https://doi.org/10.26160/2474-5901-2023-35-52-59

УПРАВЛЕНИЕ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ПАРКОВКОЙ БЕСПИЛОТНОГО АВТОМОБИЛЯ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ ДУБИНСА И РИДСА-ШЕППА

Тюленев И.Д.[1], Филимонов Н.Б.[1,2]
[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова;
[2]Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва, Россия

Ключевые слова: беспилотный автомобиль, автоматическое управление парковкой, траектории быстродействующей парковки, модели движения Дубинса и Ридса-Шеппа, RRT алгоритм оптимизации.

Аннотация. Рассматривается задача управления автоматической парковкой беспилотного автомобиля. Даны постановка и формализация задачи управления парковкой автомобиля с учётом ограничений, обеспечивающих безопасность парковочного маневра. На основе моделей движения Дубинса и Ридса-Шеппа синтезированы оптимальные по быстродействию алгоритмы управления парковкой автомобиля. Для построения пути между двумя точками использован алгоритм быстрорастущего случайного дерева RRT. Представлены результаты компьютерной апробации синтезированных алгоритмов парковки автомобиля, реализованных на языке Python с использованием математических библиотек Matplotlib и NumPy.

AUTOMATIC CONTROL FOR PARKING SELF-DRIVING CARBASED ON DUBINS AND REEDS-SHEPP MODELS

Tyulenev I.D.[1], Filimonov N.B[1,2]
[1]Lomonosov Moscow State University;
[2]Trapeznikov Institute of Control Problems of RAS, Moscow, Russia

Keywords: self-driving car, automatic parking control, high-speed parking trajectories, Dubins and Reeds-Shepp motion models.

Abstract. The problem of controlling the automatic parking of an unmanned vehicle is considered. The formulation and formalization of the problem of car parking management taking into account the restrictions that ensure the safety of the parking maneuver are given. Based on the Dubins and Rees-Shepp motion models, optimal algorithms for car parking control have been synthesized. A fast-growing random tree algorithm RRT is used to construct a path between two points. The results of computer testing of synthesized parking algorithms implemented in Python using mathematical libraries Matplotlib and NumPy are presented.

В настоящее время все большую популярность приобретают разработки беспилотного автомобиля (англ. Unmanned Ground Vehicles, БПА), оборудованного автопилотом – автоматической системой, обеспечивающей управление движением автомобиля без участия водителя [1]. При этом полная автономность БПА достигается автоматизацией управления всех его режимов движения и маневров, включая, пожалуй, самый распространенный маневр – парковку. Проблема автоматизации парковки приобретает особую актуальность, поскольку позволяет не только облегчить процесс безопасной парковки, но и увеличить плотность припаркованных автомобилей на 62-87% [2].

Первые системы автоматической парковки были созданы в середине 2000-х годов и, несмотря на их стремительное развитие, до сих пор весьма популярны классические методы автоматического управления парковкой, основанные на принципах геометрического построения опорных траекторий движения подвижных объектов (автомобилей, мобильных роботов, судов, дронов и др.) на плоскости, которые соответствуют минимальному по времени перемещению объекта из начальной в заданную конечную конфигурацию на основе модели движения машины Дубинса и ее модификаций. [3, п. 13.5; 4-10]. Настоящая работа посвящена проблеме управления автоматической парковкой автомобиля на основе классических моделей движения Дубинса и Ридса-Шеппа.

Особенности задачи управления парковкой БПА

Уравнения динамики парковки БПА. Введем следующие обозначения: $W=(x,y)$ – координата центра передней колесной базы автомобиля в системе координат XOY; θ – угол между осью OX и прямой проходящей через центры задней и передней колесных баз автомобиля; φ – угол поворота передних колес, а v – скорость автомобиля (рис. 1).

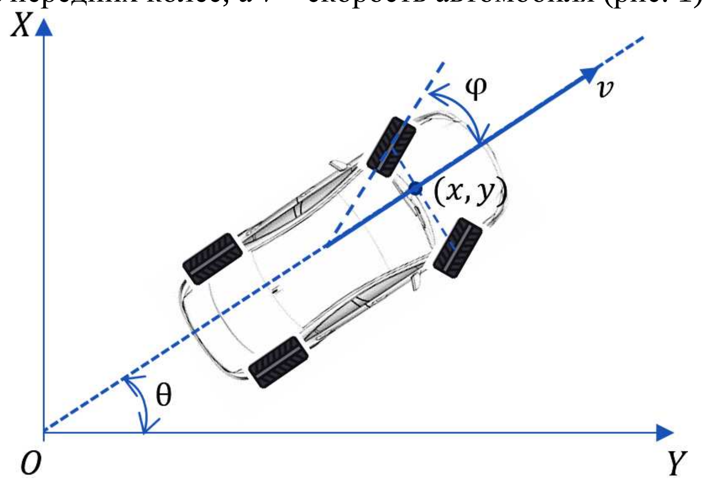


Рис. 1. Модель динамики автомобиля

Полагаем, что в процессе парковки автомобиль движется медленно без высоких оборотов двигателя с отсутствием проскальзывания колес. Тогда, математическая модель динамики парковки БПА может быть представлена следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = v\cos(\theta + \varphi) \tag{1}$$

$$\dot{y} = v\sin(\theta + \varphi) \tag{2}$$

$$\dot{\theta} = v\frac{tg\varphi}{l} \tag{3}$$

Состояние автомобиля описывается трехмерным вектором вида

$$\mathbf{s} = (x, y, \theta)^T , \tag{4}$$

а его управление – обеспечивается двумерным вектором управления вида

$$\mathbf{u} = (v, \varphi)^T, \tag{5}$$

Механические ограничения парковки БПА. Гладкость траектории парковки автомобиля, то есть ограничение ее скорости:

$$\dot{k}(t) = \frac{\omega(t)\cos(t)}{l},$$

обеспечивается заданными ограничениями на угол поворота колес, а также на линейную и угловую скорости автомобиля:

$$\varphi(t) \le \varphi_{\max},\ v(t) \le v_{\max},\ \omega(t) = \dot{\varphi}(t) \le \omega_{\max} \tag{6}$$

Пространственные ограничения парковки БПА. Безопасная парковка автомобиля обеспечивается пространственными ограничениями, позволяющими избежать его столкновения с окружающими объектами в зоне парковки. Для избежания данного столкновения введем в рассмотрение окружности «безопасности», покрывающие автомобиль и препятствия в зоне парковки (рис. 2). При этом полагаем, что автомобиль покрывают N окружностей «безопасности» радиуса R_{Ci}, с центрами C_i, (i=1:N), а препятствия покрывают M окружностей «безопасности» радиуса R_{Oj}, с центрами O_j, (j=1:M). Очевидно, что избежать столкновения автомобиля с препятствиями позволяет выполнение следующих условий:

$$\left|C_i O_j\right| > R_{C_i} + R_{Oj},\ i = 1:N,\ j = 1:M. \tag{7}$$

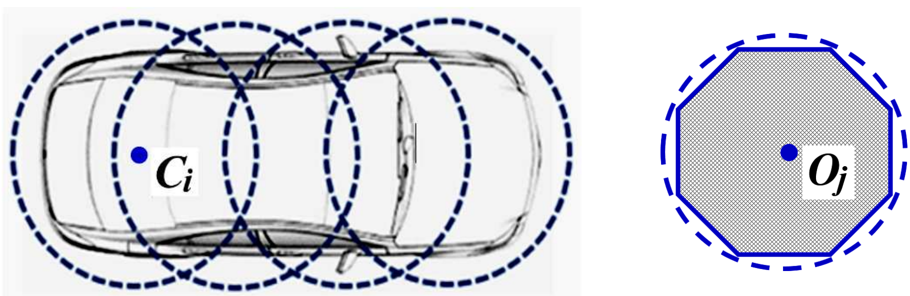


Рис. 2. Окружности «безопасности» i-го автомобиля (а) и j-го препятствия (б)

Граничные условия парковки БПА. Полагаем, что в момент начала парковки $t = t_0$ автомобиль находится в произвольном состоянии:

$$\mathbf{s}(t_0) = (x(t_0) = x_0, y(t_0) = y_0, \theta(t_0) = \theta_0)^T, \tag{8}$$

$$v(t_0) = 0,\ \varphi(t_0) = \varphi_0, \tag{9}$$

а в момент ее окончания $t = t_f$ автомобиль находится в целевом состоянии:

$$\mathbf{s}(t_f) = (x(t_f) = x_f, y(t_f) = y_f, \theta(t_f) = \theta_f)^T, \tag{10}$$

$$v(t_f) = 0,\ \varphi(t_f) = 0. \tag{11}$$

Постановка задачи управления парковкой БПА. Для автомобиля с заданной моделью динамики (1)-(3) требуется синтезировать алгоритм управления, обеспечивающий его автоматическую безопасную парковку, т.е.

перевод из произвольного начального (8), (9) в целевое конечное (10), (11) состояние за минимальное время:

$$t_f - t_0 \to \min$$

с учетом механических (6) и пространственных ограничений (7).

Данная задача в современной теории автоматического управления относится к классу задач предельного быстродействия [3].

Среди методов управления предельными по быстродействию маневрами автомобиля, включая парковку в ограниченном пространстве со статическими препятствиями в условиях ограниченной управляемости по угловым скоростям, весьма популярными являются методы, основанные на моделях движения Дубинса и Ридса-Шеппа (см., напр., [11, 12]).

Управление парковкой БПА на основе моделей движения Дубинса и Ридса-Шеппа

Модель движения Дубинса (L.E. Dubins) имеет следующий вид [13]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = v(t)\cos\theta(t), \\ \dot{y}(t) = v(t)\sin\theta(t), \quad v(t) = 1 \\ \dot{\theta}(t) = \omega(t) \le 1/R, \end{cases} \tag{13}$$

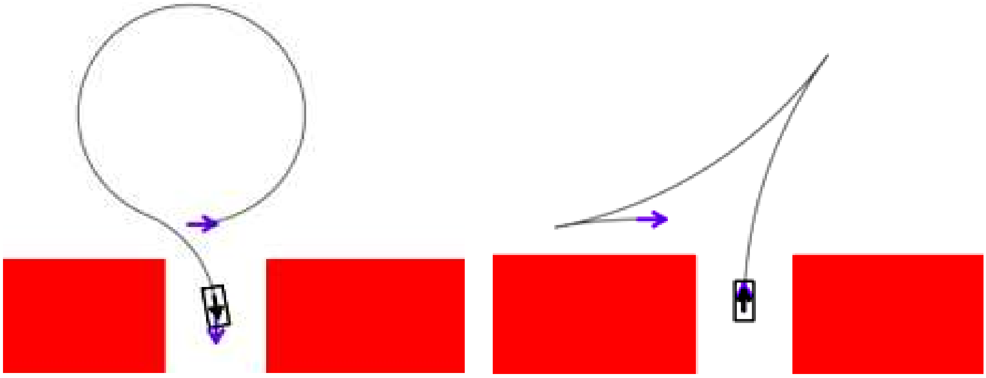
и, согласно принципу максимума Понтрягина, соответствует предельному по быстродействию переводу системы (13) кусочно-постоянным управлением из одного состояния в другое. При этом существует не более двух промежуточных точек переключения управления, являющихся точками сопряжения дуг окружностей.

Согласно Дубинсу, оптимальными являются следующие шесть комбинаций управления: *RSR*, *LSL*, *RSL*, *LSR*, *RLR* и *LRL*. Здесь приняты следующие обозначения: «*R*» – повернуть направо, по наименьшему радиусу, «*L*»– повернуть налево, по наименьшему радиусу, «*S*» – двигаться прямо. Пример моделирования траектории движения БПА при парковке по траектории Дубинса представлен на рисунке 3, а.

Модель движения Ридса-Шеппа (J.A. Reeds & L.A. Shepp) является модификацией модели Дубинса, допускающей движение автомобиля как вперед, так и назад [14]. Данная модель движения более полно отвечает парковке автомобиля. Пример моделирования траектории движения БПА при парковке вдоль траектории Ридса-Шеппа представлен на рисунке 3, б.

Результаты компьютерной апробации алгоритмов моделирования парковки БПА (см. рис. 3) показывают, что использование модели движения Ридса-Шеппа позволяет выполнять парковку с меньшим свободным пространством, использованием модели движения Дубинса.

Основными преимуществами использования моделей движения Дубинса и Ридса-Шеппа, является их предельное быстродействие, простота расчета опорных траекторий, возможность выбора других (не оптимальных) траекторий при наличии препятствий, а также применимость для любых подвижных объектов с ограниченным радиусом поворота.



а б

Рис. 3. Сравнительный анализ методов управления парковкой БПА на основе моделей движения Дубинса (а) и Ридса-Шеппа (б)

Следует отметить, что траектории модели движения Дубинса, из-за его однонаправленности (движение только вперед), не обладают симметричностью. В связи с этим больший интерес в прикладных задачах управления маневрами подвижных объектов, включая парковку БПА, представляет модель движения Ридса-Шеппа, являющаяся двунаправленной (допускающая движение назад) и обладающая симметрией.

Модель Ридса-Шеппа можно использовать в качестве базовой при построении оптимальных опорных траекторий движения автомобиля с многими точками переключения и с последовательным обходом препятствий. В настоящее время наибольшей популярностью пользуются сэмплинговые (sampling) методы планирования движения [15], среди которых наиболее эффективными являются алгоритмы быстрорастущих случайных деревьев поиска (Rapidly exploring Random Tree, RRT) [16]. В силу рандомизации, важным достоинством данных алгоритмов является независимость от геометрического представления и размерности моделируемого окружения.

Модель движения Ридса-Шеппа вполне применима при построении быстрорастущего случайного дерева RRT. Действительно, согласно данному методу RRT, дерево поиска $T(V, E)$, корнем которого V_s является начальное состояние автомобиля, разрастается путем добавления новых вершин, выбранных случайно из свободной области поиска. При этом новая вершина V_{new} добавляется в дерево только при условии, что перевод автомобиля в это состояние удовлетворяет введенным пространственным и механическим ограничениям. Для автомобиля, имеющего ограничение на радиус кривизны траектории, траектории движения Ридса-Шеппа могут быть выбраны в качестве кратчайших путей между ближайшей точкой дерева V_{near} и случайной точкой V_{rand}. Алгоритм заканчивается при совпадении с заданной точностью последней добавленной в дерево вершины и вершины целевого состояния V_f. Псевдокод алгоритма построения траекторий движения БПА при парковке с использованием модели движения Ридса-Шеппа и быстро-исследующего дерева имеет вид, представленный на рисунке 4.

Дано: $V_s, V_f, eps, threshold$
До тех пока Расстояние $(V_{new}, V_f) > r$ **выполнять**
    $T \leftarrow V_{new}$
    Сгенерировать V_{rand}
    Найти $V_{near} \in T : min|V_{near}, V_{rand}|$
    Если Расстояние $(V_{near}, V_{obs}) > threshold$ **тогда**
        Построить $E(Vnear, V_{rand}) \in T$ (путь Ридса-Шеппа)
    иначе
        Сгенерировать V_{rand}
    Конец условия
Конец цикла
Возвратить $T(V, E)$

Рис. 4. Псевдокод алгоритма построения траекторий движения БПА при парковке

Основными преимуществами алгоритмов на основе быстро-исследующего дерева являются их простота (простота реализации и наличие только простых вычислений), быстрая сходимость и расширение на неисследованные области свободного пространства, а также асимптотическая гарантия нахождения решения. Построенное дерево позволяет построить опорные траектории парковки автомобиля при маневрировании в ограниченном пространстве с препятствиями. При движении автомобиля вдоль построенной опорной траектории парковки обеспечивается его перевод из произвольного начального в целевое конечное состояние при заданных механических и пространственных ограничениях.

Компьютерная апробация данного алгоритма, реализованного на языке Python с использованием математических библиотек NumPy и Matplotlib представлена на рисунке 5 (препятствия обозначены красным цветом).

Рис. 4. Компьютерная апробация алгоритма управления парковкой БПА на основе метода RRT с моделью движения Ридса-Шеппа

Проведенные вычислительные эксперименты на модели динамики БПА подтвердили эффективность предложенных алгоритмических решений автоматического управления его парковкой.

Список литературы

1. Кобылинский А.Ю. Опасности и перспективы развития беспилотного автомобильного транспорта // Наука, техника и образование. – 2022. – Т. 83, № 3. – С. 40-44.
2. Nourinejad M., Bahrami S., Roorda MJ. Designing Parking Facilities for Autonomous Vehicles // Transportation Research Part B Methodological. 2018, vol. 109, no. 39, pp. 110-127.
3. Аграчев А.А., Сачков Ю.Л. Геометрическая теория управления. – М.: Физматлит, 2005. – 392 с.
4. Вагизов М.Р., Хабаров С.П. Построение программных траекторий движения на базе решения задачи “Машина Дубинса” // Информация и космос. – 2021. – № 3. – С. 116-125.
5. Маштаков А.П. Задача быстродействия на группе движений плоскости с управлением в полукруге // Математический сборник. – 2022. – Т. 213, № 4. – С. 100-122.
6. Жданов А.А., Климов Д.М., Королев В.В., Утемов А.Е. Моделирование процесса параллельной парковки автомобиля // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2008. – №6. – С. 74-86.
7. Bai Li, Zhijiang Shao A unified motion planning method for parking an autonomous vehicle in the presence of irregularly placed obstacles // Knowledge-Based Systems. 2015, vol. 86, pp. 11-20.
8. Gymez-Bravo F., Cuesta F., Ollero A., Viguria A. Continuous curvature pathgeneration based on b-spline curves for parking manoeuvres // Robot. Auton. Syst. 2008, vol. 56, no. 4, pp. 360-372.
9. Vorobieva H., Minoiu-Enache N., Glaser S., Mammar S. Geometric continuous curvature path planning for automatic parallel parking // Proceedings of 10th IEEE Internat. Conf. on Networking, Sensing and Control (ICNSC 2013). 2013, pp. 418-423.
10. Muller B., Deutscher J., Grodde S. Continuous curvature trajectory design and feedforward control for parking a car // IEEE Trans. Control Syst. Technol. 2007, vol. 15, no. 3, pp. 541-553.
11. Ардентов А.А., Губанов И.С. Моделирование парковки автомобиля с прицепом вдоль путей Маркова-Дубинса и Ридса-Шеппа // Программные системы: теория и приложения. 2019. Т.10. № 4 (43). - С. 97-110.
12. Siedentop C., Heinze R., Kasper D., Breuel G., Stachniss C. Path-Planning for Autonomous Parking with Dubins Curves. 2015. – P. 1-8.
13. Dubins L.E. On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents // American Journal of Mathematics. 1957, vol. 79, iss. 3, pp. 497-516.
14. Reeds J.A., Shepp L.A. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards // Pacific Journal of Mathematics. 1990, vol. 145, no. 2, pp. 367-393.
15. Казаков К.А., Семенов В.А. Обзор современных методов планирования движения // Труды ИСП РАН. – 2016. – Т. 28, Вып. 4. – С. 241-294.
16. LaValle S.M., Kuffner J.J. Rapidly-exploring random trees: Progress and prospects // Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics. 2000, pp. 293-308.

References

1. Kobylinsky A.Yu. Dangers and prospects of development of unmanned motor transport // Science, technology and education. 2022, vol. 83, no. 3, pp. 40-44.
2. Nourinejad M., Bahrami S., Roorda MJ. Designing Parking Facilities for Autonomous Vehicles // Transportation Research Part B Methodological. 2018, vol. 109, no. 39, pp. 110-127.
3. Agrachev A.A., Sachkov Yu.L. Geometric theory of control. – M.: Fizmatlit, 2005. – 392 p.
4. Vagizov M.R., Khabarov S.P. The construction of motion program trajectories based on the solution of the Dubins problem // Information and space. 2021, no. 3, pp. 116-125.
5. Mashtakov A.P. The problem of speed on a group of plane movements with control in a semicircle // Mathematical collection. 2022, vol. 213, no. 4, pp. 100-122.
6. Zhdanov A.A., Klimov D.M., Korolev V.V., Utemov A.E. Modeling of the process of parallel parking of a car // News of the Russian Academy of Sciences. Theory and control systems. 2008, no. 6, pp. 74-86.
7. Bai Li, Zhijiang Shao A unified motion planning method for parking an autonomous vehicle in the presence of irregularly placed obstacles // Knowledge-Based Systems. 2015, vol. 86, pp. 11-20.
8. Gymez-Bravo F., Cuesta F., Ollero A., Viguria A. Continuous curvature pathgeneration based on b-spline curves for parking manoeuvres // Robot. Auton. Syst. 2008, vol. 56, no. 4, pp. 360-372.
9. Vorobieva H., Minoiu-Enache N., Glaser S., Mammar S. Geometric continuous curvature path planning for automatic parallel parking // Proceedings of 10th IEEE Internat. Conf. on Networking, Sensing and Control (ICNSC 2013). 2013, pp. 418-423.
10. Muller B., Deutscher J., Grodde S. Continuous curvature trajectory design and feedforward control for parking a car // IEEE Trans. Control Syst. Technol. 2007, vol. 15, no. 3, pp. 541-553.
11. Ardentov A.A., Gubanov I.S. Modeling of car parking along Markov-Dubins and Reeds-Shepp paths // Software systems: theory and applications. 2019, vol. 10, no. 4(43), pp. 97-110.
12. Siedentop C., Heinze R., Kasper D., Breuel G., Stachniss C. Path-Planning for Autonomous Parking with Dubins Curves. 2015. – P. 1-8.
13. Dubins L.E. On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents // American Journal of Mathematics. 1957, vol. 79, iss. 3, pp. 497-516.
14. Reeds J.A., Shepp L.A. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards // Pacific Journal of Mathematics. 1990, vol. 145, no. 2, pp. 367-393.
15. Kazakov K.A., Semenov V.A. Overview of modern traffic planning methods // Proceedings of ISP RAS. 2016, vol. 28, iss. 4, pp. 241-294.
16. LaValle S.M., Kuffner J.J. Rapidly-exploring random trees: Progress and prospects // Workshop on the Algorithmic Foundations of Robotics. 2000, pp. 293-308.

Филимонов Николай Борисович – доктор технических наук, профессор	**Filimonov Nikolay Borisovich** – doctor of technical sciences, professor
Тюленев Илья Дмитриевич – студент	**Tyulenev Ilya Dmitrievich** – student
nbfilimonov@mail.ru	

Received 01.05.2023