https://doi.org/10.26160/2474-5901-2023-37-42-51

ЗАДАЧА ГРУППОВОГО ПАТРУЛИРОВАНИЯ ПРОТЯЖЕННЫХ ТЕРРИТОРИЙ С МНОЖЕСТВОМ ДЕПО

Филимонов А.Б.[1], Филимонов Н.Б.[2]
[1]МИРЭА – Российский технологический университет;
Московский авиационный институт (НИУ), Москва, Россия;
[2]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова;
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
Москва, Россия

Ключевые слова: группа БПЛА, патрулирование, множество депо, планирование маршрутов полета, множественная задача коммивояжера, оптимальность по критерию минимизации максимальной длины маршрута.

Аннотация. В работе рассматривается задача оптимального планирования маршрутов полета однотипных БПЛА при групповом патрулировании территорий большой протяженности с множеством депо. Данная задача может быть формализована как множественная задача коммивояжера, результатом решения которой являются замкнутые маршруты полета беспилотников. В качестве критерия оптимальности планируемых маршрутов принимается минимум максимальной длины сформированных маршрутов. Обсуждаются подходы к решению рассматриваемой задачи патрулирования.

THE TASK OF GROUP PATROLLING OF EXTENDED TERRITORIES WITH MULTIPLE DEPOTS

Filimonov A.B.[1], Filimonov N.B.[2]
[1]MIREA – Russian Technological University;
Moscow Aviation Institute (NRU), Moscow, Russia;
[2]Lomonosov Moscow State University; Trapeznikov Institute
of Control Problems of RAS, Moscow,

Keywords: UAV group, patrolling, multiple depots, flight route planning, multiple traveling salesman problem, optimality according to the criterion of minimizing the maximum route length.

Abstract. The paper considers the problem of optimal planning of flight routes of the same type of UAVs during group patrolling of long-range territories with many depots. This task can be formalized as a multiple traveling salesman problem, the result of which is the closed flight routes of drones. The minimum of the maximum length of the formed routes is taken as the criterion of optimality of the planned routes. Approaches to solving the patrol problem under consideration are discussed.

Одним из важных и наиболее трендовых использований беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) (беспилотники, дроны; англ. Unmanned Aerial Vehicles, UAV) является охранно-мониторинговая деятельность в виде воздушного ***патрулирования*** протяженных объектов путем регулярного их облета, сбора и оперативной передачи информации на станцию управления о наблюдаемой с воздуха обстановке на патрулируемом объекте. При этом воздушное патрулирование предполагает решение ***классической задачи***

планирования маршрута (англ. Vehicle Routing Problem, VRP) полета БПЛА, которая заключается в построении для беспилотников при одиночном или групповом патрулировании замкнутых оптимальных по некоторому критерию маршрутов облета патрулируемого объекта (см., например, [1, 2]).

Весьма популярный поход к постановке и решению задачи оптимальной маршрутизации БПЛА при групповом патрулировании заключается в ее формализации как ***множественной задачи коммивояжера*** (МЗК) (англ. Multiple Traveling Salesman Problem, MTSP) [3, 4], в которой допускается более одного *коммивояжера* и которая является обобщением классической задачи коммивояжера (ЗК) с одним коммивояжером (англ. Traveling Salesman Problem, TSP), связанной с отысканием наиболее экономичного циклического обхода (маршрута коммивояжера, гамильтонова контура) заданного конечного множества «клиентов».

В работах авторов [5, 6] рассмотрена задача планирования оптимальных маршрутов полета БПЛА при групповом патрулировании больших протяженных территорий лишь с одним депо – пунктом базирования беспилотников. В настоящей работе дается постановка и обсуждаются подходы к решению данной задачи маршрутизации с множеством депо, причем предполагается оптимизация искомых маршрутов по минимаксному критерию их протяженности (длины).

Вспомогательные понятия и определения

Далее множество всех зон патрулирования рассматривается как упорядоченное множество P и при решении задачи планирования маршрутов полета группы БПЛА применяется процедура его разбиения на подмножества. В связи с этим введем ряд определений и понятий из теории множеств.

Пусть M – произвольное множество. Семейство непустых множеств $\{M_i\}_{i\in I}$, где I – некоторое множество индексов, называется *разбиением* M, если:

1) $M_i \cap M_j = \varnothing$ для любых $i, j \in I$, таких что $i \neq j$;

2) $\bigcup\limits_{i\in I} M_i = M$.

При этом множества M_i называются *блоками* или *частями* разбиения множества M.

Отношение порядка в линейно упорядоченном множестве M обозначим символом $\leq$: для $a, b \in M$ запись $a \leq b$ означает, что элемент a не превосходит b.

Замкнутый интервал $[a, b]$ – это множество элементов $x \in M$, удовлетворяющих неравенству $a \leq x \leq b$, причем он содержит, по меньшей мере, элементы a и b.

О двух интервалах $X, Y \subset M$ линейно упорядоченного множества M говорят, что первый предшествует второму, если для любых элементов $x \in X$ и $y \in Y$ выполняется условие $x < y$.

Элемент $a \in M$ называется наименьшим, если для любого элемента $b \in M$ имеет место неравенство $a \le b$. Аналогично вводится понятие наибольшего элемента.

Постановка задачи оптимальной маршрутизации полета группы БПЛА с многими депо

Задача маршрутизации транспортных средств, парк которых расположен в нескольких депо (Multiple Depot Vehicle Routing Problem, MDVRP), впервые была предложена Laporte, Nobert и Arpin в работе [7].

Обратимся к задаче маршрутизации полета группы БПЛА с множеством депо. Положим, что все имеющиеся депо рассредоточены вдоль патрулируемой территории и организация патрулирования заключается в ее разделении на участки, на каждом из которых действуют беспилотники из одного депо, причем весь парк имеющихся беспилотников распределен по выделенным участкам.

Будем использовать пространственную модель полетов БПЛА.

Введем следующие обозначения:

N – число зон патрулирования;

$P = \{p_1, p_2, ..., p_N\}$ – упорядоченное множество всех зон патрулирования, причем p_i и p_{i+1} – смежные (граничащие друг с другом) зоны;

$Ind(P')$ – индексное множество для подмножества $P' \subset P$ (т.е. множество индексов всех элементов данного подмножества);

n – число всех депо на патрулируемой территории;

$D = \{d_1, d_2, ..., d_n\}$ – множество всех депо;

m – число БПЛА, предназначенных для патрулирования;

m_k – число беспилотников, базирующихся в депо d_k;

N_k – число зон, которые контролируются беспилотниками, базирующимися в депо d_k;

λ_i – протяженность i-й зоны;

$\lambda_{d,i}$ – расстояние от депо d до i-й зоны;

$\lambda_{i,d}$ – расстояние от i-й зоны до депо d.

С учетом общего числа контролируемых зон и общего числа имеющихся беспилотников должны выполняться следующие условия:

$$\sum_{k=1}^{n} N_k = N, \ \sum_{k=1}^{n} m_k = m.$$

Конфигурационной моделью рассматриваемой задачи маршрутизации является граф $G = (V, E)$ со множеством вершин $V = P \bigcup D$ и множеством ребер E, представляющих возможные варианты перемещения БПЛА.

Маршрут полета каждого, участвующего в патрулировании беспилотника (далее именуемый также *туром*), начинается и заканчивается в некотором – одном и том же депо, и охватывает определенные зоны территории. Считаем, что каждому беспилотнику предписан только один тур.

Учитывая вытянутую форму территории, разобьем ее на отдельные участки $R_1, R_2, ..., R_n$, так что на участке R_k осуществляется патрулирование беспилотниками, базирующимися в депо d_k $(k = \overline{1,n})$.

Разобьем множество P на интервалы:

$$P = P_1 \bigcup P_2 \bigcup ... \bigcup P_n,$$

так что интервал P_k предшествует интервалу P_{k+1}, причем P_k – множество зон, входящих в участок R_k. Тогда N_k – число зон, охватываемых участком R_k; m_k число беспилотников, базирующихся в депо d_k и, соответственно, число туров, организованных на участке R_k.

Принятому разбиению всей патрулируемой территории на участки отвечает разбиение (разрезание) графа G на подграфы $G_1, G_2, ..., G_n$, так что подграф G_k описывает возможные перемещения беспилотников внутри участка R_k.

Каждое множество P_k также разобьем на интервалы

$$P_k = P_{k,1} \bigcup P_{k,2} \bigcup ... \bigcup P_{k,m_k} \ (k = \overline{1,n}).$$

так что интервал $P_{k,i}$ предшествует интервалу $P_{k,i+1}$.

На графе G маршрут отдельного беспилотника представляется простым циклом. Соответствующие циклы в подграфе G_k будем обозначать через $C_{k,1}, C_{k,2}, ..., C_{k,m_k}$. Таким образом,

$$G_k = C_{k,1} \bigcup C_{k,2} \bigcup ... \bigcup C_{k,m_k},$$

причем цикл $C_{k,i}$ охватывает в интервале $P_{k,i}$ зоны, число которых равно

$$N_{k,i} = | P_{k,i} |.$$

Таким образом,

$$N_{k,i} \geq 1,\ k = \overline{1,n},\ i = \overline{1,m_k},\ N_k = \sum_{i=1}^{m_k} N_{k,i}.$$

Введем наименьший и наибольший индексы зон в интервале $P_{k,i}$:

$$I^-_{k,i} = \min Ind(P_{k,i}),\ I^+_{k,i} = \min Ind(P_{k,i}).$$

Заметим, что данные индексы являются индексами наименьшего и наибольшего элементов множества $P_{k,i}$.

Считаем, что беспилотник из депо d_k сначала перемещается в зону с индексом $I^-_{k,i}$, далее – по всем остальным зонам и, наконец, из последней зоны с индексом $I^+_{k,i}$ возвращается в депо d_k.

Протяженность маршрута, определяемого циклом $C_{k,i}$, равна

$$L_{k,i} = \lambda_{d_k, I_{k,i}^-} + \lambda_{I_{k,i}^+, d_k} + \sum_{i \in Ind(P_{k,i})} \lambda_i .$$

Групповое задание $Task_k$ для беспилотников на участке R_k представим кортежем

$$Task_k = \langle P_k, d_k, m_k \rangle .$$

Индивидуальным заданием $Task_{k,i}$ для беспилотника, осуществляющего патрулирование на участке R_k, является отдельный цикл

$$Task_{k,i} = C_{k,i} .$$

Решением рассматриваемой задачи планирования является множество заданий:

$$Task = \{Task_{k,i}, k = \overline{1,n}, i = \overline{1,m_k}\} .$$

Оптимальность плана маршрутизации группы БПЛА определяется выбором критерия эффективности F плана. В качестве оптимизируемого критерия примем максимальную длину маршрута $L_{\max}$ среди всех полетных заданий $Task_{k,i}, k = \overline{1,n}, i = \overline{1,m_k}$:

$$F = L_{\max} = \max_{\substack{1 \le k \le n \\ 1 \le i \le m_k}} L_{k,i}$$

Поставим задачу оптимальной маршрутизации как задачу минимизации данного критерия:

$$F \to \min .$$

Следует отметить, что данная *задача оптимальной маршрутизации полетов группы БПЛА с множеством депо* по существу является МЗК.

Постановка задачи оптимальной маршрутизации полетов группы БПЛА с одним депо

Положим, что решается задача патрулирования участка территории с единственным депо: $D = \{d\}$.

Учтем, что в депо d базируется m беспилотников и выделение отдельного тура для каждого из них означает разбиение множества P на интервалы:

$$P = P_1 \cup P_2 \cup ... \cup P_m ,$$

где интервал P_i предшествует интервалу P_{i+1}, причем множество зон P_i входит в отдельный тур.

Обозначим через $Task_i$ и N_i соответственно i-е полетное задание и число предписанных ему зон. Тогда

$$N_i \ge 1 \ (i = \overline{1,m}), \ N = N_1 + N_2 + ... + N_m . \qquad (1)$$

Общая задача планирования приобретает вид

$$Task = \{Task_i, i = \overline{1,m}\} .$$

Считаем, что задание $Task_1$ охватывает первые N_1 зон, задание $Task_2$ – последующие N_2 зон и т.д.

Пусть $I_i(i=\overline{1,m})$ – индекс наименьшего элемента множества P_i (индекс зоны, которую БПЛА впервые посещает в данном туре). Тогда

$$I_1=1,\ I_2=I_1+N_1,\ \ldots,\ I_m=I_{m-1}+N_{m-1}. \qquad (2)$$

Протяженность маршрута L_i, включенного в полетное задание $Task_i$, определяется равенством

$$L_i=\lambda_{d,i}+\lambda_{i,d}+\sum_{I_i\le j<I_{i+1}}\lambda_j \quad (i=\overline{1,m}),$$

Задачу маршрутизации формулируем как задачу минимизации максимальной длины маршрута $L_{\max}$ среди всех полетных заданий $Task_i$, $i=\overline{1,m}$:

$$F=L_{\max}=\max_{1\le i\le m}L_i\to\min. \qquad (3)$$

Отметим, что рассматриваемая *задача оптимальной маршрутизации полетов группы БПЛА с единственным депо* (1)-(3) является МЗК.

Подходы к решению поставленных задачи оптимальной маршрутизации полетов группы БПЛА

Обе поставленные задачи оптимальной маршрутизации при групповом патрулировании с единственным или несколькими депо являются МЗК и относятся к классу NP-трудных оптимизационных задач. В настоящее время разработано большое количество различных методов решения МЗК. Однако, в связи с отсутствием эффективных точных методов естественно использование приближенных эвристических и метаэвристических методов. Среди последних наибольшую популярность приобрели генетические алгоритмы (Genetic Algorithms, ГА), применение которых для решения МЗК впервые было предложено в работе [8]. Данный метод удобен для решения именно комбинаторных задач в силу легкой представимости индивидов популяции в комбинаторном виде, а также в силу комбинаторной природы генетических операций мутации и кроссинговера.

Следует отметить, что весьма эффективное, программное средство для решения оптимизационных задач методом ГА предоставляет библиотека пакета Global Optimization Toolbox системы MATLAB.

В настоящее время ГА стали «фаворитом» решения МЗК как с единственным депо (см., например, [9, 10]), так и со многими депо (см., например, [11, 12]). При этом, наряду с прямым использованием ГА для решения МЗК, в последние годы все большую популярность приобретает подход [13] к решению МЗК, основанный на ее сведении методом Миллера (C.E. Miller), Такера (A.W. Tucer) и Землина (R.A. Zemlin) [14] к задаче целочисленного линейного программирования (ЗЦЛП) [15, 16] с последующим решением последней методом ГА (см., например, [17, 18].

Метод сведения МЗК с одним депо к ЗЦЛП. В качестве неизвестных выберем переменные

$$x_i = N_i \ \ (i = \overrightarrow{1, h}),\ h = m - 1,$$

которые по определению являются целочисленными:

$$x_i \in \mathbf{N} = \{1,\ 2,\ 3,\ ...\}.$$

Введем $\mathbf{x}$ $-h$ -мерный вектор неизвестных переменных:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_h), \tag{4}$$

удовлетворяющих следующим ограничениям:

$$x_L \le x_i \le x_U \ \ (i = \overline{1, h}),\ x_L = 1,\ \ x_U = N; \tag{5}$$

$$x_1 + x_2 + ... + x_h \le N - 1. \tag{6}$$

При известном значении переменных $x_1, x_2, ..., x_h$, находятся искомые параметры разбиения территории на участки:

$$N_i = x_i,\ i = \overline{1, n-1}; N_n = N - \sum_{i=1}^{n-1} x_i.$$

Критерием оптимальности маршрутизации полета группы БПЛА является h -мерная функция, определяемая формулой (3)

$$F(\mathbf{x}) = L_{\max}.$$

Областью определения данной функции $F(\mathbf{x})$ будем считать целочисленный h -мерный куб

$$X = [x_L, x_U]^h, \tag{7}$$

где $[x_L, x_U]$ – отрезок ряда натуральных чисел.

В результате рассматриваемая МЗК может быть формализована как следующая ЗЦЛП:

$$F(\mathbf{x}) \to \min_{\mathbf{x} \in X}. \tag{8}$$

Метод решения МЗК с несколькими депо. Ограничимся рассмотрением частного случая задачи маршрутизации полетов БПЛА при наличии упорядоченного множества всех депо $D = \{d_1, d_2, ..., d_n\}$.

Считаем, что в депо d_k базируется заданное число m_k беспилотников $(k = \overline{1, n})$.

Положим, что мы разбили территорию на n участков $R_1, R_2, ..., R_n$, так что на участке R_k осуществляется патрулирование беспилотниками, базирующимися в депо d_k $(k = \overline{1, n})$, причем число зон на этом участке равно N_k. Это означает разбиение множества зон P на n интервалов:

$$P = P_1 \cup P_2 \cup ... \cup P_n,$$

где интервал P_k предшествует интервалу P_{k+1}.

Применим способ параметризации данного разбиения, аналогичный описанному выше.

В качестве неизвестных выберем следующие переменные:

$$x_i = N_i \ \ (i = \overrightarrow{1,h}), \ h = n - 1.$$

Введем h-мерный вектор (4) неизвестных переменных, координаты которого удовлетворяют условиям (5), (6).

При фиксированном векторе $\mathbf{x}$ исходная МЗК с несколькими депо распадается на n МЗК с одним депо. Действительно, мы можем решить задачу оптимального построения маршрутов полета БПЛА с одним депо для каждого участка R_k:

$$F(P_k) = \max_{1 \le i \le m_k} L_{k,i} \to \min. \qquad (9)$$

Пусть $F^*(P_k)(k = 1, n)$ – экстремальные значения данных частных критериев. Тогда исходная оптимизационная задача сводится к следующей экстремальной задаче:

$$F(\mathbf{x}) = \max_{1 \le k \le n} F^*(P_k) \to \min_{\mathbf{x} \in X}. \qquad (10)$$

Отметим алгоритмические особенности изложенного подхода к решению МЗК с множеством депо. Реализующий его вычислительный алгоритм имеет *иерархическую двухуровневую структуру*: на верхнем уровне осуществляется поиск экстремума общего критерия эффективности $F(\mathbf{x})$ плана маршрутизации в целочисленном кубе (7) с учетом ограничений (5), (6). При этом в процессе поиска экстремума приходится решать n частных экстремальных задач (9) нижнего уровня. Для решения задач обоих типов предлагается применять ГА, причем в тело ГА оптимизации критерия (10) вкладываются ГА решения частных задач (9).

Список литературы

1. Садыков М.Ф., Горячев М.П. Система воздушного патрулирования и управления транспортными потоками // Вестник НЦ БЖД. – 2017. –№1(31). – С. 59-65.
2. Liu Y., Zhong Liu Z., Shi J., Wu G., Chen C. Optimization of Base Location and Patrol Routes for UAV in Border Intelligence, Surveillance and Reconnaissance // Journal of Advanced Transportation. 2019, vol. 2019, 13 p.
3. Курейчик В.М., Лагунова Ю.А. Задачи о коммивояжере. Обзор и методы решения. – Palmarium Academic Publishing, 2019. – 60 с.
4. Cheikhrouhou O., Khoufi I.A comprehensive survey on the Multiple Traveling Salesman Problem: Applications, Approaches and Taxonomy // Comput. Sci. Rev. 2021, vol. 40, p. 100369.
5. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Оптимальная маршрутизация полетов БПЛА при групповом патрулировании территорий // Journal of Advanced Research in Technical Science. –2023. – №34. – С. 49-55.
6. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б., Нгуен Т.К., Фам К.Ф. Планирование маршрутов полета БПЛА в задачах группового патрулирования протяженных территорий // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2023. – Т. 24, №7. – С. 374-381.

7. Laporte G., Nobert Y., Arpin D. Optimal Solutions to Capacitated Multi Depot Vehicle Routing Problems // Congressus Numerantium. 1984, vol. 44, pp. 283-292.
8. Zhang T., Gruver W.A., Smith M.H. Team Scheduling by Genetic Search // Proceedings of the second international conference on intelligent processing and manufacturing of materials. 1999, vol. 2, pp. 839-844.
9. Singh D.R., Singh M.K., Singh T., Prasad R. Genetic Algorithm for Solving MTSP using a New Crossover and Population Generation // Computación y Sistemas. 2018, vol. 22, no. 2, pp. 491-503.
10. Курейчик В.М., Логунова Ю.А. Анализ перспективности применения генетического алгоритма при решении задачи коммивояжера // Информационные технологии. – 2018. – Т. 24, №11. – С. 691-697.
11. Ghoseiri K., Ghannadpour S.A Hybrid Genetic Algorithm for Multi-Depot Homogenous Locomotive Assignment with Time Windows // Appl. Soft Comput. 2010, vol. 10, pp. 53-65.
12. Karakatič S., Podgorelec V. A Survey of Genetic Algorithms for Solving Multi Depot Vehicle Routing Problem // Applied Soft Computing. 2015, vol. 27, pp. 519-532.
13. Campuzano G., Obreque C., Aguayo M.M. Accelerating the Miller–Tucker–Zemlin Model for the Asymmetric Traveling Salesman Problem // Expert Systems with Applications. 2020, vol. 148, p. 113229.
14. Miller C.E., Tucker A.W., Zemlin R.A. Integer Programming Formulations and Traveling Salesman Problems // Journal of the Assoc. Comput., Mach. 1960, vol. 7, pp. 326-329.
15. John K.K. Integer Programming: Theory and Practice. – N.Y.: CRC Press, 2006. – 336 p.
16. Шевченко В.Н., Золотых Н.Ю. Линейное и целочисленное линейное программирование. – Нижний Новгород: Изд-во НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2004. – 154 с.
17. Савельев М.В., Енгибарян И.А. Решение задач целочисленного программирования на основе генетических алгоритмов // Известия вузов. Северо-кавказский регион естественные науки. Приложение. – 2005. – №9. – С. 18-21.
18. Liu Y., Li H., Chen H. A Genetic Algorithm for Solving Linear Integer Bilevel Programming Problems // 2018 14th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS). Hangzhou, China. 2018, pp. 40-44.

References

1. Sadykov M.F., Goryachev M.P. The system of Air Patrol and Traffic Flow Management // Bulletin of the National Railways. 2017, no. 1 (31), pp. 59-65.
2. Liu Y., Zhong Liu Z., Shi J., Wu G., Chen C. Optimization of Base Location and Patrol Routes for UAV in Border Intelligence, Surveillance and Reconnaissance // Journal of Advanced Transportation. 2019, vol. 2019, 13 p.
3. Kureychik V.M., Lagunova Yu.A. Problems About a Traveling Salesman. Overview and Solution Methods. – Palmarium Academic Publishing. 2019. – 60 p.
4. Cheikhrouhou O., Khoufi I.A comprehensive survey on the Multiple Traveling Salesman Problem: Applications, Approaches and Taxonomy // Comput. Sci. Rev. 2021, vol. 40, p. 100369.

5. Filimonov A.B., Filimonov N.B. Optimal Routing by UAV Flights in Group Patrolling of the Territory // Journal of Advanced Research in Technical Science. 2023, iss. 34, pp. 49-55.
6. Filimonov A.B., Filimonov N.B., Nguyen T.K., Pham Q.P. Planning of UAV Flight Routes in the Problems of Group Patrolling of Extended Territories // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2023, vol. 24, no. 7, pp. 374-381.
7. Laporte G., Nobert Y., Arpin D. Optimal Solutions to Capacitated Multi Depot Vehicle Routing Problems // Congressus Numerantium. 1984, vol. 44, pp. 283-292.
8. Zhang T., Gruver W.A., Smith M.H. Team Scheduling by Genetic Search // Proceedings of the second international conference on intelligent processing and manufacturing of materials. 1999, vol. 2, pp. 839-844.
9. Singh D.R., Singh M.K., Singh T., Prasad R. Genetic Algorithm for Solving MTSP using a New Crossover and Population Generation // Computación y Sistemas. 2018, vol. 22, no. 2, pp. 491-503.
10. Kureichik V.M., Logunova J.A. The Genetic Algorithm Application Prospects Analysis for the Traveling Salesman Problem Solution // Information technologies. 2018, vol. 24, no. 11, pp. 691-697.
11. Ghoseiri K., Ghannadpour S.A Hybrid Genetic Algorithm for Multi-Depot Homogenous Locomotive Assignment with Time Windows // Appl. Soft Comput. 2010, vol. 10, pp. 53-65.
12. Karakatič S., Podgorelec V. A Survey of Genetic Algorithms for Solving Multi Depot Vehicle Routing Problem // Applied Soft Computing. 2015, vol. 27, pp. 519-532.
13. Campuzano G., Obreque C., Aguayo M.M. Accelerating the Miller–Tucker–Zemlin Model for the Asymmetric Traveling Salesman Problem // Expert Systems with Applications. 2020, vol. 148, p. 113229.
14. Miller C.E., Tucker A.W., Zemlin R.A. Integer Programming Formulations and Traveling Salesman Problems // Journal of the Assoc. Comput., Mach. 1960, vol. 7, pp. 326-329.
15. John K.K. Integer Programming: Theory and Practice. – N.Y.: CRC Press, 2006. – 336 p.
16. Shevchenko V.N., Zolotykh N.Yu. Linear and Integer Linear Programming. – Nizhny Novgorod: Publ. house NGU, 2004. – 154 p.
17. Savelyev M.V., Engibaryan I.A. Solving Problems of Integer Programming Based on Genetic Algorithms // News of the universities. North Caucasian region natural sciences. Application. 2005, no. 9, pp. 18-21.
18. Liu Y., Li H., Chen H. A Genetic Algorithm for Solving Linear Integer Bilevel Programming Problems // 2018 14th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS). Hangzhou, China. 2018, pp. 40-44.

Филимонов Александр Борисович – доктор технических наук, профессор	**Filimonov Alexandr Borisovich** – doctor of technical sciences, professor
Филимонов Николай Борисович – доктор технических наук, профессор	**Filimonov Nikolay Borisovich** – doctor of technical sciences, professor
nbfilimonov@mail.ru	

Received 17.09.2023