

<https://doi.org/10.26160/2474-5901-2024-40-36-42>

## РАСПРЕДЕЛЕННОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МУЛЬТИАГЕНТНЫМИ СИСТЕМАМИ

*Ян Шуай*

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва,  
Россия*

**Ключевые слова:** мультиагентная система, проблема консенсуса, протокол согласованности, оптимальное управление, распределенное управление.

**Аннотация.** Одной из ключевых и самых сложных задач в распределенном управлении МАС является проблема консенсуса, которая является основой для координации работы многих агентов в системе. Проблема консенсуса является также основой для согласованной работы МАС, причем синергия кластера может быть реализована только тогда, когда состояния между отдельными агентами достигают полной согласованности. В работе разрабатывается статический протокол согласованности и исследуется оптимальный закон управления, когда функция производительности одного интеллекта является оптимальной. Распределенный протокол управления разрабатывается путем объединения протокола согласованности и оптимального закона управления.

## OPTIMAL CONSENSUS CONTROL OF MULTI-AGENT SYSTEMS

*Yang Shuai*

*Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

**Keywords:** multi-agent system, consensus problem, consistency protocol, optimal control, distributed control.

**Abstract.** Multi-agent systems (MAS) are actively developing in the field of management science of complex systems and they are increasingly penetrating into various spheres of human activity. The consensus problem, as a fundamental challenge in distributed MAS management, plays a crucial role in coordinating the actions of multiple agents within the system. Achieving consensus among individual agents is essential for enabling effective collaboration and synergy within a cluster. This study focuses on the development of a static consistency protocol and investigates an optimal control law to maximize the performance function of a single intelligence. Additionally, a distributed control protocol is derived by integrating the consistency protocol with the optimal control law.

### **Введение**

В последние годы *мультиагентные системы* (МАС) привлекают все большее внимание как академического, так и промышленного сообществ, благодаря глубокому изучению и научному анализу биологического поведения группы живых организмов. МАС представляет собой систему, объединяющую несколько интеллектуальных агентов, которые сотрудничают и взаимодействуют друг с другом для выполнения сложных задач. *Интеллектуальный агент* (ИА) обычно является физическим или абстрактным объектом, который способен воспринимать окружающую среду и использует свои знания для эффективного взаимодействия с ней.

В природе многие биологические группы проявляют координированное поведение, такое как сотрудничество и разделение труда в колониях муравьев,

формирование стай птиц и совместная охота хищников [1]. Это вдохновило академическое сообщество на изучение и разработку МАС. Преимущества МАС включают способность выполнять сложные и опасные задачи, обеспечивать высокую эффективность, отказоустойчивость и низкую стоимость, что делает их потенциально применимыми в различных областях: управление БПЛА и сетями датчиков, в медицине и в системах контроля окружающей среды, в системах военного наблюдения [2] и др.

*Проблема консенсуса* в МАС является одной из наиболее сложных задач, которая заключается в достижении согласия между ИА относительно общего статического значения или состояния. Основная идея заключается в том, чтобы каждый агент использовал информацию, передаваемую через сеть агентов, разрабатывал соответствующий распределенный контрольный алгоритм и, в конечном итоге, связывал свою динамику с топологией сети для достижения единства и синхронизации состояний [3].

Теоретическое исследование проблемы консенсуса можно условно разделить на три этапа.

*На первом этапе исследования* основное внимание уделялось моделированию механизмов в биологических сообществах, путем симуляции некоторых явлений консенсуса на компьютере. В 1987г. Рейнольдс (Reynolds C.W.) разработал компьютерную модель, основанную на характеристиках птиц, рыб и других природных групп. Он предложил известную модель Void [4]. Вдохновленные данной моделью, Вичек (Vicsek T.) и его коллеги в 1995г. предложили минимальную модель для описания фазового перехода в самодвижущихся частицах на основе использования нового типа динамики [5].

*Второй этап исследования* – это начальный этап теоретического анализа. В 2003г. Джадбабае (Jadbabaie A.) и его коллеги применили теорию графов и матричную теорию для объяснения проблемы консенсуса в модели Вичека а также проанализировали влияние структурной связности графа на достижение консенсуса [6]. В 2004г. Олфати-Сабер и Мюррей (Olfati-Saber R., Murray R.M.) использовали свойства матрицы Лапласа для исследования проблемы консенсуса в системе множества интеллектуальных агентов с одноступенчатыми интеграторами. Они формализовали понятия решаемости и достижения соглашения в контексте проблемы консенсуса. В результате была предложена теоретическая основа для проблемы консенсуса, которая раскрывает связь между алгебраической связностью графа, скоростью сходимости к консенсусу и верхним пределом временной задержки [7]. В 2005г. Рен и Биард (Ren W., Beard R.W.) провели анализ проблемы консенсуса в системе множества ИА с двойным интегратором и указали, что структура коммуникационной топологии, включая ориентированное генерирующее дерево, играет важную роль в достижении асимптотического согласия [8]. Впоследствии, теория графов стала важным инструментом для анализа проблемы достижения консенсуса. Она перешла на третий этап глубокого изучения этой проблемы [9].

*Третий этап исследования* преимущественно направлен на анализ моделей согласия, разработку протоколов, анализ сходимости, балансировку и перспективы применения.

В настоящей работе вводится в рассмотрение квадратичный показатель производительности для отдельного ИА, а также оптимальное управление, необходимое для достижения наилучшего показателя производительности при выполнении целей контроля. Затем приводится оптимальное управление отдельных ИА и распределенное управление в системе множества агентов, чтобы разработать протокол распределенного оптимального управления такой МАС.

### **Анализ сетей агентских коммуникаций методами теории графов**

Граф в МАС представляет собой непустое множество вершин (узлов) и множество ребер, обозначаемых символом  $G = (V, E)$ . Здесь  $V$  – множество вершин, а  $E$  – множество ребер. Граф используется для моделирования взаимоотношений между агентами в МАС. В данном случае каждая вершина представляет отдельного ИА, а каждое ребро отражает связь и взаимодействие между двумя агентами. Для МАС с  $n$  агентами соответствующий граф (ориентированный или неориентированный) представляется в виде  $G = (V, E)$ , где  $V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  и  $E \subseteq V \times V$ . Ребро  $(i, j) \in E$  обозначает существование связи между агентами  $j$  и  $i$ , где  $j$  имеет доступ к  $i$ , обменивается информацией с ним и взаимодействует с ним, а также указывает на то, что  $i$  является соседом для  $j$ . Множество соседей вершины  $i$  может быть выражено следующим равенством:

$$N_i(E) = \{j \in V \mid (i, j) \in E\}.$$

Матрица соседства  $A = [a_{ij}] \in R^{n \times n}$  для графа  $G$  имеет следующий вид:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } (j, i) \in E, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad a_{ij} = a_{ji}, \quad i \neq j.$$

Связь между степенью вершины и её числовым значением может быть представлена выражением:

$$d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}.$$

Матрица степеней графа  $G$  может иметь следующий вид:

$$D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n),$$

а матрица Лапласа МАС, представленной графом  $G$ , определяется равенством:

$$L = D - A,$$

причем данная матрица является симметричной и обладает следующими свойствами:

$$\sum_{j=1}^n l_{ij} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

## Протокол согласия МАС

В условиях континуума времени состояние ИА в МАС может быть описано следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{p}_i(t) &= v_i(t), \\ \dot{v}_i(t) &= u_i(t),\end{aligned}$$

где  $p_i(t)$ ,  $v_i(t)$  и  $u_i(t)$  обозначают соответственно положение, скорость и управляющий ввод ИА  $i$ .

Введем обозначение:

$$\begin{aligned}x(t) &= [p^T(t) v^T(t)]^T, p(t) = [p_1(t) p_2(t) \dots p_n(t)]^T, v(t) = \\ &= [v_1(t) v_2(t) \dots v_n(t)]^T, u(t) = [u_1(t) u_2(t) \dots u_n(t)]^T,\end{aligned}$$

где  $n$  – количество ИА в системе.

Тогда выражение для пространства состояний системы можно представить уравнением вида

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t),$$

где  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes I_n$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \otimes I_n$  ( $\otimes$  – произведение Кронекера).

Дизайн контроллера, обеспечивающего консенсус ИА, описывается следующим уравнением:

$$u_i(t) = \alpha \sum_{j \in N_i} a_{ij} (p_j(t) - p_i(t)) + \beta \sum_{j \in N_i} a_{ij} (v_j(t) - v_i(t)),$$

где  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$  – коэффициенты усиления.

Учитывая матрицу Лапласа  $L$ , протокол согласия МАС можно привести к матричной форме в виде следующего уравнения:

$$u(t) = -\alpha Lp(t) - \beta Lv(t) = -[\alpha L \quad \beta L]x(t).$$

## Оптимальное управление одним агентом

Учитывая необходимость решения разнообразных практических задач, часто требуется, чтобы управление системой подчинялось конкретным ограничениям, зачастую связанными с производительностью. Показатели производительности представляют собой меру качества работы системы при любом допустимом управлении, причем их форма и содержание зависят от конкретной поставленной задачи, которую необходимо решить путем оптимизации управления [10]. Оптимальное решение для линейного квадратичного показателя производительности имеет универсальное аналитическое выражение и может быть сокращено до простого закона линейной обратной связи по состоянию, что упрощает расчёт и реализацию замкнутого цикла обратной связи. Данный показатель производительности имеет вид следующего квадратичного критерия оптимальности:

$$J = \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt.$$

Учитывая, что состояния ИА на разных координатных осях независимы, необходимо определить весовые матрицы:

$$Q = qI_2 \text{ и } R = rI_1, \text{ где } q > 0, r > 0.$$

В соответствии с теорией оптимального управления, правило для управления отдельным ИА имеет вид

$$u = -R^{-1}B^T P x,$$

где  $P$  – решение уравнения Риккати:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0.$$

### Распределенное оптимальное управление МАС

Для оптимального управления обязательно требуется, чтобы топология коммуникации в МАС представляла собой полный граф, тогда как для распределенного управления это можно достичь с помощью связного графа. Полный граф накладывает более строгие ограничения по сравнению со связным графом. В данной работе автор учитывает как закон оптимального управления отдельного ИА, так и распределенное управление системой ИА, проектируя соответствующий протокол оптимального распределенного управления. Этот протокол не только соответствует требованиям показателя производительности, но и сочетает в себе преимущества оптимального и распределенного управления [11].

Определим параметры управления для отдельного ИА:

$$K_i = R_i^{-1}B_i^T P_i,$$

причем полагаем, что  $Q_i = q_i I$ ,  $R_i = r_i I$ , где  $q_i$ ,  $r_i$  – константы, а  $I$  – единичная матрица.

Описанная МАС является однородной системой, динамические характеристики всех ИА которой идентичны, что позволяет прямое применение оптимального метода управления МАС. Таким образом, оптимальный протокол управления представлен следующей формулой:

$$u(t) = -k_1 L p(t) - k_2 L v(t) = -[k_1 L \quad k_2 L] x(t),$$

где  $k_1$ ,  $k_2$  – элементы матрицы  $K$ .

### Компьютерная апробация оптимального управления МАС

Автор использовал язык программирования Python в интегрированной среде разработки VSCode для проведения компьютерного моделирования. В результате исследования была подтверждена работоспособность разработанного оптимального протокола управления. При этом рассмотрен случай существования четырех подвижных ИА с начальными позициями  $[0,0]$ ,  $[5,1]$ ,  $[5,3]$ ,  $[0,5]$  и с нулевой начальной скоростью при следующих весовых коэффициентах показателя производительности:

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, R = 20.$$

На рисунке 1,а представлены траектории четырех ИА от разброса до сближения, иллюстрирующие процесс достижения консенсуса, а на рисунке 1,б показаны изменения положения, скорости и контрольного значения каждого ИА по осям  $X$  и  $Y$  в зависимости от времени.

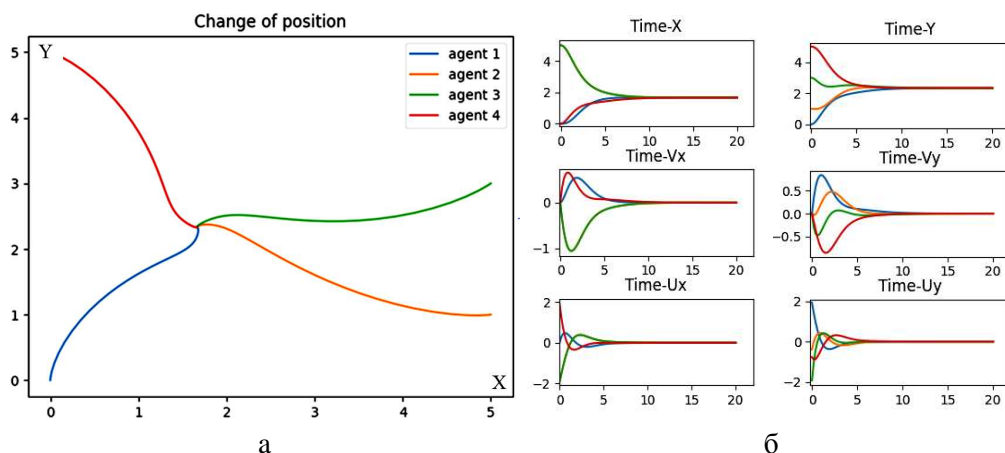


Рис. 1. Параметры движения ИА

### Заключение

В работе проведен анализ модели движения ИА и разработана МАС. Предложен консенсусный алгоритм. Для оптимизации производительности выполнения задач разработан протокол распределенного управления на основе распределенного контрольного протокола и метода оптимального управления МАС. Данный протокол позволяет снизить требования к коммуникационной сети и одновременно оптимизировать производительность МАС.

### Список литературы / Reference

1. Yang S. Mobile robot trajectory planning in an environment with obstacles based on a modified particle swarm optimization algorithm // Scientist record of the Faculty of Physics of Moscow University. 2023, no. 4, p. 2340707–1-6.
  1. Ян Ш. Планирование траектории движения мобильного робота в среде с препятствиями на основе модифицированного алгоритма оптимизации роя частиц // Ученые записки Физического факультета МГУ. – 2023. – № 4. – С. 2340707–1-6.
2. Rawad A., Shahrur S.A., Sherzod T., Mohamed O. An overview of the consensus problem in the control of multi-agent systems // *Automatika*. 2018, vol. 59, no. 2, pp. 143-157.
3. Gulzar, M.M., Rizvi, S.T.H., Javed, M.Y., Munir, U., Asif, H. Multi-Agent Cooperative Control Consensus: A Comparative Review // *Electronics*. 2018, vol. 7, no. 22.
4. Reynolds C.W. Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model // *Association for Computing Machinery*. 1987, vol. 21, no. 4, pp. 25-34.
5. Vicsek T., Czirók A., Ben-Jacob E., Cohen I., Shochet O. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles // *Physical Review Letters*. 1995, vol. 75, no. 6, pp. 1226-1229.
6. Jadbabaie A., Lin J., Morse A.S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2003, vol. 48, no. 6, pp. 988-1001.

7. Olfati-Saber R., Murray R.M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays // IEEE Transactions on Automatic Control. 2004, vol. 49, no. 9, pp. 1520-1533.
8. Ren W., Beard R.W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies // IEEE Transactions on Automatic Control. 2005, vol. 50, no. 5, pp. 655-661.
9. Li Y., Tan C. A survey of the consensus for multi-agent systems // Systems Science & Control Engineering. 2019, vol. 7, no. 1, pp. 468-482.
10. Zhao, J., Dai, F., Song Y. A Distributed Optimal Formation Control for Multi-Agent System of UAVs // Journal of Robotics, Networking and Artificial Life. 2023, vol. 9, no. 4, pp. 374-378.
11. Movric K.H., Lewis F.L. Cooperative optimal control for multi-agent systems on directed graph topologies // IEEE Transactions on Automatic Control. 2014, vol. 59, no. 3, pp. 769-774.

<b>Ян Шуай</b> – аспирант	<b>Yang Shuai</b> – postgraduate student
shuai.yang21@physics.msu.ru	

*Received 19.02.2024*