

## ПРАКТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ ДИНАМИКИ ПУСКА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ ПО НОМИНАЛЬНЫМ ДАННЫМ

*Путилин К.П., Конева С.А., Пронина А.К., Ходак Е.Н.*

*Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия*

**Ключевые слова:** пуск асинхронного двигателя, уравнение движения, потери энергии за время пуска, нагрев обмотки статора, аппроксимация характеристики момента

**Аннотация.** Предлагается и обосновывается методика расчетов динамических и энергетических характеристик пуска короткозамкнутых асинхронных двигателей по номинальным и пусковым параметрам под нагрузкой механизмами статического и центробежного типа. Основу методики составляет аппроксимация характеристики момента двигателя и момента сопротивления механизма квадратичными функциями, позволяющими получить решение дифференциального уравнения движения при пуске в аналитической форме. Вторым допущением является конструкторское решение о равенстве переменных и постоянных потерь и разделение переменных потерь между статором и ротором примерно в равных пропорциях. В целом методика дает возможность быстрого расчета переходного режима пуска двигателя применительно к возможным изменяющимся условиям: изменение напряжения, величины и характера нагрузки, постоянной инерции.

## PRACTICAL CALCULATIONS OF ASYNCHRONOUS MOTOR START DYNAMICS BASED ON NOMINAL DATA

*Putilin K.P., Koneva S.A., Pronina A.K., Hodak E.N.*

*Sevastopol State University, Sevastopol, Russia*

**Keywords:** induction motor start-up, equation of motion, energy loss during start-up, heating of the stator winding, approximation of the torque characteristic

**Abstract.** A method for calculating the dynamic and energy characteristics of the start-up of short-circuited asynchronous motors according to nominal and starting parameters under load by static and centrifugal type mechanisms is proposed and justified. The basis of the technique is the approximation of the characteristics of the torque of the engine and the moment of resistance of the mechanism by quadratic functions, which make it possible to obtain a solution of the differential equation of motion during start-up in an analytical form. The second assumption is the design decision on the equality of variable and constant losses and the separation of variable losses between the stator and the rotor in approximately equal proportions. In general, the technique makes it possible to quickly calculate the transient mode of starting the engine in relation to possible changing conditions: voltage changes, the magnitude and nature of the load, constant inertia.

Момент двигателя и сил сопротивления связан уравнением движения [1]

$$M = M_c + J \frac{d\Omega}{dt},$$

где  $J$  – момент инерции системы двигатель-механизм (кг·м);  $\Omega$  – угловая скорость вала двигателя (рад/сек). В процессе разгона при пуске

$$M - M_c = J \frac{d\Omega}{dt} > 0,$$

то есть избыточный момент слева определяет величину динамического

момента справа. При положительных значениях моментов  $\frac{d\Omega}{dt} > 0$  скорость нарастает. В процессе изменения скорости меняется момент двигателя и момент сопротивления.

Разгон завершается при  $M - M_c = 0$  некоторой скорости, близкой к номинальному значению. В итоге вид уравнение движения принимает вид дифференциального уравнения

$$M(\Omega) - M_c(\Omega) = J \frac{d\Omega}{dt}. \quad (1)$$

Решение уравнения (1) позволяет установить зависимость  $\Omega = f(t)$ , то есть функцию нарастания скорости при пуске. Используя зависимость  $I = f(\Omega)$  можно определить суммарные потери энергии выделившаяся за время пуска в обмотке статора (Дж) по формуле [2]

$$\Delta A_{\Pi 1} = 3r_1 \int_0^{t_n} I_1^2(t) \cdot dt, \quad (2)$$

где  $r_1$  – активное сопротивление фазы статора;  $t_n$  – время пуска;  $I_1(t)$  – ток статора при пуске.

Нагрев обмотки (меди) статора за время пуска находится по формуле

$$\Delta \tau^\circ = \frac{\Delta A_{\Pi 1}}{m_{Cu} \cdot c_{Cu}}, \quad (3)$$

где  $m_{Cu}$  (кг) – масса меди обмотки статора;  $c_{Cu}$  (Дж/(кг·°C)) – теплоемкость меди, равная в среднем 383.

Сущность методики сводится к построению решения уравнения (1) при условиях следующих допущений [3].

1. Время разгона (время пуска)  $t_n$  ограничивается временем достижения критической скорости  $\Omega_{кр}$ .

2. Момент двигателя изменяется от пускового до максимального по квадратичной зависимости

$$M(\Omega) = M_{\Pi} + (M_m - M_{\Pi}) \cdot \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^2$$

или в относительных единицах

$$\mu_v(v) = \mu_{\Pi} + (\mu_m - \mu_{\Pi})v^2, \quad (4)$$

где  $\frac{\Omega}{\Omega_0} \approx \frac{\Omega}{\Omega_H} = v$  – относительная скорость;  $\frac{M}{M_H} = \mu$  – относительный момент

$\frac{M_{\Pi}}{M_H} = \mu_{\Pi}$  – кратность пускового момента;  $\frac{M_m}{M_H} = \mu_m$  – кратность

максимального момента.

3. Момент сопротивления изменяется по квадратичной зависимости в функции скорости и в относительных единицах имеет следующий вид

$$\mu_v(v) = \mu_0 + (\mu_3 - \mu_{co})v^2, \quad (5)$$

где  $\mu_{co}$  – момент сопротивления трогания механизма;  $\mu_3$  – момент загрузки механизма (момент при скорости близкой к номинальной).

Записав уравнение движения (1) в относительных единицах с учетом (4) и (5), получим:

$$\mu(v) - \mu_c(v) = T_j \cdot \frac{dv}{dt}$$

или 
$$a^2 \pm \epsilon^2 v^2 = T_j \cdot \frac{dv}{dt}, \quad (6)$$

где  $a^2 = \mu_n - \mu_{co} > 0$ ;  $\epsilon^2 = (\mu_m - \mu_n) - (\mu_3 - \mu_{co}) \geq 0$ ,

$$\frac{J\Omega_H^2}{P_H} = T_j \quad \text{– постоянная инерции; } P_H \quad \text{– номинальная мощность}$$

двигателя;  $J = J_{об} + J_{мех}$  – суммарный момент инерции.

Решение дифференциального уравнения (6) справедливо на интервале скорости  $0 < v < v_{кр}$  имеет вид  $t = f(v)$  [4]:

при  $a^2 > 0, b^2 > 0$  
$$t = \frac{T_j}{ab} \operatorname{arctg} \frac{b}{a} v \quad (7)$$

при  $a^2 > 0, b^2 < 0$  
$$t = \frac{T_j}{2ab} \ln \left| \frac{a + bv}{a - bv} \right|.$$

Обратные функции  $v = f(t)$ , где  $k = \frac{2ab}{T_j}$

при  $a^2 > 0, b^2 > 0$  
$$v = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \frac{ab}{T_j} t, \quad (8)$$

при  $a^2 > 0, b^2 < 0$  
$$v = \frac{a}{b} \cdot \frac{e^{kt} - 1}{e^{kt} + 1}.$$

В качестве примера расчета рассмотрим пуск асинхронного двигателя в приводе подруливающего устройства судна ледового плавания большого водоизмещения. Как известно, подруливающее устройство обеспечивает швартовые и маневренные операции судна, при этом АД работает в режимах частых пусков и реверсов, а нагрузкой служит винт фиксированного шага [5].

В расчете используем асинхронный двигатель АОВ 2-14-41-4У со своими номинальными данными:

$$U_{но} = 6,0 \text{кВ}; \quad P_n = 500 \text{кВт}; \quad n_n = 1485 \text{об/мин}; \quad \eta_n = 0,936; \quad \cos \varphi_n = 0,9;$$

$$\frac{M_m}{M_n} = 2,3; \quad \frac{M_n}{M_n} = 1,0; \quad \frac{I_n}{I_n} = 6,5;$$

момент инерции ротора  $J_p = 25 \text{кг} \cdot \text{м}^2$  с учетом винта ВФШ и присоединенной

массы воды  $J_p = 40 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Найдем дополнительные параметры двигателя:

Номинальный ток

$$I_{10} = \frac{P_n}{\eta_n \cdot \cos \varphi_n \cdot \sqrt{3} \cdot U_n} = 57,2 \text{ A}.$$

Номинальная скорость в радианах в секунду

$$\Omega_n = \frac{2\pi \cdot n_n}{60} = 155,43 \text{ рад/сек}.$$

Расчет постоянной инерции

$$T_j = \frac{J \cdot \Omega_n^2}{P_n} = 1,97 \approx 2 \text{ с}.$$

Мощность потерь в номинальном режиме загрузки

$$\Delta P_n = P_n \left( \frac{1}{\eta_n} - 1 \right) = 34,2 \text{ кВт}.$$

Из условия, что половина потерь составляют переменные потери, запишем:

$$\frac{\Delta P_n}{2} = 3I_{II}^2 (r_1 + r_2').$$

Находим  $r_1 \approx r_2' = 0,871 \text{ Ом}$ .

Активное сопротивление ротора  $r_{2II}'$  при пуске

$$r_{2II}' = \frac{M_{II} \cdot \Omega_0}{3I_{1II}^2} = 1,2 \text{ Ом},$$

где  $M_n = \frac{P_n}{\Omega_n \cdot I_{1n}} = 6,5 I_{1n}$ .

Сопротивление фазы при пуске

$$z_n = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot I_n} = 9,33 \text{ Ом},$$

$$x_n = \sqrt{z_n^2 - (r_1 + r_{2n}')^2} = 0,91 \text{ Ом}.$$

Объем меди обмотки статора при плотности тока  $j = 5 \frac{\text{А}}{\text{мм}^2}$

$$V_{Cu1} = \frac{\Delta P_n}{\eta} \cdot \frac{1}{j^2 \rho} = 0,01921 \text{ м}^3.$$

Масса меди обмотки статора

$$m_{Cu1} = V_{Cu1} \cdot \gamma_{Cu} = 171 \text{ кг}.$$

Решение уравнения движения производим в (о.е) по предложенной методике

$$\mu(v) - \mu_v(v) = T_j \frac{dv}{dt},$$

где  $\mu(v) = \mu_{II} + (\mu_m - \mu_{II})v^2 = 1,0 - 1,3v^2,$

$$\mu_c(v) = \mu_{co} + (\mu_s - \mu_{co})v^2 = 0,2 - 0,8v^2.$$

Находим расчетные коэффициенты

$$\mu_n - \mu_{co} = 0,8 = a^2, \quad a = 0,984,$$

$$(\mu_m - \mu_{II}) - (\mu_s - \mu_{co}) = 0,5 = b^2, \quad b = 0,707.$$

Критическая скорость (о.е) [5]

$$v_{кр} = 1 - s_{кр} = 1 - s_n \left( \mu_m + \sqrt{\mu_m^2 - 1} \right) = 0,956.$$

Функция  $t(v)$  при пуске

$$t_n = \frac{T_j}{ab} \operatorname{arctg} \frac{b}{a} v_{кр} = 2,05 \text{ с}.$$

Обратные функции  $v(t)$  показывает изменение скорости от времени

$$t = \frac{a}{b} \operatorname{tg} \frac{ab}{T_j} t = 1,265 \cdot \operatorname{tg}(0,3)t.$$

Потери энергии в обмотке статора за время разгона до критической скорости (за время пуска)

$$\Delta A_{II1} = 3r_1 \int_0^{t_n} I_1^2(t) \cdot dt.$$

Учитывая, что

$$I_1(v(t)) = \frac{U_n}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\left( r_1 + \frac{r_2'}{1-v} \right)^2 + x_k^2}}.$$

После подстановки  $v(t)$  имеем

$$\Delta A_{II1} = 3 \cdot 0,871 \int_0^{2,1} \frac{(3,464 \cdot 10^3)^2 dt}{\left[ 0,871 + \frac{1,2}{1-v(t)} \right]^2 + 9,1^2} = 6,877 \cdot 10^5 \text{ Дж}.$$

Нагрев обмотки статора за время пуска

$$\Delta \tau_1^\circ = \frac{\Delta A_{II1}}{m_{Cu} \cdot c_{Cu}} = 10,5^\circ \text{C}.$$

Несколько завешенные пусковые потери можно получить расчетом в предположении, что ток сохраняется практически до конца разгона

$$\Delta A_{II1 \max} = 3r_1 I_n^2 \cdot t_n = 75,935 \cdot 10^5 \text{ Дж},$$

при этом расчетная величина перегрева составит  $\Delta \tau_1^\circ = 11,6^\circ \text{C}$

Если принять за допустимое значение температуру перегрева  $10,5^\circ \text{C}$ , то по упрощенной формуле этот результат можно получить, полагая постоянную

величину тока за время пуска равной  $0,95I_{1n}$ . При ненормальном напряжении сети в расчете вместо  $\mu_m$  и  $\mu_n$  необходимо использовать  $\mu_m u^2$  и  $\mu_n u^2$ . А также методика позволяет определить потери энергии при реверсе.

Предложенная методика позволяет достаточно просто и точно оценить нестандартные режимы работы с возможными изменениями условий, связанными с частыми пусками.

### Список литературы

1. Онищенко Г.Б. Электрический привод. Учебник для вузов. – М.: РАСХН, 2013. – 320 с.
2. Олейников А.М., Пронина А.К. Параметры асинхронных двигателей с учетом магнитного насыщения и вытеснения тока // Вестник СевНТУ. – 2010. – №106. – С. 101-103.
3. Пронина А.К., Путилин К.П., Конева С.А. Переходные процессы пуска асинхронного двигателя от электрической сети ограниченной мощности // Энергетические установки и технологии. – 2022. – Т. 8, №1. – С. 59-64.
4. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. – М., 1973. – 228 с.
5. Сыромятников И.А. Режимы работы асинхронных и синхронных двигателей / Под ред. Л.Г. Мамиконянца. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 240 с.

### References

1. Onishchenko G.B. Electric drive. Textbook for universities. – M.: RASKHN, 2013. – 320 p.
2. Oleynikov A.M., Pronina A.K. Parameters of asynchronous motors taking into account magnetic saturation and current displacement // Bulletin of SevNTU. 2010, no. 10, pp. 101-103.
3. Pronina A.K., Putilin K.P., Koneva S.A. Transients of starting an asynchronous motor from an electric network of limited power // Power plants and technologies. 2022, vol. 8, no. 1, pp. 59-64.
4. Dwight G.B. Tables of integrals and other mathematical formulas. – M., 1973. – 228 p.
5. Syromyatnikov I.A. Operating modes of asynchronous and synchronous motors / Edited by L.G. Mamikonyants. – 4th ed., reprint and additional. – M.: Energoatomizdat, 1984. – 240 p.

<b>Путилин Константин Петрович</b> – кандидат технических наук, доцент	<b>Putilin Konstantin Petrovit</b> – candidate of technical sciences, associate professor
<b>Конева Светлана Андреевна</b> – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой	<b>Koneva Svetlana Andreevna</b> – candidate of technical sciences, associate professor, head of Department
<b>Пронина Анна Константиновна</b> – доцент	<b>Pronina Anna Konstantinovna</b> – associate professor
<b>Ходак Евгений Николаевич</b> – доцент	<b>Khodak Evgeniy Nikolaevich</b> – associate professor
pronina-a@bk.ru	

Received 15.12.2022