

УПРАВЛЕНИЕ ВРАЩЕНИЕМ ГРУЗОВОГО КОСМИЧЕСКОГО КОРАБЛЯ С УЧЕТОМ ЭЛЕМЕНТОВ КОНЕЧНОЙ ЖЕСТКОСТИ

Бохонский А.И.¹, Варминская Н.И.²

¹*Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия;*

²*Черноморское высшее военно-морское училище имени П.С. Нахимова, Севастополь, Россия*

Ключевые слова: оптимальное управление, вращательное движение, колебания, элементы конечной жесткости.

Аннотация. Исследовано оптимальное управление вращением космического грузовика с антеннами, представляющими собой консоли с распределенной массой по длине. Показано, что погашаются изгибные колебания антенн при заданном времени вращения и угле поворота. Кососимметричное оптимальное управление применимо для управления космическим кораблем или при сборке крупногабаритных нежестких конструкций в состоянии невесомости, а также при управлении манипуляторами конечной жесткости (минимальной массы).

ROTATION CONTROL OF A CARGO SPACESHIP WITH CONSIDERATION OF FINITE RIGIDITY ELEMENTS

Bokhonsky A.I.¹, Varminskaya N.I.²

¹*Sevastopol State University, Sevastopol, Russia;*

²*Nakhimov Black Sea Higher Naval School, Sevastopol, Russia*

Keywords: natural control, rotational motion, oscillations, elements of finite rigidity.

Abstract. The optimal control of the rotation of a space truck with antennas, which are cantilevers with a distributed mass along the length, is studied. It is shown that the flexural oscillations of antennas are canceled for a given rotation time and angle. Skew-symmetric optimal control is applicable for controlling a spacecraft or for assembling large-sized non-rigid structures in a state of weightlessness, as well as for controlling manipulators of finite rigidity (minimum mass).

Исследовано оптимальное управление вращением вокруг продольной оси грузового космического корабля с заземленными в корпусе крыльями солнечных батарей. Оптимальное вращательное движение осуществляется при отсутствии колебаний крыльев в конце движения.

Предложенные в [1-3] законы оптимального вращения упругого объекта применимы при управлении движением манипуляторов минимальной массы и сборке крупногабаритных нежестких конструкций в космическом пространстве.

Изгибные колебания антенны как консольного стержня (рис. 1), заземленного одним концом, без учета сопротивления описываются в относительном движении дифференциальным уравнением

$$EJ \frac{\partial^4 W_r(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 W_r(x,t)}{\partial t^2} = -f(x,t). \quad (1)$$

где EJ – жесткость при изгибе (E – модуль упругости; J – осевой момент инерции поперечного сечения бруса); $W_r(x,t)$ – перемещение сечения с координатой x бруса в связи с его колебаниями; m – масса единицы длины; $f(x,t)$ – распределенная динамическая нагрузка, обусловленная оптимальным переносным вращательным движением консоли конечной жесткости.

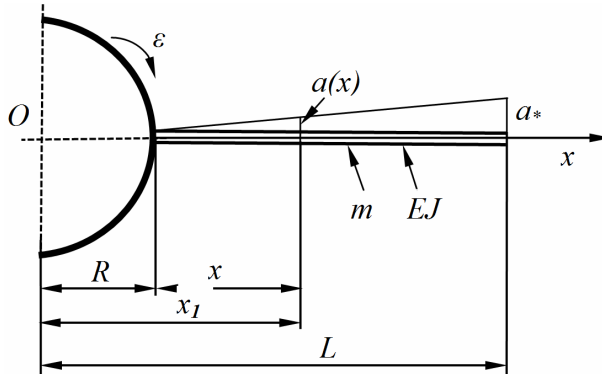


Рис. 1. Космический корабль с антенной конечной изгибной жесткости (корпус и антенна)

В связи с переносным вращательным ускорением корабля вокруг продольной оси, как показано в работе [1], ускорение конца консоли записывается в виде:

$$a_* = \frac{\varphi_* p^2 L}{2\pi} \sin(pt), \quad (2)$$

где φ_* – конечный угол поворота; p – частота управляющего воздействия типа разгон-торможение.

С целью формирования правой части дифференциального уравнения (1) использована пропорция:

$$\frac{a_*}{L} = \frac{a(x)}{x_1}, \quad a(x) = \frac{x_1}{L} a_*, \quad (3)$$

в которой a_* – ускорение конца стержня (антенны); L – длина консоли; $x_1 = R + x$, x – координата сечения, отсчитываемая от точки защемления.

Ускорение точки на расстоянии x

$$a(x) = \frac{(R+x)}{L} a_* \quad (4)$$

или (с учетом a_*) выражение для $f(x,t)$ принимает вид

$$f(x,t) = \frac{\varphi_* p^2 L}{2\pi L} \sin(pt) \frac{(R+x)}{L} = \left(\frac{\varphi_* p^2 R}{2\pi L} + \frac{\varphi_* p^2 x}{2\pi L} \right) \sin(pt) = (A + Bx) \sin(pt), \quad (5)$$

где $A = \frac{\varphi_* p^2 R}{2\pi L}$; $B = \frac{\varphi_* p^2}{2\pi L}$.

Учтена только первая мода колебаний как превалирующая; тогда перемещение сечения $W_1(x,t)$ с координатой x в момент времени t с использованием метода Фурье записывается как

$$W_1(x, t) = W_1(x) \sin(pt). \quad (6)$$

После подстановки (6) в (1) и преобразований, получено уравнение для первой моды колебаний:

$$\frac{\partial^4 W_1(x)}{\partial x^4} - k^2 W_1(x) = -\frac{mA}{EJ} - \left(\frac{mB}{EJ}\right)x = D_1 - D_2 x, \quad (7)$$

где $k^2 = \frac{mp^2}{EJ}$; $D_1 = \frac{mA}{EJ}$; $D_2 = \frac{mB}{EJ}$.

Общее решение (7) представляет собой сумму общего решения $W_1^*(x)$ однородного дифференциального уравнения и частного решения $W_1^{**}(x)$ неоднородного уравнения, которое найдено по виду правой части, т.е.

$$W_1^{**}(x) = E_1 + E_2 x, \quad E_1 = \frac{D_1}{k^2}; \quad E_2 = \frac{D_2}{k^2}.$$

С учетом краевых условий

$$x = 0, \quad W_1(0) = 0, \quad \frac{dW_1}{dt}(0) = 0; \quad x = L, \quad \frac{d^2 W_1}{dt^2}(L) = 0, \quad \frac{d^3 W_1}{dt^3}(L) = 0$$

получим систему линейных алгебраических уравнений, из которой найдены константы C_1, \dots, C_4 .

Пример. Исходные данные: размеры консоли $L = 6$ м, $R = 1$ м, $h = 0,02$ м, $b = 0,5$ м; момент инерции $J = bh^3/12$; $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па; частота управляющего воздействия $p = 1 \text{ с}^{-1}$; угол поворота консоли $\varphi_* = \pi$.

После определения констант C_1, \dots, C_4 и преобразований, график $W_1(x, t)$ изображен на рисунке 2.

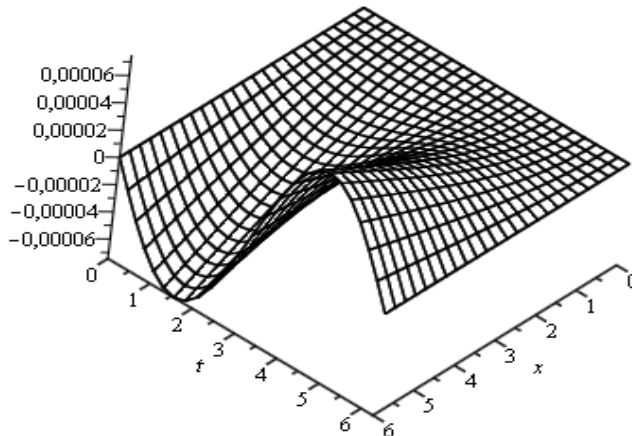


Рис. 2. График $W_1(x, t)$ относительных колебаний

Частота первого тона колебаний консоли $\omega_1 = (1,845)^2 \sqrt{EJ / m} / L^2 = 2,97 \text{ с}^{-1}$, а период $T_1 = 2\pi / \omega_1 = 2,11 \text{ с}$. Для достижения состояния абсолютного покоя принято время вращения корабля $T = 6,28 \text{ с}$.

Заключение

Анализ графика позволяет сделать вывод, что колебания объекта наблюдаются только в процессе вращательного переносного движения; в фиксированный момент времени достигается состояние абсолютного покоя.

Список литературы

1. Бохонский А.И., Варминская Н.И., Мозолевский М.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2007. – 296 с.
2. Бохонский А.И. Реверсионный принцип оптимальности. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2016. – 174 с.
3. Бохонский А.И., Варминская Н.И. Конструирование оптимальных управлений перемещением упругих объектов. – СПб.: НИЦ МС, 2020. – 120с.

References

1. Bokhonsky A.I., Varminskaya N.I., Mozolevsky M.I. Portable movement optimal control of deformable objects: theory and technical applications. – Sevastopol: SevNTU Publishing, 2007. – 296 p.
2. Bokhonsky A.I. Reversal principle of optimality. – M.: University textbook: INFRA-M, 2016. – 174 p.
3. Bokhonsky A.I., Varminskaya N.I. Designing optimal motion controls for elastic objects. – SPb.: SRC MS, 2020. – 120p.

Бохонский Александр Иванович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Цифровое проектирование»	Bokhonsky Alexander Ivanovich – doctor of technical sciences, professor, professor of the digital design department
Варминская Наталья Ивановна – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой физики и общетехнических дисциплин	Varminskaya Natalia Ivanovna – candidate of technical sciences, associate professor, head of the department of physics and general technical disciplines
bohon.alex@mail.ru	

Received 13.12.2022