

<https://doi.org/10.26160/2474-5901-2024-42-50-57>

## ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ В СИСТЕМЕ СТАБИЛИЗАЦИИ УЧЕБНО-ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА «ПЕРЕВЕРНУТЫЙ МАЯТНИК НА ПОДВИЖНОМ ОСНОВАНИИ»

*Кузнецов М.А., Масленников А.Л.*

*Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана,  
Москва, Россия*

**Ключевые слова:** цифровая фильтрация, фильтр скользящего среднего, медианный фильтр, фильтр Савицкого-Голея, система стабилизации, перевернутый маятник.

**Аннотация.** В работе рассматриваются особенности применения цифровых фильтров в системе стабилизации учебно-лабораторного стенда «Перевернутый маятник на подвижном основании», разработанного с использованием программного обеспечения SimInTech. Описана конструкция стенда и его измерительная система. Проведен сравнительный анализ трех фильтров: скользящего среднего, фильтра и Савицкого-Голея. Исследованы области применимости в зависимости от отношения частоты дискретизации к частоте сигнала и размера окна фильтра. Выполнено сравнительное исследование фильтров по их эффективности, точности и устойчивости к аномальным измерениям.

## PRACTICAL IMPLEMENTATION OF DIGITAL FILTERS IN THE STABILIZATION SYSTEM IN THE LABORATORY STAND "INVERTED PENDULUM ON A MOVABLE BASE"

*Kuznetsov M.A., Maslennikov A.L.*

*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

**Keywords:** digital filtering, moving average, median filter, Savitsky-Golay filter, stabilization system, inverted pendulum.

**Abstract.** The paper discusses the practical aspects of the digital filters implementation in the stabilization system in the laboratory stand "Inverted pendulum on a moving base", developed using SimInTech software. The design of the stand and its measuring system are described. A comparative analysis was carried out for moving average, moving median and Savitsky-Golay filters. The areas of applicability are studied depending on the ratio of the sampling frequency to the signal frequency and the size of the filter window. A comparative study of filters was carried out on their efficiency, accuracy and resistance to anomalous measurements.

### Введение

Реализация цифровых фильтров в бортовых вычислителях систем управления лабораторными стендами сопряжена с рядом сложностей. Во-первых, в подобных системах решается задача стабилизации, регулирования или управления непрерывной динамической системой обладающей достаточно быстрой нелинейной динамикой и, как следствие, должно обеспечивать соответствующие быстродействие работы цифровых фильтров. Во-вторых, цифровые сигналы, поступающие от измерительных систем, как правило, имеют достаточно высокий уровень шума, требующий достаточно сильной фильтрации, прежде чем на основе измеренных данных сформировать сигнал управления. В-третьих, с учетом специфики учебно-

лабораторного оборудования, которое реализуется за счет относительно дешевых комплектующих, возможно наличие в сигналах достаточно большого количества аномальных измерений, которые также, необходимо отработать перед формированием управления.

В данной работе рассматривается задача применения методов цифровой обработки сигналов для учебно-лабораторного стенда «Перевернутый маятник на подвижном основании», разработанного в Молодежном инженерном центре МГТУ имени Н.Э. Баумана с применением программного обеспечения SimInTech.

### Учебно-лабораторный стенд

Учебно-лабораторный стенд конструктивно представляет из себя балку-направляющую, установленную на двух регулируемых опорах (рис. 1). Каретка с маятником является подвижной частью стенда, состоящую из каретки, закреплённой на направляющей, и маятника, ось которого удерживается двумя подшипниками. Измерительными приборами стенда являются абсолютный энкодер AS5048a, измеряющий абсолютное угловое положение маятника, и инкрементный энкодер LPD3806, измеряющий количество оборотов собственного вала, которые затем пересчитываются в линейное положение каретки. Объектом управления является двигатель постоянного тока RS-540SH. Обработка информации с датчиков и управление осуществляется микроконтроллером STM32F411.

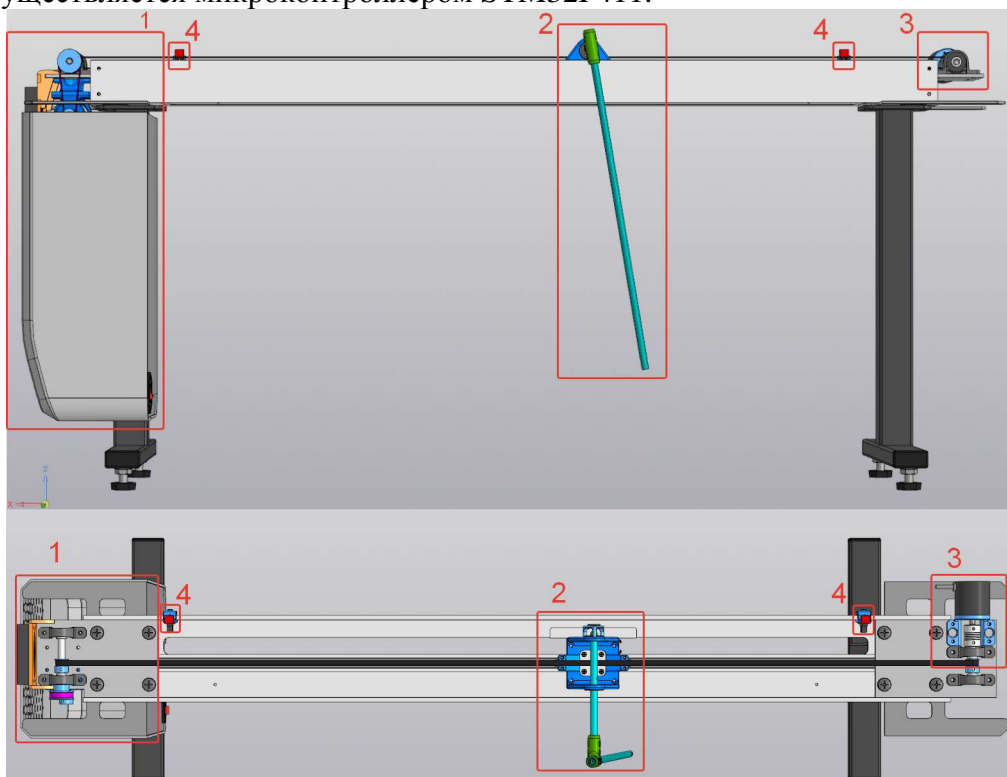


Рис. 1. Конструкция стенда: 1 – блок управление и двигатель; 2 – каретка с маятником; 3 – инкрементный энкодер; 4 – концевые выключатели

Программирование микроконтроллера реализуется при последовательном использовании кодогенератора в среде SimInTech и последующей компиляцией кода с его загрузкой в память бортового вычислителя с использованием программной среды Keil. Особенностью подобного решения является использование взаимосвязи двух программных систем, в результате работы которых генерируемый программный код, загружаемый на контроллер, не обладает необходимым быстродействием по сравнению с тем случаем, если он пишется непосредственно на языке C/C++. Однако, несмотря на подобный недостаток, использование SimInTech упрощает достаточно сложную для неопытного пользователя процедуру программирования микроконтроллера, т.к. заменяет процесс написания программного кода на формирование схемы моделирования, которая затем переводится кодогенератором в C/C++ код.

В этом случае задача проектирования алгоритмов цифровой обработки информации, формирования самих фильтров и их реализации требует более тщательного подхода.

### Алгоритмы фильтрации

*Фильтр скользящего среднего.* Принцип работы фильтра скользящего среднего заключается в усреднении значений сигнала в окне фиксированной длины, взвешивая каждое значение в окне равномерно и вычисляя среднее значение. Этот процесс позволяет сгладить резкие колебания в сигнале, сохраняя общий тренд. Математически данный фильтр задается в виде [1].

$$y_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_{i-k},$$

где  $N$  – размер окна, задаваемый в дискретах съема,  $x$  – значения сигнала.

Для рассматриваемого учебно-лабораторного стенда эмпирически была определена зависимость СКО фильтра от величины размера окна и от величины отношения полезной составляющей сигнала относительно частоты дискретизации, что проиллюстрировано на рисунке 2, где красными линиями отмечены сечения равные СКО.

Можно сказать, что фильтры скользящего среднего высоких (более 50-го) порядков применимы в очень узком диапазоне отношения частот, либо требуют существенного увеличения частоты дискретизации, которая в данном случае связана с частотой работы микроконтроллера, увеличение которой на порядок не представляется возможным.

*Медианный фильтр* используется для устранения шумов из сигнала путем замены каждого элемента сигнала медианным значением окрестности данного элемента. Математически задача формулируется следующим образом [1].

$$y_i = \text{median}(x_i, x_{i-1}, \dots, x_{i-N}).$$

Алгоритмически данный фильтр имеет сложность равную сложности сортировки элементов из  $N$  элементов, однако, позволяет достаточно эффективно бороться с аномальными измерениями (статистическими

выбросами) в сигнале. Аналогичная зависимость СКО фильтра от величины размера окна и от величины отношения полезной составляющей сигнала относительно частоты дискретизации для медианного фильтра показана на рисунке 3.

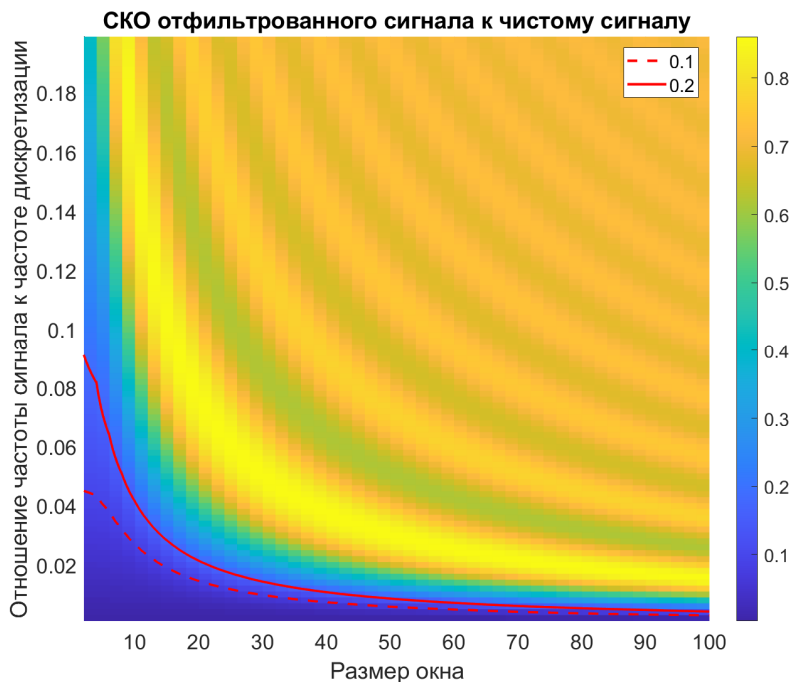


Рис. 2. Зависимость СКО фильтра скользящего среднего от размера окна

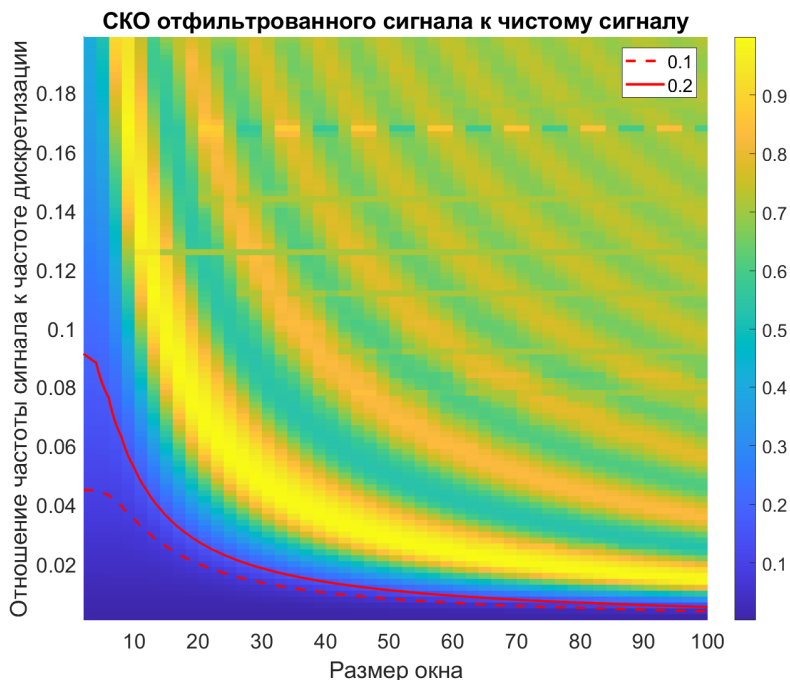


Рис. 3 Зависимость СКО медианного фильтра

Область возможной применимости медианного фильтра схожа с фильтром скользящего среднего, однако надо заметить и гармонические колебания на некоторых частотах, которые связаны с искажениями, вызываемыми дискретизацией сигнала, приближающегося к частоте Найквиста. Несмотря на свои достоинства у медианного фильтра имеется существенный недостаток, который проявляется в возможном существенном искажении полезного сигнала, если его характер на некотором интервале времени близок к гармоническому, что проиллюстрировано на рисунке 4.

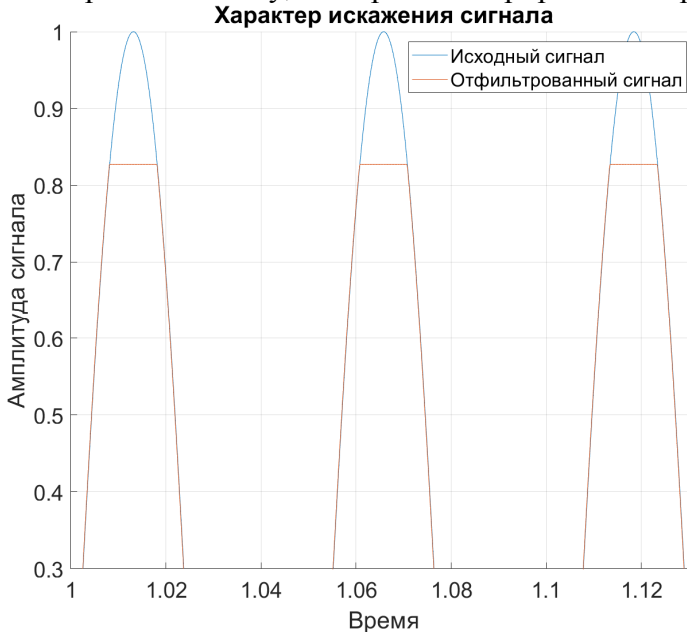


Рис. 4. Пример искажения медианным фильтром

Для решения этой проблемы можно применять взвешенный медианный фильтр, который позволяет менять пропорцию "полок", если смещать выход фильтра ближе к максимуму отсортированного массива, то "полка", которая съедает верхний пик, уменьшится, а полка, которая съедает нижний пик – увеличится. Справедливо и обратное высказывание для смещения выхода ближе к минимуму. [2]

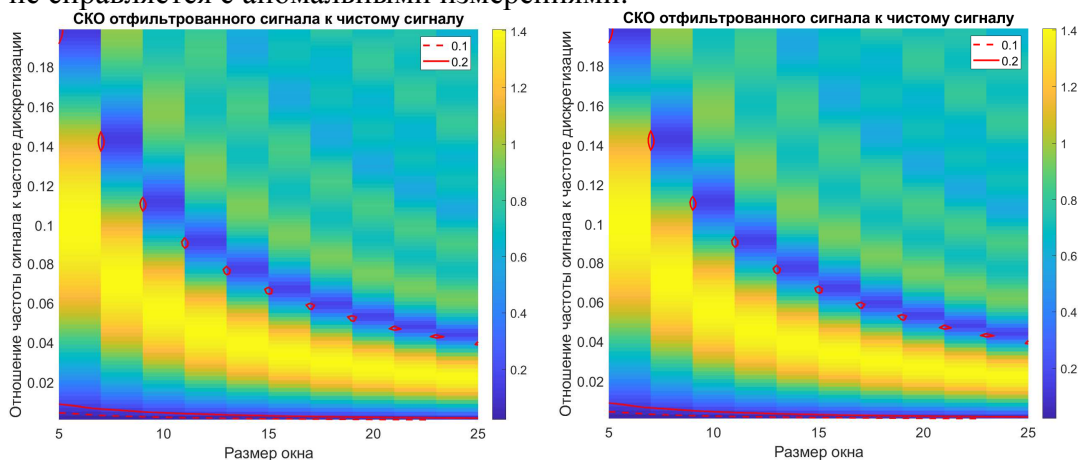
*Фильтр Савицкого-Голея* – это эффективный нуль-фазный фильтр. Фильтр может быть сформирован произвольного порядка, зависящего от размера окна во временной области. При увеличении окна и порядка фильтра увеличивается качества фильтрации – результирующий сигнал становится более гладкий, однако требуется несколько больший объем вычислений [3, 4]. Математически фильтр можно описать в следующем виде:

$$y_i = \sum_{k=-\frac{1-N}{2}}^{\frac{1+N}{2}} C_k x_{i+k},$$

где  $N$  – размер окна,  $C$  – коэффициенты полинома.

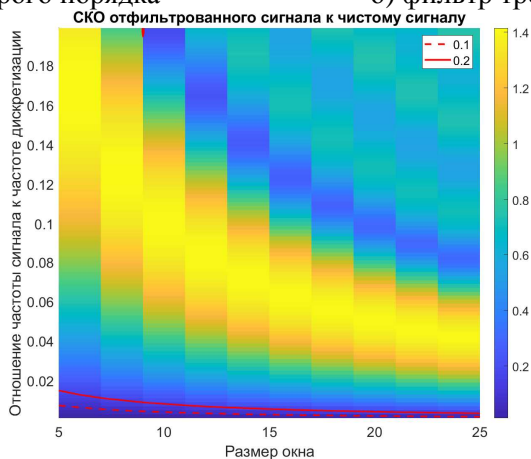
При этом необходимо отметить, что лежащие в основе фильтра полиномы имеют нелинейное влияние на его частотную характеристику в отличие от фильтров скользящего среднего или медианного. Достоинством же фильтра является возможность по-прежнему (фильтрующим образом) вычислять первые и вторые производные сигналы без использования вычислительно неустойчивых операций в виде численного дифференцирования.

Зависимость СКО фильтра от величины размера окна и от величины отношения полезной составляющей сигнала относительно частоты дискретизации для данного вида фильтров 2-го, 3-го и 4-го порядков показана на рисунке 5, по которому наглядно видно, что для каждого из размеров окон частоты и их гармоники, которые лучше фильтрует фильтр, сильно отличаются в зависимости от порядка. Применение фильтра Савицкого-Голея может приводить к небольшому уменьшению амплитуды (искажению информативной составляющей сигнала). Помимо этого, данный вид фильтров не справляется с аномальными измерениями.



а) фильтр второго порядка

б) фильтр третьего порядка



в) фильтр четвёртого порядка

Рис. 5. Зависимость СКО фильтра Савицкого-Галлея

## Сравнительный анализ

Результаты сравнения трех рассмотренных фильтров приведены в таблице 1.

Табл. 1. Сравнительная таблица

	Фильтр скользящего среднего	Медианный фильтр	Фильтр Савицкого–Голея
Алгоритмическая сложность	$O(N)$	$O(N \log N)$	$O(N)$
Вид искажения	Снижение амплитуды	Обрезание пиков	Небольшое снижение амплитуды
Обработка аномальных измерений	Плохо	Хорошо	Очень плохо

Для борьбы с аномальными измерениями можно применить нелинейную технику сглаживания на примере LULU фильтра [5]. Другим вариантом является применение фильтра Хампеля [6]. Однако, настройка фильтра под работу с требуемыми и неизвестными значениями СКО достаточно сложна.

## Заключение

В работе рассмотрен вопрос применения цифровых фильтров для учебно-лабораторного стенда «Перевернутый маятник на подвижном основании», программная часть которого формируется с использованием связки программных систем SimInTech и Keil.

Рассматривались три вида цифровых фильтров: плавающее среднее, плавающее медианное среднее и фильтр Савицкого–Голея. Медианный фильтр является лучшим в борьбе с аномальными измерениями. Фильтр Савицкого–Голея продемонстрировал наименьшую степень искажения сигнала, но очень плохо справляется с фильтрацией при наличии аномальных измерений. Фильтр скользящего среднего показал недостаточную защиту от аномальных измерений и значительное искажение амплитуды сигнала.

## Список литературы / References

1. Smith S.W. The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. – San Diego, California: California Technical Publishing, 1999. – 650 p.
2. Lin Y., Yang R., Gabbouj M., Neuvo Y. Weighted median filters: a tutorial // IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing. 1996, vol. 43, no. 3, , pp. 157-192.
3. Savitzky A., Golay M.J.E. Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures // Analytical Chemistry. 1964, vol. 36, no. 8, pp. 1627-1639. DOI: 10.1021/ac60214a047.
4. Savitzky A., Abraham. A Historic Collaboration // Analytical Chemistry. 1989, vol. 61, no. 15, pp. 921A-923A. DOI: 10.1021/ac00190a744.

5. Rohwer C.H. Idempotent one-sided approximation of median smoothers // Journal of Approximation Theory. 1989, vol. 58, iss. 2, pp. 151-163.
6. Liu H., Sirish S., Wei J. On-line outlier detection and data cleaning // Computers and Chemical Engineering. 2004, vol. 28, pp. 1635-1647.

<b>Кузнецов Михаил Александрович</b> – студент	<b>Kuznetsov Mikhail Aleksandrovich</b> – student
<b>Масленников Андрей Леонидович</b> – старший преподаватель amas@bmsu.ru	<b>Maslennikov Andrey Leonidovich</b> – senior lecturer

*Received 27.06.2024*