G,i}$ – коэффициент передачи редуктора; $\omega_{d,i}^{mot}(t)$ – требуемая угловая скорость вала ЭД, определенная на предшествующем такте управления.

Для этих прогнозных значений углов вычисляются тригонометрические функции $cq_i = \cos q_{p,i}$, $sq_i = \sin q_{p,i}$ и матрицы преобразования a_i , $i = \overline{2,7}$, a_{34}, a_{345} , а также матрицы преобразования из базисов $\mathbf{e}_{x,5}\mathbf{e}_{y,5}\mathbf{e}_{z,5}$ и $\mathbf{e}_{x,7}\mathbf{e}_{y,7}\mathbf{e}_{z,7}$ в базис $\mathbf{e}_{x,1}\mathbf{e}_{y,1}\mathbf{e}_{z,1}$ первого шарнира

$$\boldsymbol{\tau}_{5,1} = \boldsymbol{\alpha}_{2}^{T} \boldsymbol{\alpha}_{345}^{T}, \ \boldsymbol{\tau}_{7,1} = \boldsymbol{\tau}_{5,1} \boldsymbol{\alpha}_{6}^{T}, \ \boldsymbol{\tau}_{EE,1} = \boldsymbol{\tau}_{5,1} \boldsymbol{\alpha}_{6}^{T} \boldsymbol{\alpha}_{7}^{T}.$$
(2.2)

В этом базисе векторы

$$\mathbf{J}_{3}^{(1)} = \mathbf{l}_{1}^{(1)} + \boldsymbol{\alpha}_{2}^{T} \mathbf{l}_{2}^{(2)}, \ \mathbf{J}_{4}^{(1)} = \mathbf{J}_{3}^{(1)} + \boldsymbol{\alpha}_{2}^{T} \boldsymbol{\alpha}_{3}^{T} \mathbf{l}_{3}^{3)}, \ \mathbf{J}_{5}^{(1)} = \mathbf{J}_{4}^{(1)} + \boldsymbol{\alpha}_{2}^{T} \boldsymbol{\alpha}_{34}^{T} \mathbf{l}_{4}^{(4)}, \mathbf{J}_{6}^{(1)} = \mathbf{J}_{5}^{(1)} + \boldsymbol{\tau}_{5,1} \mathbf{l}_{5}^{(5)}, \ \mathbf{J}_{7}^{(1)} = \mathbf{J}_{6}^{(1)} + \boldsymbol{\tau}_{5,1} \boldsymbol{\alpha}_{6}^{T} \mathbf{l}_{6}^{(6)}, \ \mathbf{E}^{(1)} = \mathbf{J}_{7}^{(1)} + \boldsymbol{\tau}_{7,1} \mathbf{l}_{7}^{(7)},$$
(2.3)

определяют положение центров шарниров и ЗУМ, а векторы

$$\mathbf{M}_{4}^{(1)} = \mathbf{J}_{4}^{(1)} - \mathbf{l}_{2}^{(1)}, \ \mathbf{M}_{5}^{(1)} = \mathbf{J}_{5}^{(1)} - \boldsymbol{\alpha}_{2}^{T} \mathbf{l}_{23}^{(2)}, \ \mathbf{M}_{7}^{(1)} = \mathbf{J}_{7}^{(1)} - \boldsymbol{\alpha}_{2}^{T} \mathbf{l}_{235}^{(2)}$$
(2.4)

– положение точек-проекций центров шарниров на плоскость рыскания. Характерные единичные векторы ЗУМ равны

$$\mathbf{F}^{(1)} = [F_X, F_Y, F_Z]^T = \mathbf{\tau}_{EE,1}[1, 0, 0]^T, \ \mathbf{G}^{(1)} = [G_X, G_Y, G_Z]^T = \mathbf{\tau}_{EE,1}[0, 0, 1]^T. (2.5)$$

Соотношения (2.2)-(2.5) обеспечивают компактность записи. Но для расчета требуемых скоростей вращения выходных валов шарниров в конце очередного такта управления t_C вместо них используются упрощаемые с учетом (1.1)-(1.5) эквивалентные скалярные выражения, определяющие

отдельные элементы векторов и матриц. Формулы для расчета других геометрических параметров, и зависящих от углов поворота в шарнирах, приводятся в разделе 4 по мере их использования.

3. Формирование требуемых скоростей движения устройства захвата. Предполагается, что команды наведения ТВК формируются оператором или автоматической системой в декартовой системе координат, в одном из координатных базисов $\mathbf{e}_{x, ETV} \mathbf{e}_{y, ETV} \mathbf{e}_{z, ETV}$, $\mathbf{e}_{x, PTV} \mathbf{e}_{y, PTV} \mathbf{e}_{z, PTV}$ или $\mathbf{e}_{x, STV} \mathbf{e}_{y, STV} \mathbf{e}_{z, STV}$. Расчет требуемых скоростей вращения приводов манипулятора, не зависящий от места установки телекамеры, может быть выполнен только при задании декартовых скоростей ЗУМ.

Команды наведения могут быть заданы оператором с помощью управляющего лэптопа в виде отдельных небольших относительных линейных $d_x^{(TV)}$, $d_y^{(TV)}$, $d_z^{(TV)}$ или угловых φ_x , ψ_y , θ_z перемещений в СК ТВК, с помощью которой выполняется наведение. Эти перемещения должны быть реализованы за интервал времени t_M , в течение которого действуют требуемые линейные $\mathbf{v}_{TV}^{(TV)} = [v_{TV,x}^{(TV)}, v_{TV,y}^{(TV)}, v_{TV,z}^{(TV)}]^T$ и угловые $\boldsymbol{\omega}_{TV}^{(TV)} = [\omega_{TV,x}^{(TV)}, \omega_{TV,y}^{(TV)}, \omega_{TV,z}^{(TV)}]^T$ скорости.

$$v_{x}^{(TV)} = d_{x}^{(TV)} / t_{M}, v_{y}^{(TV)} = d_{y}^{(TV)} / t_{M}, v_{z}^{(TV)} = d_{z}^{(TV)} / t_{M},$$

$$\omega_{x}^{(TV)} = \varphi_{x}^{(TV)} / t_{M}, \omega_{y}^{(TV)} = \psi_{y}^{(TV)} / t_{M}, \omega_{z}^{(TV)} = \theta_{z}^{(TV)} / t_{M}.$$
(3.1)

Их величины определяются предварительно на основе динамического анализа для различных диапазонов инерционных характеристик перемещаемых объектов (ПО) с целью обеспечения допустимых нагрузок на конструкцию исполнительного механизма. Скорости в (3.1) в зависимости от места установки ТВК могут быть пересчитаны в требуемые декартовые скорости ЗУМ.

Если команды наведения задаются оператором с помощью рукояток управления, то их параметры могут принимать произвольные значения. Поэтому сначала они должны быть проверены на выполнение ограничений и при необходимости скорректированы. После этого они могут быть преобразованы в требуемые декартовые скорости ЗУМ.

При задании требуемых линейных и угловых скоростей с помощью рукояток в виде кодов $\mathbf{c}_L = [CL1, CL2, CL3]^T$ и $\mathbf{c}_R = [CR1, CR2, CR3]^T$ проверка ограничений выполняются следующих образом. Сначала с учетом масштабирования вычисляются векторы скоростей в ТВК, с помощью которой выполняется наведение, в связанной с ней СК.

$$\mathbf{v}_{TV}^{(TV)} = s_{v} v_{\max} \left(\mathbf{c}_{L} / c_{\max} \right), \ \mathbf{\omega}_{TV}^{(TV)} = s_{\omega} \mathbf{\omega}_{\max} \left(\mathbf{c}_{R} / c_{\max} \right), \tag{3.2}$$

где c_{\max} – максимальная величина кода команд наведения; v_{\max} , ω_{\max} – модули максимально допустимых поступательной и угловой скоростей; s_v , s_{ω} – масштабирующие коэффициенты ($0 \le s_v \le 1, 0 \le s_{\omega} \le 1$), значения

которых могут выбираться, например, по критерию комфортности управления, с учетом индивидуальных особенностей оператора.

Если модули векторов $\mathbf{v}_{TV}^{(TV)}$ или $\boldsymbol{\omega}_{TV}^{(TV)}$ превышают допустимые величины v_{max} и/или $\boldsymbol{\omega}_{max}$, выполняется коррекция

$$\mathbf{v}_{TV}^{(TV)} = \mathbf{v}_{TV}^{(TV)} \left(v_{\max} / | \mathbf{v}_{TV}^{(TV)} | \right), \ \boldsymbol{\omega}_{TV}^{(TV)} = \boldsymbol{\omega}_{TV}^{(TV)} \left(\boldsymbol{\omega}_{\max} / | \mathbf{\omega}_{TV}^{(TV)} | \right).$$
(3.3)

С учетом значений требуемых скоростей на предшествующем такте управления оцениваются декартовые линейные и угловые ускорения $\mathbf{a}_{TV}^{(TV)} = [|\mathbf{v}_{TV}^{(TV)}| - |\mathbf{v}_{TV}^{(TV)}(t-t_{C})|]/t_{C}, \ \mathbf{\epsilon}_{TV}^{(TV)} = [|\mathbf{\omega}_{TV}^{(TV)}| - |\mathbf{\omega}_{TV}^{(TV)}(t-t_{C})|]/t_{C}.$ (3.4)

Если модули этих векторов превышают максимально допустимые величины a_{\max} и/или ε_{\max} , то корректируются требуемые скорости на текущем такте

$$\mathbf{v}_{TV}^{(TV)} = \mathbf{v}_{TV}^{(TV)}(t - t_H) + \mathbf{a}_{TV}^{(TV)}(a_{\max} / |\mathbf{a}_{TV}^{(TV)}|) t_C,$$

$$\mathbf{\omega}_{TV}^{(TV)} = \mathbf{\omega}_{TV}^{(TV)}(t - t_H) + \mathbf{\varepsilon}_{TV}^{(TV)}(\mathbf{\varepsilon}_{\max} / |\mathbf{\varepsilon}_{TV}^{(TV)}|) t_C.$$
 (3.5)

Задание перемещений или скоростей одновременно по нескольким декартовым осям позволяет опытному оператору быстрее захватить перемещающийся объект. При наведении на неподвижный объект проще использовать их последовательное указание относительно отдельных декартовых осей, так как минимизации времени выполнения уникальных космических роботизированных операций, как правило, не требуется. Векторная форма записи позволяет описать любую конкретную последовательность команд наведения.

Векторы требуемых декартовых скоростей ТВК преобразуются в требуемые скорости ЗУМ для последующего определения скоростей вращения приводов манипулятора. При этом задается выраженный в СК ЗУМ вектор $\mathbf{l}_{EE,TV}^{(EE)}$ из центра ЗУМ в начало СК ТВК, с помощью которой выполняется наведение. С учетом того, что

$$\mathbf{v}_{TV}^{(EE)} = \mathbf{v}_{E}^{(EE)} + \boldsymbol{\omega}_{TV}^{(EE)} \times \mathbf{l}_{EE,TV}^{(EE)}.$$

определяются требуемые скорости ЗУМ

$$\boldsymbol{\omega}_{7}^{(EE)} = \boldsymbol{\gamma}_{TV,EE} \,\boldsymbol{\omega}_{TV}^{(TV)}, \ \dot{\mathbf{E}}^{(EE)} = \mathbf{v}_{E}^{(EE)} = \boldsymbol{\gamma}_{TV,EE} \,\mathbf{v}_{TV}^{(TV)} - \boldsymbol{\omega}_{7}^{(EE)} \times \mathbf{l}_{EE,TV}^{(EE)}.$$
(3.6)

Здесь $\gamma_{TV,EE}$ – матрица преобразования из СК ТВК в СК ЗУМ, Если наведение осуществляется с помощью ТВК ЗУМ, то $\gamma_{TV,EE} = \mathbf{1}_3$ (единичная матрица) и $\mathbf{l}_{EE,TV}^{(EE)} = -\mathbf{l}_{ETV,EE}^{(EE)}$. При использовании ТВК на перемещаемом объекте $\gamma_{TV,EE} = \gamma_{PTV,EE}$ и $\mathbf{l}_{EE,TV}^{(EE)} = \mathbf{l}_{EE,PTV}^{(EE)}$.

4. Расчет требуемых скоростей вращения в шарнирах. Декартовые скорости ЗУМ связаны со скоростями вращения в шарнирах системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) 6-го порядка, коэффициенты которой выражаются через тригонометрические функции углов поворота. Выполнение преобразования требуемых декартовых скоростей в угловые с

помощью универсальных алгоритмов решения СЛАУ невозможно из-за возникновения сингулярности при определенных значениях углов. Поэтому используется аналитическое, уникальное решение с учетом геометрических особенностей исполнительного механизма. Вывод алгоритма основан на дифференцировании по времени геометрических соотношений. В результате появляются выражения, зависящие только от координат. Они вычисляются на этапе расчета геометрических параметров текущей конфигурации манипулятора, но используются при расчете требуемых скоростей

Требуемые скорости вращения выходных валов шарниров определяются, начиная от второго (первого не зафиксированного) к последнему, так как для каждого очередного необходимо учитывать вклад в требуемое движение всех предшествующих. Поэтому векторы требуемой скорости центра ЗУМ и его угловой скорости выражаются в СК X₁Y₁Z₁ первого (зафиксированного) шарнира манипулятора. Связанный с ЗУМ базис однозначно определяется двумя единичными векторами $\mathbf{e}_{X,EE} \mathbf{e}_{Y,EE} \mathbf{e}_{Z,EE}$ $\mathbf{F}^{(EE)} = \mathbf{e}_{X EE}$ и $\mathbf{G}^{(EE)} = \mathbf{e}_{Z EE}$, которые позволяют использовать далее более компактные обозначения. Требуемая угловая скорость ЗУМ определяет производные этих векторов в СК $X_1Y_1Z_1$

$$\dot{\mathbf{E}}^{(1)} = \boldsymbol{\tau}_{EE,1} \dot{\mathbf{E}}^{(EE)}, \ \dot{\mathbf{F}}^{(1)} = \boldsymbol{\tau}_{EE,1} [\boldsymbol{\omega}_{7}^{(EE)} \times \mathbf{F}^{(EE)}], \ \dot{\mathbf{G}}^{(1)} = \boldsymbol{\tau}_{EE,1} [\boldsymbol{\omega}_{7}^{(EE)} \times \mathbf{G}^{(EE)}]. (4.1)$$

Далее рассматривается основанный на этих данных поэтапный расчет требуемых скоростей вращения выходных валов в шарнирах.

Определение требуемой скорости $\dot{q}_{d,2}$ вращения во 2-м шарнире, т.е. угловой скорости плоскости рыскания S_Z (рис.3), основано на дифференцировании получаемого из (2.4) соотношения для угла

$$q_{2} = \arccos(M_{7,x}/W_{7}) sign(M_{7,y}), \qquad (4.2)$$

где $M_{7,x}, M_{7,y}$ – компоненты вектора $\mathbf{M}_{7}^{(1)}$, а $W_{7} = \sqrt{M_{7,x}^{2} + M_{7,y}^{2}} > 0$.

При получении производной $\dot{\mathbf{M}}_{7}^{(1)}$ учитывается (2.4), а также то, что заданная скорость центра ЗУМ равна $\mathbf{E}^{(1)} = \dot{\mathbf{J}}_{7}^{(1)} + L_7 \dot{\mathbf{F}}^{(1)}$ и соответственно

$$\dot{\mathbf{J}}_{7}^{(1)} = [\dot{J}_{7x}, \dot{J}_{7,y}, \dot{J}_{7,z}]^{T} = \dot{\mathbf{E}}^{(1)} - L_{7} \dot{\mathbf{F}}^{(1)}.$$

В результате дифференцирования (4.2) и упрощения получаемых выражений требуемая скорость вращения во втором шарнире равна

$$\dot{q}_{d,2} = \frac{-\dot{J}_{7,x} \, sq_2 + \dot{J}_{7,y} \, cq_2}{W_7} \, .$$

Для обхода сингулярности при $W_7 \rightarrow 0$ на этапе расчета геометрических параметров текущей конфигурации манипулятора осуществляется временная замена текущего значения W_7 на малую конечную величину RW7sing (Radius for W7-singularity). Значения углов в шарнирах при этом не изменяются. Это приводит к незначительной коррекции величины требуемой скорости в шарнире, которая может быть скомпенсирована последующими командами наведения.

При расчете программных скоростей вращения в 3-м, 4-м и 5-м шарнирах учитывается параллельность осей звеньев 3, 4 и 6 плоскости рыскания манипулятора, нормальность осей 2-го и 5-го звеньев этой плоскости и взаимная ортогональность осей звеньев 5 и 6 (рис. 3). Для получения решения сначала определяются декартовые скорости центров шарниров и декартовые скорости их проекций на плоскость рыскания (для учета вклада уже найденной программной скорости $\dot{q}_{d,2}$).

Скорость центра 6-го шарнира равна

$$\dot{\mathbf{J}}_6 = \dot{\mathbf{J}}_7 - \dot{\mathbf{e}}_{L6} L_7,$$

где \mathbf{e}_{L6} – единичный вектор звена 6.

Производная $\dot{\mathbf{e}}_{L6}$ определяется с учетом того, что

– звено 6 лежит в плоскости параллельной плоскости рыскания S_Z поэтому вектор \mathbf{e}_{L6} и его проекция \mathbf{e}_{S6} на S_Z равны и одинаково направлены, т.е. $\mathbf{e}_{L6} = \mathbf{e}_{S6}$.

– звенья 6 и 7 взаимно ортогональны, и соответственно \mathbf{e}_{s6} ортогонален единичному вектору \mathbf{e}_{s7} проекции звена 7 на плоскость S_Z . В результате компоненты вектора $\mathbf{e}_{s6}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{s6}^{(1)}$ можно выразить через компоненты векторов $\mathbf{e}_{s7}^{(1)}$ и $\mathbf{e}_{s7}^{(1)}$ в зависимости от величины $|q_6|$. При $|q_6| < \pi/2$

$$e_{S6,X} = e_{S7,Z} cq_2, \quad e_{S6,Y} = e_{S7,Z} sq_2, \quad e_{S6,Z} = \begin{cases} -\frac{e_{S7,X}}{cq_2}, & |cq_2| > 0,7, \\ -\frac{e_{S7,Y}}{sq_2}, & |cq_2| \le 0,7. \end{cases}$$

Компоненты вектора \mathbf{e}_{s7} определяются на этапе расчета геометрических параметров текущей конфигурации манипулятора из выражений для проекций $W_{7E,X}$, $W_{7E,Y}$, $W_{7E,Z}$ вектора 7-го звена на плоскость рыскания через длину $W_E = E_X cq_2 + E_Y sq_2$ проекции точки **E** на линию *W*

$$\begin{split} W_{7E,X} &= W_E c q_2 - M_{7,X} , \ W_{7E,Y} = W_E s q_2 - M_{7,Y} , \ W_{7E,Z} = L_7 F_Z , \\ e_{S7,X} &= \frac{W_{7E,X}}{|W_{7E}|} , \ e_{S7,Y} = \frac{W_{7E,Y}}{|W_{7E}|} , \ e_{S7,Z} = \frac{W_{7E,Z}}{|W_{7E}|} . \end{split}$$

В результате дифференцирования этих выражений

$$\dot{W}_{E} = \dot{E}_{x}cq_{2} + \dot{E}_{y}sq_{2} + (-E_{x}sq_{2} + E_{y}cq_{2})\dot{q}_{2}, \ \dot{W}_{7E,X} = \dot{W}_{E}cq_{2} - W_{E}sq_{2}\dot{q}_{2} - \dot{M}_{7,X},$$

$$\dot{W}_{7E,Y} = \dot{W}_{E}sq_{2} + W_{E}cq_{2}\dot{q}_{2} - \dot{M}_{7,Y}, \qquad \dot{W}_{7E,Z} = L_{7}\dot{F}_{Z},$$

$$\dot{e}_{57,X} = \frac{\dot{W}_{7E,X} - e_{57,X}\dot{W}_{7E}}{W_{7E}}, \ \dot{e}_{57,Y} = \frac{\dot{W}_{7E,Y} - e_{57,Y}\dot{W}_{7E}}{W_{7E}}, \ \dot{e}_{57,Z} = \frac{\dot{W}_{7E,Z} - e_{57,Z}\dot{W}_{7E}}{W_{7E}}.$$

где вектор $\dot{\mathbf{F}}^{(1)} = [\dot{F}_X, \dot{F}_Y, \dot{F}_Z]^T$ определен в (4.1).

При $|W_{7E}| = \sqrt{W_{7E,X}^2 + W_{7E,Y}^2 + W_{7E,Z}^2} < \text{RW7Esing}$ обход сингулярности осуществляется на этапе расчета геометрических параметров текущей конфигурации манипулятора заменой $W_{7E} = \text{RW7Esing } * sign(W_{7E})$.

Компоненты вектора $\dot{\mathbf{e}}_{s_6} = \dot{\mathbf{e}}_{L_6}$ с учетом формулы производной для частного $(a/b)' = (a'b - ab')/b^2$ равны при $|q_{p,6}| < \pi/2$

$$\dot{e}_{S6,X} = \dot{e}_{S7,Z} cq_2 - e_{S7,Z} sq_2 \dot{q}_2,$$

$$\dot{e}_{S6,Y} = \dot{e}_{S7,Z} sq_2 + e_{S7,Z} cq_2 \dot{q}_2,$$

$$\dot{e}_{S6,Z} = \begin{cases} -\frac{\dot{e}_{S7,X} cq_2 + e_{S7,X} sq_2 \dot{q}_2}{cq_2^2}, & cq_2 > 0.7\\ -\frac{\dot{e}_{S7,Y} sq_2 - e_{S7,Y} cq_2 \dot{q}_2}{sq_2^2}, & cq_2 \le 0.7 \end{cases}$$

При $|q_6| > \pi/2$ знаки компонент векторов \mathbf{e}_{s6} и $\dot{\mathbf{e}}_{s6}$ меняются на обратные.

Окончательно компоненты вектора скорости центра 6-го шарнира в системе координат первого звена равны

$$\dot{J}_{6,X} = \dot{J}_{7,X} - L_7 \dot{e}_{S6,X} , \ \dot{J}_{6,Y} = \dot{J}_{7,Y} - L_7 \dot{e}_{S6,Y} , \ \dot{J}_{6,Z} = \dot{J}_{7,Z} - L_7 \dot{e}_{S6,Z} .$$

Компоненты вектора скорости $\mathbf{J}_{5}^{(1)}$ центра 5-го шарнира и его проекции $\dot{\mathbf{M}}_{5}^{(1)}$ на плоскость рыскания определяются с учетом геометрических свойств (1.1), (1.2) и (1.5) с помощью дифференцирования проекции вектора $\mathbf{J}_{6}^{(1)}$ в (2.3) и вектора $\mathbf{M}_{5}^{(1)}$ в (2.4)

$$\dot{J}_{5,X} = \dot{J}_{6,X} - L_5 cq_2 \dot{q}_2, \ \dot{J}_{5,Y} = \dot{J}_{6,Y} - L_5 sq_2 \dot{q}_2, \ \dot{J}_{5,Z} = \dot{J}_{6,Z}, \dot{M}_{5,x} = \dot{J}_{5,x} - L_{23} cq_2 \dot{q}_2, \ \dot{M}_{5,y} = \dot{J}_{5,y} - L_{23} sq_2 \dot{q}_2, \ \dot{M}_{5,z} = \dot{J}_{5,z}.$$

Эти соотношения используются для определения скорости в шарнирах 3, 4 и 5.

Требуемые скорости в 3-м и 4-м шарнирах определяются дифференцированием по времени выражений для углов поворота q_3 и q_4 , которые q_4 зависят от координат проекций 3-го, 4-го и 5-го шарниров на плоскость рыскания, т.е. вершин треугольника $M_3M_4M_5$ (рис. 4).

Угол поворота q_3 в третьем шарнире определяется как

 $q_3 = q_{3A} - |q_{3B}| \cdot sign q_4$,

где
$$q_{3A} = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{L_1 - M_{5Z}}{W_5}, \quad \text{если } W_5 > 0, \\ \operatorname{sign}(L_1 - M_{5Z})\pi/2, \quad \text{если } W_5 = 0, \quad |q_{3B}| = \operatorname{arccos} \left(\frac{M_{35}^2 + L_{3A}^2 - L_4^2}{2 L_{3A} M_{35}}\right). \\ \operatorname{arctg} \frac{L_1 - M_{5Z}}{W_5} + \pi, \quad \text{если } W_5 < 0, \end{cases}$$

Рис. 4. Определение угла поворота в 3-м шарнире

В этих соотношениях расстояние $M_{35} = \sqrt{W_5^2 - (L_1 - M_{5,z})^2}$ между проекциями центров 3-го и 5-го шарниров на плоскость рыскания и проекция $W_5 = cq_3L_{3A} + cq_{34}L_4$ центра 5-го шарнира на линию W пересечения плоскости $X_1O_1Y_1$ и плоскости рыскания S_z вычисляются как геометрические параметры текущей конфигурации манипулятора.

Так как скорости \dot{q}_3, \dot{q}_4 на этом этапе решения еще не известны, то скорость изменения длины проекции центра 5-го шарнира на линию W принимается равной

$$\dot{W}_5 = \dot{M}_{5,x}cq_2 + \dot{M}_{5,y}sq_2$$

В результате скорость изменения угла q_{3A} определяется через производные всех трех компонент скорости $\dot{\mathbf{M}}_5$.

$$\dot{q}_{3A} = \left(arctg \, \frac{L_1 - M_{5,z}}{W_5} + c \right)_t = \frac{-\dot{M}_{5,z} W_5 - (L_1 - M_{5,z}) \dot{W}_5}{M_{35}^2}$$

Скорость $|\dot{q}_{3B}|$ вычисляется по соотношениям, которые после упрощений имеют вид

$$\dot{M}_{35} = \frac{M_{5,x}\dot{M}_{5,x} + 2M_{5,y}\dot{M}_{5,y} - (L_1 - M_{5,z})\dot{M}_{5,z}}{2M_{35}}.$$
$$|\dot{q}_{3B}| = [\arccos cq_{3B}]_t = -\frac{(cq_{3B})_t}{\sqrt{1 - cq_{3B}^2}} = -\frac{1}{|\sin q_{3B}|} \frac{(M_{35}^2 - (L_{3A}^2 - L_4^2))\dot{M}_{35}}{2L_{3A}M_{35}^2},$$

где модуль синуса $|sq_{3B}| = \sqrt{1 - cq_{3B}^2}$ вычисляется как геометрический параметр текущей конфигурации манипулятора при

$$cq_{3B} = \cos q_{3B} = (M_{35}^2 + L_{3A}^2 - L_4^2)/2 L_{3A}M_{35}.$$

При $|sq_{3B}| < \text{RQ3Bsing}$ обход сингулярности решения осуществляется заменой $|sq_{3B}| = \text{RQ3Bsing}$.

Требуемая скорость вращения в 3-м шарнире равна

$$\dot{q}_{d,3} = \dot{q}_{3A} - |\dot{q}_{3B}| \cdot sign q_4,$$

при $q_4 = 0$ полагается sign $q_4 = 1$.

Требуемая скорость в 4-м шарнире определяется в результате дифференцирования по времени выражения, которое следует из теоремы косинусов, связывающая длины проекций звеньев на плоскость рыскания

$$\dot{q}_4 = \left[\arccos\left(\frac{M_{35}^2 - L_{3A}^2 - L_4^2}{2L_{3A}L_4}\right) sign q_4\right]_t = -\frac{sign q_4 M_{35} \dot{M}_{35}}{|sq_4|L_{3A}L_4} = -\frac{M_{35} \dot{M}_{35}}{sq_4 L_{3A}L_4}.$$

Обход сингулярности решения при $q_4 = 0 \pm \pi$ осуществляется после определения по (2.1) прогнозных значений углов в шарнирах до расчета их тригонометрических функций следующим способом

$$|q_4| < \text{RQsing} \rightarrow sq_4 = \sin(\text{RQsing}) * sign(q_4),$$

$$||q_4| -\pi| < \text{RQsing} \rightarrow sq_4 = \sin(\pi - \text{RQsing}) * sign(q_4).$$

Так как звенья 4 и 6 параллельны плоскости рыскания, а в исходной конфигурации исполнительного механизма их проекции на эту плоскость взаимно ортогональны (рис.1), то на основе теоремы косинусов из этих проекций можно определить угол в 5-м шарнире

$$q_5 = 90 - \arccos \frac{L_4^2 + L_6^2 - M_{47}^2}{2L_4 L_6} sign(\cos q_5).$$

Требуемая скорость в 5-м шарнире есть результат дифференцирования этого выражения. Компоненты скорости точки M_4 вычисляются с учетом геометрических свойств (1.1), (1.2) и (1.5)

$$\dot{M}_{4,x} = L_{3A}(-\sin q_3 \cos q_2 \dot{q}_3 - \cos q_3 \sin q_2 \dot{q}_2),$$

$$\dot{M}_{4,y} = L_{3A}(-\sin q_3 \sin q_2 \dot{q}_3 + \cos q_3 \cos q_2 \dot{q}_2),$$

$$\dot{M}_{4,z} = -L_{3A} \cos q_3 \dot{q}_3.$$

С учетом ранее определенной скорости $\dot{\mathbf{M}}_7$ определяются компоненты вектора

$$\dot{\mathbf{M}}_{47} = \dot{\mathbf{M}}_{7} - \dot{\mathbf{M}}_{4} = \begin{bmatrix} \dot{M}_{47,x} \\ \dot{M}_{47,y} \\ \dot{M}_{47,z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{M}_{7,x} - \dot{M}_{4,x} \\ \dot{M}_{7,y} - \dot{M}_{4,y} \\ \dot{M}_{7,z} - \dot{M}_{4,z} \end{bmatrix}.$$

В результате дифференцирования и упрощения выражения для *q*₅ определяется требуемая скорость вращения в пятом шарнире

$$\dot{q}_{d,5} = -\frac{M_{47,x}\dot{M}_{47,x} + M_{47,y}\dot{M}_{47,y} + M_{47,z}\dot{M}_{47,z}}{L_4 L_6 \cos q_5}$$

При $q_5 = \pi \pm \pi/2$ сингулярность решения, которая обходится после определения по (2.1) прогнозных значений углов в шарнирах до расчета их тригонометрических функций следующим способом

$$\begin{aligned} ||q_5| - \frac{\pi}{2}| < \text{RQsing} \to cq_5 &= \cos(\frac{\pi}{2} - \text{RQsing}) * sign(\frac{\pi}{2} - |q_5|) , \\ ||q_5| - \pi - \frac{\pi}{2}| < \text{RQsing} \to cq_5 &= \cos(\pi + \frac{\pi}{2} - \text{RQsing}) * sign(\pi + \frac{\pi}{2} - |q_5|) . \end{aligned}$$

Вращение 7-го звена относительно своей продольной оси не влияет на скорость центра ЗУМ, которая в СК 6-го шарнира равна

$$\dot{\mathbf{E}}^{(6)} = \mathbf{v}_{6}^{(6)} + \boldsymbol{\omega}_{6}^{(6)} \times \mathbf{l}_{6,E}^{(6)} = \mathbf{v}_{6}^{(6)} + (\boldsymbol{\omega}_{5}^{(6)} + \boldsymbol{\omega}_{6}^{rel(6)}) \times \mathbf{l}_{6,E}^{(6)},$$

где $\mathbf{v}_{6}^{(6)}$, $\mathbf{\omega}_{6}^{(6)}$, $\mathbf{\omega}_{6}^{rel(6)}$ – линейная и угловая скорости шестого звена, его относительная угловая скорость в шестом шарнире и $\mathbf{\omega}_{5}^{(6)}$ – угловая скорость пятого звена.

С учетом того, что $\boldsymbol{\omega}_{6}^{rel} = [0, \dot{q}_{6}, 0]^{T}$, а $\mathbf{l}_{6,E}^{(6)} = [L_{7}, 0, -L_{6}]^{T}$ определяется требуемая скорость вращения в шестом шарнире

$$\dot{q}_{d,6} = (\dot{\mathbf{E}}_{y}^{(6)} - \mathbf{v}_{6,y}^{(6)} - [\boldsymbol{\omega}_{5}^{(6)} \times \mathbf{l}_{6,E}^{(6)}]_{y}) / L_{7},$$

rge $\boldsymbol{\omega}_{5}^{(6)} = \boldsymbol{\alpha}_{6} (\boldsymbol{\alpha}_{345} \, \boldsymbol{\omega}_{2}^{rel(2)} + \boldsymbol{\alpha}_{45} \, \boldsymbol{\omega}_{3}^{rel(3)} + \boldsymbol{\alpha}_{5} \boldsymbol{\omega}_{4}^{rel(4)} + \boldsymbol{\omega}_{5}^{rel(5)}), \qquad \mathbf{v}_{6}^{(6)} = \boldsymbol{\alpha}_{6} \boldsymbol{\alpha}_{345} \, \boldsymbol{\alpha}_{2} \dot{\mathbf{J}}_{6}^{(1)},$
 $\dot{\mathbf{E}}^{(6)} = \boldsymbol{\alpha}_{7}^{T} \dot{\mathbf{E}}^{(EE)}.$

Вектор абсолютной угловой скорости 6-го звена в СК ЗУМ равен

$$\boldsymbol{\omega}_{6}^{(EE)} = \boldsymbol{\alpha}_{7}(\boldsymbol{\omega}_{5}^{(6)} + \boldsymbol{\omega}_{6}^{rel(6)}),$$

где $\mathbf{\omega}_{6}^{rel(6)} = [0, 0, \dot{q}_{p,6}]^{T}$.

Так как вращение в 7-м шарнире производится относительно продольной оси X_7 ЗУМ, то требуемая скорость $\dot{q}_{d,7}$ равна

$$\dot{q}_{d,7} = \mathbf{\omega}_{7,x}^{(EE)} - \mathbf{\omega}_{6,x}^{(EE)}$$
.

где $\omega_{7,x}^{(EE)}$ – требуемая скорость по крену в СК ЗУМ, определенная в (3.6).

Требуемые скорости вращения выходных валов редукторов приводов преобразуются в управляющие воздействия – требуемые скорости вращения электродвигателей, подаваемые на входы регуляторов приводов шарниров в начале следующего такта управления

$$\omega_{d,i}^{mot} = \dot{q}_{d,i} \, \dot{i}_{G,i}, \, i = \overline{2,7} \, .$$

5. Верификация алгоритма преобразования скоростей. Верификация описанного выше алгоритма преобразования скоростей осуществляется двумя способами. Сначала для различных фиксированных конфигураций

манипулятора производится сравнение заданных декартовых скоростей движения ТВК с аналогичными декартовыми скоростями, полученными решением прямой кинематической задачи с использованием определенных по алгоритму требуемых скоростей вращения в шарнирах. Далее проверяется выполнение небольших относительных перемещений ТВК при движении манипулятора с требуемыми скоростями в течение заданных интервалов времени без учета динамики и деформаций исполнительного механизма. В обоих случаях для верификации используется решение прямой кинематической задачи для координат и скоростей манипулятора.

При верификации алгоритма команды наведения содержали требуемые линейные и угловые скорости относительно отдельных осей СК ТВК. Первый способ сравнения выполнен для двух конфигураций исполнительного механизма. В первой, более простой, «рука» манипулятора согнута в локте, углы в управляемых шарнирах равны $q_2 = q_6 = q_7 = 0$, $q_3 = 30,0^{\circ}$, $q_4 = 60,0^{\circ}$. В этой конфигурации команды задаются в СК ТВК ЗУМ, относительно которой ориентация осей вращательных шарниров соответствует отдельным компонентам задаваемых декартовых скоростей, которые воспроизводятся с высокой точностью (см. табл. 1).

10	Команда/	Линейные скорости (м/сек)			Угловые скорости (град/сек)		
Nº	скорости	\mathbf{V}_{x}	\mathbf{V}_{y}	\mathbf{V}_{z}	ω _z	ω _y	$\boldsymbol{\omega}_{x}$
1-1	$[C_L, C_R]$	10,0					
	$\mathbf{V}_{xyz}, \mathbf{\omega}_{xyz}$	2,50e-2	0,00e+0	-8,66e-18	0,00e+0	2,24e-16	0,00e+0
1-2	$[C_L, C_R]$		10,0				
	$\mathbf{V}_{xyz}, \mathbf{\omega}_{xyz}$	6,90e-4	2,50e-02	2,41e-3	-3,58e-34	-7,86e-2	6,46e-18
1.2	$[C_L, C_R]$			10,0			
1-3	$\mathbf{V}_{xyz}, \mathbf{\omega}_{xyz}$	9,42e-19	0,00e+0	2,50e-2	0,00e+0	-4,97e-17	0,00e+0
1 4	$[C_L, C_R]$				10,0		
1-4	$\mathbf{V}_{xyz}, \mathbf{\omega}_{xyz}$	-2,25e-4	6,80e-3	-7,87e-4	4,87e-01	2,56e-2	-5,72e-18
1-5	$[C_L, C_R]$					10,0	
	$\mathbf{V}_{xyz}, \mathbf{\omega}_{xyz}$	3,40y-3	0,00e+0	-6,80e-3	0,00e+0	4,87e-1	0,00e+0
1.6	$[C_L, C_R]$						10,0
1-0	$\mathbf{V}_{xyz}, \boldsymbol{\omega}_{xyz}$	-4,69e-5	-3,40e-3	-1,64e-4	-3,62e-18	5,35e-3	4,87e-1

Табл. 1. Линейные и угловые скорости СК ТВК ЗУМ при подаче кома	нд
наведения в СК ТВК ЗУМ (конфигурация 1 манипулятора)	

Вторая, более сложная конфигурация исполнительного механизма соответствует заключительной фазе причаливания модуля к космической станции [15]. Углы в управляемых шарнирах равны $q_2 = 108,60^{\circ}$, $q_3 = -28,83^{\circ}$,

 $q_4 = -72,04^\circ$, $q_5 = -163,32^\circ$, $q_6 = -177,44^\circ$, $q_7 = -101,01^\circ$. В этом случае требуемые декартовые скорости задаются в установленной на модуле СК ТВК, относительно которой ориентация осей вращательных шарниров практически произвольная. Поэтому заданные компоненты скоростей воспроизводятся с погрешностями (см. табл. 2), которые могут быть скомпенсированы в ходе итерационного процесса наведения.

Табл. 2. Линейные и угловые скорос	ти СК ТВК ПО при подаче команд
наведения в СК ТВК ПО (конфигурация 2 м	манипулятора)

N⁰	Команда/	Линейные скорости (м/сек)			Угловые скорости (град/сек)		
	скорости	\mathbf{V}_{x}	\mathbf{V}_{y}	\mathbf{V}_{z}	ω	ω _y	ω _x
2-1	$[C_L, C_R]$	10,0					
	$\mathbf{V}_{xyz}, \boldsymbol{\omega}_{xyz}$	2,66e-2	-6,23e-4	5,77e-3	1,60e-2	-1,60e-2	-6,13e-2
2-2	$[C_L, C_R]$		10,0				
	$\mathbf{V}_{xyz}, \boldsymbol{\omega}_{xyz}$	4,52e-4	2,48e-2	1,60e-3	4,44e-3	-4,44e-3	-1,70e-2
2-3	$[C_L, C_R]$			10,0			
	$\mathbf{V}_{xyz}, \boldsymbol{\omega}_{xyz}$	-3,43e-4	1,31e-4	2,38e-2	-3,37e-3	3,37e-3	1,29e-2
2.4	$[C_L, C_R]$				10,0		
2-4	$\mathbf{V}_{xyz}, \boldsymbol{\omega}_{xyz}$	-2,73e-3	1,04e-3	-9,63e-3	4,6e-1	2,68e-2	1,02e-1
2-5	$[C_L, C_R]$					10,0	
	$\mathbf{V}_{xyz}, \boldsymbol{\omega}_{xyz}$	7,26e-4	-2,77e-4	2,56e-3	-2,72e-2	4,80e-1	7,13e-3
2-6	$[C_L, C_R]$						10,0
	$\mathbf{V}_{xyz}, \boldsymbol{\omega}_{xyz}$	-7,74e-4	2,95e-4	-2,73e-3	-7,60e-3	7,60e-3	5,16e-1

Пример работы алгоритма при выдаче команд на отдельные малые декартовые линейные и угловые перемещения в СК ТВК ПО показан на рисунке 5. В этом случае исполнительный механизм находится в конфигурации 2. Динамика исполнительного механизма не учитывается, предполагается, что он точно воспроизводит расчетное движение, то есть углы в шарнирах равны прогнозным $q_i(t) = q_{p,i}(t)$, а скорости – требуемым $\dot{q}_i(t) = \dot{q}_{d,i}(t)$, $i = \overline{2,7}$.

Линейные и угловые относительные перемещения СК ТВК, в которой задаются команды, вычислены в этой же системе координат. Смещения центра ТВК при задании требуемых угловых перемещений по рысканию и тангажу обусловлены тем, что расчет требуемых угловых скоростей производится от 2-го шарнира к 7-му, и это приводит к движению всего исполнительного механизма. Это избыточное движение может быть устранено в ходе итерационного процесса наведения.



Рис. 5. Пример работы алгоритма преобразования команд наведения в виде небольших линейных и угловых перемещений

Заключение. Представлен алгоритм преобразования скоростей, заданных в командах наведения телекамеры, установленной на манипуляторе или перемещаемом объекте, в требуемые скорости вращения приводов в шарнирах исполнительного механизма. Точность преобразования зависит от ориентации осей приводов относительно системы координат телекамеры. Возникающие незначительные погрешности могут быть скомпенсированы в ходе итерационного процесса наведения. Алгоритм может быть использован для разработки программ управления в ограниченной рабочей зоне космическим манипулятором с кинематической схемой подобной SSRMS.

Список литературы

- 1. UickerJ.J., Jr., Denavit J., Hartenberg R.S. An Iterative Methods for the Displacement Analysis of Spatial Mechanisms // Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Series E. 1964, no. 31, pp. 309-314.
- 2. Кулаков Ф.М. Супервизорное управление роботами. М.: Наука, 1980. 448 с.
- 3. Paul R.P., Shimano B.E., Mayer G. Kinematic Control Equations for Simple Manipulators // IEEE Transactions. Systems, Man and Cybernetics. 1981, vol. 11, no. 6, pp.449-455.
- 4. Козлов В.В., Макарычев В.П., Тимофеев А.В., Юревич Е.И. Динамика управления роботами. М.: Наука, 1984. 336 с.
- 5. Lee C.S.G., Ziegler M. Geometric Approach in Solving the Inverse Kinematic of PUMA Robots // IEEE Transactions. Aerospace and Electronic Systems. 1984, vol. 20, no. 6, pp. 695-706.
- 6. Goldenberg A.A., Lawrence D.L. A Generalized Solution to the Inverse Kinematic of Robot Manipulators // Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 1985, no. 107, pp. 103-106.
- 7. Фу К., Гонсалес Р., Ли К. Робототехника: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 624 с.
- 8. Шахинпур М. Курс робототехники: Пер. с англ. М.: Мир. 1990. 527 с.
- Sadchev S.S., Fuller B.R. The Shuttle Remote Manipulator System and its use in orbital operations // The Space congress Proceedings, 1983 (20th) Space: The Next Twenty Years [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://commons.erau.edu/ space-congress-proceedings.
- 10. Canadaarm2's data sheet [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.asccsa.gc.ca/eng/iss/canadarm2/data-sheet.asp.
- ERA European Robotic Arm [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.esa.int/Science_Exploration/Human_and_Robotic_Exploration/Internatio nal_Space_Station/European_Robotic_Arm.
- 12. Japanese Experiment Module Remote Manipulator System [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://iss.jaxa.jp/en/kibo/about/kibo/rms/
- 13. On China's new space station, a robotic arm test paves way for future construction [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.space.com/china-space-station-robotic-arm-construction-test.
- 14. Яскевич А.В. Математическая модель космического манипулятора для полунатурной отработки операций причаливания полезного груза // Известия РАН. Теория и системы управления. 2004. №4. С. 157-176.
- 15. Яскевич А.В., Остроухов Л.Н., Егоров С.Н., Чернышев И.Е. Опыт полунатурной отработки причаливания российского модуля к международной космической станции дистанционно управляемым манипулятором SSRMS // Робототехника и техническая кибернетика. 2013. № 1. С. 53-58.
- 16. Яскевич А.В., Мирхайдаров В.М., Андреев О.С. Моделирование в реальном времени сборочных операций, выполняемых на МКС манипулятором ERA // Труды 32-й международной научно-технической конференции «Экстремальная робототехника». – СПб: ЦНИИ РТК, 2021. – С. 19-29.
- 17. ISO 1151-1:1998. Flight Dynamics. Concept, quantities and symbols [Электронный ресурс]. Режим доступа: www.iso.org.

References

1. UickerJ.J., Jr., Denavit J., Hartenberg R.S. An Iterative Methods for the Displacement Analysis of Spatial Mechanisms // Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Series E. 1964, no. 31, pp. 309-314.

- 2. Kulakov F.M. Supervisor control of robots M.: Science, 1980. 448 p.
- 3. Paul R.P., Shimano B.E., Mayer G. Kinematic Control Equations for Simple Manipulators // IEEE Transactions. Systems, Man and Cybernetics. 1981, vol. 11, no. 6, pp. 449-455.
- 4. Kozlov V.V., Makarichev V.P., Timoveev A.V., Yurevich E.I. Dynamic of robot control M.: Science, 1984. 336 p.
- Lee C.S.G., Ziegler M. Geometric Approach in Solving the Inverse Kinematic of PUMA Robots // IEEE Transactions. Aerospace and Electronic Systems. 1984, vol. 20, no. 6, pp. 695-706.
- Goldenberg A.A., Lawrence D.L. A Generalized Solution to the Inverse Kinematic of Robot Manipulators // Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control. 1985, no. 107, pp. 103-106.
- 7. Fu K.S., Gonzales R.C., Lee C.S. Robotics: Transl. from English. M.: World, 1989. 624 p.
- 8. Shahipoor M. Course on robotics: Transl. from English M.: World, 1990. 527 p.
- Sadchev S.S., Fuller B.R. The Shuttle Remote Manipulator System and its use in orbital operations // The Space congress Proceedings, 1983 (20th) Space: The Next Twenty Years [Electronic resource]. – Access mode: http://commons.erau.edu/spacecongress-proceedings.
- 10. Canadaarm2's data sheet [Electronic resource]. Access mode: https://www.asc-csa.gc.ca/eng/iss/canadarm2/data-sheet.asp.
- 11. ERA European Robotic Arm [Electronic resource]. Access mode: https://www.esa.int/Science_Exploration/Human_and_Robotic_Exploration/Internatio nal_Space_Station/European_Robotic_Arm.
- 12. Japanese Experiment Module Remote Manipulator System [Electronic resource]. Access mode: http://iss.jaxa.jp/en/kibo/about/kibo/rms/
- 13. On China's new space station, a robotic arm test paves way for future construction [Electronic resource]. Access mode: https://www.space.com/china-space-station-robotic-arm-construction-test.
- 14. Yaskevich A.V. A math model of space robotic arm for semi-natural testing of payload berthing // Proceedings of RAS. Control theory and systems. 2004, no. 4, pp. 157-176.
- 15. Yaskevich A.V., Osrtoukhov L.N., Egorov S.N., Chernyshev I.E. Semi-natural testing experience of Russian module berthing to International Space Station by using SSRMS robotic arm // Robotics and technical cybernetics. 2013, no. 1, pp. 53-58.
- 16. Yaskevich A.V., Mirhaidarov V.M., Andreev O.S. Real time simulation of assembly operations executed on International Space Station by using ERA robotic arm // Proceedings of 32nd International scientific-technical conference "Extreme robotics". SPb.: CNII RTK, 2021. P. 19-29.
- 17. ISO 1151-1:1998. Flight Dynamics. Concept, quantities and symbols [Electronic resource]. Access mode: www.iso.org.

Яскевич Андрей Владимирович – доктор	Yaskevich Andrey Vladimirovch – doctor of
физико-математических наук, эксперт по	physic-mathematical sciences, expert on
динамике электромеханических систем	electro-mechanical systems dynamics
andrey.yaskevich@rsce.ru	

Received 29.08.2024