

## АНАЛИЗ НОВОГО МЕТОДА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДУЛЯ ЮНГА

*Федорова М.А., Руменко Д.Н., Варлакова А.Р.*

*Омский государственный технический университет, Омск, Россия*

**Ключевые слова:** механика, модуль Юнга, сопротивление материалов, прикладная механика, упругость, деформации, теория упругости.

**Аннотация.** В данной статье представлено исследование, посвященное проблеме точного определения модуля Юнга через новый метод, сравниваемый с традиционным подходом. Авторы рассматривают особенности нового метода. Результаты исследования представляют интерес для специалистов в области машиноведения, материаловедения и других технических наук, помогая им улучшить точность и эффективность определения модуля Юнга в своей работе.

## ANALYSIS OF A NEW METHOD FOR EXPERIMENTAL DETERMINATION OF YOUNG'S MODULUS

*Fedorova M.A., Rumenko D.N., Varlakova A.R.*

*Omsk State Technical University, Omsk, Russia*

**Keywords:** mechanics Young's modulus, strength of materials, applied mechanics, elasticity, deformation, theory of elasticity.

**Abstract.** This article presents a study dedicated to the issue of accurate determination of Young's modulus using a new method compared to the traditional approach. The authors examine the features of the new method. The research results are of interest to specialists in the field of mechanical engineering, materials science, and other technical sciences, helping them improve the accuracy and efficiency of determining Young's modulus in their work.

### Введение

В настоящее время модули упругости являются одним из основных параметров описывающих механические свойства материалов в ракетно-космической технике и не только. Существует несколько модулей упругости: модуль сдвига и модуль Юнга. Модуль Юнга – свойство твёрдых тел по-разному поддаваться растяжению или сжатию, иными словами, модуль Юнга определяет жёсткость тела при растяжении или сжатии в продольном направлении. Этот модуль был назван в честь Томаса Юнга, и его заслуга заключается в предании теории упругости современного вида. Однако её концепции развил ещё в 1727 году швейцарский математик Леонард Эйлер, а Якопо Рикатти в 1782 году уже начал проводить первые эксперименты с этим модулем.

Согласно [1], модуль Юнга можно найти по формуле

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad (1)$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $\sigma$  – нормальные напряжения,  $\varepsilon$  – линейная деформация.

Единица измерения модуля Юнга в СИ – Паскали. Каждый материал имеет свой показатель модуля Юнга, также на его значение влияет температура. Однако тело может иметь несколько модулей Юнга в том случае, если тело не изотропно. Из [1] в случае если тело изотропно, то оно связано с модулем сдвига по формуле:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad (2)$$

где  $G$  – модуль сдвига,  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Модуль сдвига также один из параметров теории упругости, который показывает способность материала сопротивляться сдвиговой деформации.

Данный параметр очень важен при расчётах на прочность, например, на Международной космической станции за всё время полёта циклически накапливались напряжения при разных температурах от  $-150^{\circ}\text{C}$  в тени Земли до  $150^{\circ}\text{C}$  на солнечных лучах, а значения модуля Юнга при разных температурах может различаться в несколько раз, что при расчётах может стать острой проблемой [2]. Однако испытания материала при разных температурах, во-первых, потребуют много времени, во-вторых, при сильно высоких или низких температурах проведение опытов весьма затруднительно.

Следовательно, нам нужна новая методика расчёта модуля Юнга. Данная статья посвящена решению данной проблемы.

### **Основная часть**

Измерить модуль Юнга на оборудовании сложно. Для нахождения модуля Юнга нужно находить деформацию самого образца. При проведении исследований строится диаграмма растяжения образца, как описывается в работе [3]. Однако при проведении эксперимента на растяжение или сжатие деформируется не только изделие, но и сама машина (в том числе в местах захвата), вследствие чего мы не сможем получить точное значение. Для того чтобы измерять модуль Юнга точно нам нужно для машины определённое изделие с определённой формой и материалом, здесь возникает проблема, нужно унифицировать измерение модуля Юнга. Можно увеличить точность за счёт того, что использовать специальные датчики, которые фиксируют расстояние между ними, тем самым мы узнаем деформацию, однако в этом случае у нас не будет учтена деформация в точках контакта датчиков. Также модуль Юнга изменяется при изменении температуры, в справочниках обычно приводится модуль Юнга при температуре  $20$  градусов и выше [4], а значения для отрицательных температур отсутствуют, либо встречаются достаточно редко и только не в большом интервале.

Предлагаем для большей точности и удобства расчётов внести коррекцию, а именно определять деформацию изделия не только как удлинение изделия, но и удлинение деталей самой экспериментальной установки:

$$\Delta L = \Delta l_0 + \Delta l_{\phi}, \quad (3)$$

где  $\Delta L$  – деформация образца,  $\Delta l_0$  – удлинение самого образца,  $\Delta l_d$  – удлинение деталей установки.

Данная коррекция позволяет нам более точно найти напряжения образца. Образцы из разных материалов имеют разную жёсткость, даже сплавы разных маркировок из одинаковых материалов, например, АмГ5 и АмГ6 жёсткостью немного, но отличаются за счёт разных концентраций примесей, поэтому нужно учитывать информацию каждого материала. Из [5] машина измеряет деформацию  $\varepsilon_u = \frac{\Delta L}{l_0}$  от продольного усилия  $N$ .

Пусть контактная часть условно представляет собой стержень площадью сечения  $A$  основного тела образца и деформируется в пределах закона Гука при напряжении [1]:  $\sigma = \frac{N}{A}$ . Это гарантируется требованиями к конструкции образца и к испытательной машине.

Но  $\Delta L = \Delta l_0 + \Delta l_k$  и

$$\varepsilon_u = \frac{\Delta l_0 + \Delta l_k}{l_0} = \varepsilon_{uo} + \varepsilon_k. \quad (4)$$

По закону Гука  $\varepsilon_u = \frac{\sigma}{E_u}$ ,  $\varepsilon_{uo} = \frac{\sigma}{E_{uo}}$ ,  $\varepsilon_k = \frac{\sigma}{E_k}$ , и, подставляя, получаем

$$\frac{1}{E_u} = \frac{1}{E_{uo}} + \frac{1}{E_k}. \quad (5)$$

И, после преобразования,

$$E_{uo} = \frac{E_u \cdot E_k}{E_k - E_u}, \quad (6)$$

$$E_k = \frac{E_u \cdot E_{uo}}{E_{uo} - E_u}. \quad (7)$$

$E_k$  – расчетное значение условного модуля Юнга элементов крепления образцов, вычисляем по известным (справочным) значениям модуля Юнга  $E$  материала и измеренным в опытах средних  $E_u$  при  $t = 20^\circ\text{C}$

$$E_k = \frac{E \cdot E_u}{E - E_u}. \quad (8)$$

$E_{k(t,\sigma)}$  – расчетное значение условного модуля Юнга элементов крепления образца при данных температуре и  $\sigma$  оцениваем поправкой (8) на соотношение  $E_{u(t,\sigma)}/E_{u(t=20,\sigma)}$  или заменой в числителе измеренного модуля на соответствующее значение

$$E_{k(t,\sigma)} = E_k \cdot \frac{E_{u(t,\sigma)}}{E_{u(t=20)}} = \frac{E \cdot E_{u(t,\sigma)}}{E - E_u}. \quad (9)$$

$E_{o(t,\sigma)}$  – опытное значение модуля Юнга образца при данной температуре и  $\sigma$  вычисляем подстановкой в (6) значений, соответствующих данной температуре и напряжению:

$$E_{o(t,\sigma)} = \frac{E_{u(t,\sigma)} \cdot E_{k(t,\sigma)}}{E_{k(t,\sigma)} - E_{u(t,\sigma)}}. \quad (10)$$

Рассчитаем модуль Юнга по новой методике. Образец испытываем на машине Zwick Roel Z010 при температуре 20°C, получаем в среднем  $E_u = 7,53 \cdot 10^3$  Па. Модуль Юнга из справочника [4] при комнатной температуре равно  $7,1 \cdot 10^4$  Па. Подставляем в (6), получаем  $E_k = 8,42 \cdot 10^3$  Па.  $E_{u(t,\sigma)}$ , то есть максимальное расчётное  $E_u$  при температуре 150°C равно  $6,55 \cdot 10^3$  Па. Подставляем в (9), получаем  $E_{k(t,\sigma)} = 7,32 \cdot 10^3$  Па. Подставляем в (10), получаем  $E_{o(t,\sigma)} = 6,17 \cdot 10^4$  Па при справочном модуле Юнга при температуре 150°C равно  $6,1 \cdot 10^4$  Па. Рассчитаем погрешность по формуле:

$$\Delta = \frac{E_{o(t,\sigma)} - E_{СПР}}{E_{СПР}} \cdot 100\%, \quad (11)$$

где  $E_{СПР}$  – справочное значение модуля Юнга при температуре 150°C.

Получаем  $\Delta = 1,25\%$ , что является вполне допускаемой погрешностью, таким образом, по такой методике становится возможным расчёт модуля Юнга при различных температурах при известных справочных значениях при 20°C.

### Вывод

Предложен метод расчёта модуля Юнга, позволяющий определять его значения при разных температурах, как положительных, так и отрицательных. На основе эксперимента рассчитан модуль Юнга сплава АМГб при температуре 150°C. Предварительные расчёты показали, что предложенный метод позволяет получить значение модуля Юнга с погрешностью, в данных расчётах она составила 1,25%. Данный метод расчёта имеет большую важность, так как при температурах, сильно отличимых от условий среды, становится сложным проведение опытов, особенно при отрицательных значениях.

### Список литературы

1. Федосьев В.И. Соппротивление материалов. 3-е изд. – М.: Наука, 1964. – 540 с.
2. Лесняк И.Ю., Соколовский З.Н., Гавриленко С.В. Исследование выносливости сплава АМГб при циклическом объемном температурном деформировании // Омский научный вестник. – 2022. – № 4(184). – С 30-35. – DOI: 10.25206/1813-8225-2022-184-30-35.
3. Вильдеман В.Э., Санникова Т.В., Третьяков М.П. Экспериментальное исследование закономерностей деформирования и разрушения материалов при плоском напряженном состоянии // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2010 – № 5 – С. 106-111.
4. Туманов А.Т. Конструкционные материалы. Том 1. – 1-е изд. – М.: Советская энциклопедия, 1963. – 416 с.

5. Пономарёв С.Д. и др. Теоретические основы и экспериментальные методы. Расчеты стержневых элементов конструкций при статической нагрузке // Расчеты на прочность в машиностроении. – М.: Машгиз, 1956. – Т. 1. – 884 с.

### References

1. Fyodosev V.I. Strength of Materials. 3rd ed. – М.: Science, 1964. – 540 p.
2. Lesnyak I.Y., Sokolovskiy Z.N., Gavrilenko S.V. Study of the endurance of alloy AMg6 under cyclic volumetric temperature deformation // Omsk Scientific Bulletin. 2022, no. 4(184), pp. 30-35. DOI: 10.25206/1813-8225-2022-184-30-35.
3. Wildeman V.E., Sannikova T.V., Tretyakov M.P. Experimental study of deformation and fracture patterns of materials under plane stress state // Engineering Problems and Machine Reliability. 2010, no. 5, pp. 106-111.
4. Tumanov A.T. Structural Materials. Vol. 1. – 1st ed. – М.: Soviet Encyclopedia, 1963. – 416 p.
5. Ponomaryov S.D. et al. Theoretical foundations and experimental methods. Calculations of rod elements of structures under static load // Strength Calculations in Mechanical Engineering. – Moscow: Mashgiz, 1956. – Vol. 1. – 884 p.

<b>Федорова Мария Александровна</b> – кандидат технических наук, доцент	<b>Fedorova Maria Alexandrovna</b> – candidate of technical sciences, associate professor
<b>Руменко Дмитрий Николаевич</b> – студент	<b>Rumenko Dmitrii Nikolaevich</b> – student
<b>Варлакова Арина Романовна</b> – студентка	<b>Varlakova Arina Romanovna</b> – student
klyoster04@bk.ru	

*Received 16.06.2024*