https://doi.org/10.26160/2474-5901-2021-23-30-37

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВОЛЬТЕРРА ТРЕТЬЕГО РОДА

Каракеев Т.Т., Рустамова Д.К., Бугубаева Ж.Т.

Ключевые слова: уравнения Вольтерра, система интегральных уравнений, малый параметр, метод регуляризации, единственность решения, равномерная сходимость.

Аннотация. В статье рассматриваются системы линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода с оператором на непрерывную невозрастающую и неубывающую функции, решения которых существуют в пространстве непрерывных функций. С помощью оператора умножения получены системы линейных интегральных уравнений, эквивалентные в смысле разрешимости исходным системам интегральных уравнений. Доказана теорема о равномерной сходимости решений систем регуляризованных уравнений к точным решениям исходной системы уравнений Вольтерра третьего рода в шаре. Установлены условия, обеспечивающие единственность решений систем интегральных уравнений Вольтерра третьего рода в шаре.

REGULARIZATION OF SYSTEM OF THE VOLTERR LINEAR INTEGRAL EQUATIONS OF THE THIRD KIND

Karakeev T.T., Rustamova D.K., Bugubaeva Zh.T.

Keywords: Volterr equations, system of the integral equations, small parameter, regularization method, uniqueness of the solution, uniformly convergence.

Abstract. In the article systems of the Volterra linear integral equations of the third kind with the operator on the continuous non-increasing and non-decreasing functions which solutions of the equations exist in space of continuous functions are considered. By means of the operator of multiplication the systems of the linear integral equations equivalent in sense of resolvability to initial systems of integral equations are received. The theorem of uniform convergence of the solutions of systems of the regularized equations to the exact solutions of initial system of the Volterra equations of the third kind in a sphere is proved. The conditions providing uniqueness of solutions of systems of the Volterra integral equations of the third kind in a sphere are established.

В статье рассматриваются системы линейных интегральных уравнений Вольтерра [1] третьего рода с невозрастающей [2, стр.52] и неубывающей [3, стр.12] функциями. Установлены условия регуляризируемости и единственности решений систем в пространстве $C_n(D)$.

Пусть задана система линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода

$$p(x)u(x) + \int_0^x K(x,t)u(t)dt = g(x). \tag{1}$$

Предположим, что искомая вектор – функция $u(x) \in C_n[0,b]$, а для заданных вектор – функции $g(x)$, $n\times n$ – матричной функции $K(x,t)$ и скалярной функции $p(x)$ выполняются условия:

$a)$ $p(x) \in C^2[0,b]$, $\quad p(x)$ – невозрастающая скалярная функция,

$p(x) > 0,\ \forall x \in [0,b), \quad p^{(i)}(b) = 0, \quad i = 0,1;$

б) $K(x,t) = K_{i,j}(x,t), \quad K_{i,j}(x,t) \in C(D), \quad i,j = \overline{1,n},$

$D = \{x,t/0 \le t \le x \le b\};$

в) $g(x) = colon\big(g_1(x),\dots,g_n(x)\big),\ g(x) \in C_n[0,b],$

$C_0 p(x) + C_1 g_i(x) \ge 0, \quad i = \overline{1,n}, \qquad 0 < C_0, C_1 = const;$

г) $G(x) -\ n\times n -$ матричная функция,

$$G_{ij}(x) = \begin{cases} K_{i,j}(x,x), & j \ne i, \\ C_0 p^2(x) + \big(1 + C_1 g_i(x)\big)K_{i,i}(x,x), & i = j, \quad i,j = \overline{1,n}; \end{cases}$$

$\|G(x)\| \le C_2\lambda(x), \ \ \lambda(x) \ge d_1, \quad 0 < d_1, C_2 = const,$

$\lambda(x) = \min\limits_{1\le i\le n} \lambda_i(x), \quad \lambda_i(x) \ \ (i = \overline{1,n})$ – собственные значения матрицы,

$[G(x) + G^*(x)]/2, \quad G^*(x)$ – сопряженная матрица к матрице $G(x)$.

На систему (1) действуем оператором $I + C_0 J + C_1 T$. Тогда получим

$$p(x)u(x) + \int_0^x G(t)u(t)dt = \int_0^x L(x,t)u(t)dt +$$
$$+C_1\int_0^x P_0(t)u^2(t)dt + C_1\int_0^x\int_t^x (Bu)(s,t)u(s)dsdt + F(x), \qquad (2)$$

где $\quad u^2(x) = colon[u_1^2(x), u_2^2(x),\dots,u_n^2(x)],$

$$F(x) = g(x) + C_0\int_0^x p(t)g(t)dt, \qquad (Bu)(x,t) = K(t,t)\cdot(B_0 u)(s,t),$$

$$L(x,t) = K(t,t) - K(x,t) - C_0\int_t^x p(s)K(s,t)ds, \qquad P_0(x) = p(x)K(x,x),$$

$(B_0 u)(s,t) = \big(K_{ij}(s,t)u_i(t),\big) \quad i,j = \overline{1,n}\,.$

Рассмотрим систему уравнений с малым параметром $\varepsilon \in (0,1)$

$$\big(\varepsilon + p(x)\big)u_\varepsilon(x) + \int_0^x G(t)u_\varepsilon(t)dt = \int_0^x L(x,t)u_\varepsilon(t)dt +$$
$$+C_1\int_0^x P_0(t)u_\varepsilon^2(t)dt + C_1\int_0^x\int_t^x (Bu_\varepsilon)(s,t)u_\varepsilon(s)dsdt + F(x). \quad (3)$$

Систему уравнений (3) приведем к виду

$$u_\varepsilon(x) = -\frac{1}{\varepsilon + p(x)}\int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon + p(s)}ds\right)\frac{G(t)}{\varepsilon + p(t)}\left\{\int_0^t L(t,s)\,u_\varepsilon(s)ds -\right.$$

$$-\int_0^x L(x,s)u_\varepsilon(s)ds - C_1\int_t^x P_0(s)u_\varepsilon^2(s)ds + C_1\int_0^t\int_s^t (Bu_\varepsilon)(v,s)u_\varepsilon(v)dvds -$$

$$-C_1\int_0^x\int_s^x (Bu_\varepsilon)(v,s)u_\varepsilon(v)dvds + F(t) - F(x)\Bigg\}dt + \frac{1}{\varepsilon+p(x)}\times$$

$$\times\, exp\left(-\int_0^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\left\{\int_0^x L(x,t)\,u_\varepsilon(t)dt + C_1\int_0^x P_0(t)\,u_\varepsilon^2(t)dt +\right.$$

$$\left.+C_1\int_0^x\int_t^x (Bu_\varepsilon)(s,t)\,u_\varepsilon(s)dsdt + \varepsilon u(0) + F(x)\right\} \equiv (Au_\varepsilon)(x). \qquad (4)$$

Пусть $\bar{u}_\varepsilon(x),\ \tilde{u}_\varepsilon(x) \in \Omega_n[0,b]$. Оценим разность операторов $(A\bar{u}_\varepsilon)(x) - (A\tilde{u}_\varepsilon)(x)$. Учитывая, что при выполнении условий *а*)-*г*) матричная функция

$$exp\left(-\int_t^x \frac{G(t)}{\varepsilon+p(t)}dt\right)$$

удовлетворяет неравенству Важевского [2, стр. 53]:

$$\left\|exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\right\| \le \sqrt{n}exp\left(-\int_t^x \frac{\lambda(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right),$$

получим следующие оценки

$$\left\|\frac{1}{\varepsilon+p(x)}\int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\frac{G(t)}{\varepsilon+p(t)}\left\{\int_0^t [L(x,s)-L(t,s)]\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\,[\bar{u}_\varepsilon(s)-\tilde{u}_\varepsilon(s)]\,ds + \int_t^x L(x,s)[\bar{u}_\varepsilon(s)-\tilde{u}_\varepsilon(s)]ds\right\}dt\right\| \le$$

$$\le C_2\sqrt{n}\big(2L_k b d_1^{-1}\theta_2^{-2} + C_0 b(L_k b^2 + 2M_0)(1+\theta_2^{-1})\big)\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]},$$

где $\quad L_K = Lip(K(x,t)|x), \quad 0 < L_K = const,$

$$M_0 = \max_{x\in[0,b]}\left(\int_0^x \|K(t,t)\|dt\right), \qquad \theta_1+\theta_2 = 1, \qquad \theta_2 \in (0,1);$$

$$\left\|\frac{1}{\varepsilon+p(x)}exp\left(-\int_0^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\int_0^x L(x,t)\,[\bar{u}_\varepsilon(t)-\tilde{u}_\varepsilon(t)]dt\right\| \le$$

$$\le \sqrt{n}(L_k b d_1^{-1}(1 + C_0P_1b/2) + C_0P_1b)(\theta_2 e)^{-1}\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]},$$

$$\left\|\frac{C_1}{\varepsilon+p(x)}\int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\int_t^x P_0(s)\left(\bar{u}_\varepsilon^2(s)-\tilde{u}_\varepsilon^2(s)\right)dsdt\right\| \leq$$
$$\leq 2C_1C_2M_0r\sqrt{n}(1+\theta_2^{-1})\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]};$$
$$\left\|\frac{C_1}{\varepsilon+p(x)}exp\left(-\int_0^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\int_0^x P_0(t)\left(\bar{u}_\varepsilon^2(t)-\tilde{u}_\varepsilon^2(t)\right)dt\right\| \leq$$
$$\leq \frac{2C_1P_1r}{\theta_2 e}\sqrt{n}\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]};$$
$$\left\|\frac{C_1}{\varepsilon+p(x)}\int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\frac{G(t)}{\varepsilon+p(t)}\left\{\int_0^t\int_t^x (Bu_\varepsilon)(v,s)\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\left(\bar{u}_\varepsilon(v)-\tilde{u}_\varepsilon(v)\right)dvds+\int_t^x\int_s^x (Bu_\varepsilon)(v,s)\left(\bar{u}_\varepsilon(v)-\tilde{u}_\varepsilon(v)\right)dvds\right\}dt\right\| \leq$$
$$\leq C_1C_2r\theta_2^{-2}(L_kb^2+2M_0)\sqrt{n}\,\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]};$$
$$\left\|\frac{C_1}{\varepsilon+p(x)}\int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\frac{G(t)}{\varepsilon+p(t)}\left\{\int_0^t\int_t^x [(B\bar{u}_\varepsilon)(v,s)-\right.\right.$$
$$\left.\left.-(B\tilde{u}_\varepsilon)(v,s)]u(v)dvds+\int_t^x\int_s^x [(B\bar{u}_\varepsilon)(v,s)-(B\tilde{u}_\varepsilon)(v,s)]u(v)dvds\right\}dt\right\| \leq$$
$$\leq C_1C_2r\theta_2^{-2}(L_kb^2+2M_0)\sqrt{n}\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]};$$
$$\left\|\frac{C_1}{\varepsilon+p(x)}exp\left(-\int_0^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\left\{\int_0^x\int_t^x (Bu)(s,t)\left(\bar{u}_\varepsilon(s)-\tilde{u}_\varepsilon(s)\right)dsdt+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\int_0^t\int_t^x \left((B\bar{u}_\varepsilon)(s,t)-(B\tilde{u}_\varepsilon)(s,t)\right)u(s)dsdt\right\}\right\| \leq$$
$$\leq C_1r(L_kb^2+2M_0)(\theta_2 e)^{-1}\sqrt{n}\ \|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]}.$$

В итоге, из (4) получим следующее неравенство

$$\|(A\bar{u}_\varepsilon)(x)-(A\tilde{u}_\varepsilon)(x)\|_{C_n[0,b]} \leq q_1\|\bar{u}_\varepsilon(x)-\tilde{u}_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]}, \qquad (5)$$

где $q_1 = C_2\big(2\big(L_kbd_1^{-1}+C_1r(L_kb^2+2M_0)\big)\theta_2^{-2}+$
$+(2M_0(C_1r+C_0b)+L_kC_0b^3)(1+\theta_2^{-1})\big)\sqrt{n}+$
$+\big(L_kbd_1^{-1}(1+C_0P_1b/2)+C_0P_1b+C_1r(2(P_1+M_0)+L_kb^2)\big)\theta_2^{-1}e^{-1}\sqrt{n}.$

Имеет место [4, стр. 55] следующая

Лемма 1. Если выполняются условия *а*)-*г*) и $u(x) \in C_n[0,b]$, то справедлива оценка

$$\|(H_\varepsilon u)(x)\|_{C_n[0,b]} \le \left(N_1\varepsilon + N_2\varepsilon^{1-\beta}\right)\|u(x)\|_{C_n[0,b]} + d_2C_2\sqrt{n}\omega_u\left(\varepsilon^\beta\right),$$

где $N_1 = (2+M_1)\sqrt{n}$, $N_2 = 2N_1C_2/(\theta_2^2 d_1 e)$, $d_2 = 1+\theta_2^{-1}, \theta_2 = 1-\theta_1$,

$$\omega_u\left(\varepsilon^\beta\right) = \sup_{|x-t|\le\varepsilon^\beta}\|u(x)-u(t)\|_{C_n[0,b]},\ \ 1/2 \le \beta < 1, \quad M_1 = \max_{[0,1]}|p''(x)|.$$

Теорема 1. Пусть выполняются условия *а*)-*г*), $q < 1$ и система уравнений (1) имеет решение $u(x) \in C_n[0,b]$. Тогда решение системы (3) равномерно сходится к решению системы (1). При этом справедлива оценка

$$\|u_\varepsilon(x) - u(x)\|_{C_n[0,b]} \le$$

$$\le \left(\left(N_1\varepsilon + N_2\varepsilon^{1-\beta}\right)\|u(x)\|_{C_n[0,b]} + d_2C_2\sqrt{n}\omega_u\left(\varepsilon^\beta\right)\right)/(1-q_1),$$

где $N_1,\ N_2,\ d_2 -$ определены в лемме 1.

Доказательство. Из (4), подставив $\eta_\varepsilon(x) = u_\varepsilon(x) - u(x)$, получим следующую систему уравнений

$$\eta_\varepsilon(x) = -\frac{1}{\varepsilon+p(x)}\int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\frac{G(t)}{\varepsilon+p(t)}\left\{\int_0^t L(t,s)\eta_\varepsilon(s)ds -\right.$$

$$-\int_0^x L(x,s)\eta_\varepsilon(s)ds - C_1\int_t^x P_0(s)[u_\varepsilon(s)+u(s)]\eta_\varepsilon(s)ds -$$

$$-C_1\int_t^x\int_s^x (Bu_\varepsilon)(v,s)\,\eta_\varepsilon(v)dvds + C_1\int_0^t\int_s^t (B\eta_\varepsilon)(v,s)u(v)dvds -$$

$$\left.-C_1\int_0^x\int_s^x (B\eta_\varepsilon)(v,s)u_\varepsilon(v)dvds + \varepsilon[u(t)-u(x)]\right\}dt + \frac{1}{\varepsilon+p(x)}\times$$

$$\times\, exp\left(-\int_0^x \frac{G(s)ds}{\varepsilon+p(s)}\right)\left\{\int_0^x L(x,t)\eta_\varepsilon(t)dt + C_1\int_0^x P_0(t)\left(\bar{u}_\varepsilon^2(t) - \tilde{u}_\varepsilon^2(t)\right)dt +\right.$$

$$\left.+C_1\int_0^x\int_t^x (Bu_\varepsilon)(s,t)\,\eta_\varepsilon(s)dsdt + C_1\int_0^x\int_t^x (B\eta_\varepsilon)(s,t)\,u_\varepsilon(s)dsdt + \varepsilon u(x)\right\}.$$

На основе (5) имеем

$$\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]} \le q\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]} + \|(H_\varepsilon u)(x)\|_{C_n[0,b]}.$$

Отсюда, при условии $q < 1$, в силу леммы 1 следует оценка теоремы 1. Теорема 1 доказана.

Следствие 1. Если выполняются условия теоремы 1, то решение системы уравнений (1) единственно в $\Omega_n[0,b]$.

Пусть выполняются условия

$p(x) \in C[0,b]$, $p(x)$ – неубывающая скалярная функция,

$p(x) > 0, \quad \forall x \in (0,b], \quad p(0) = 0.$

Подставив $\eta_\varepsilon(x) = u_\varepsilon(x) - u(x)$, получим следующую систему уравнений

$$\eta_\varepsilon(x) = -\frac{1}{\varepsilon + p(x)} \int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon + p(s)} ds\right) \frac{G(t)}{\varepsilon + p(t)} \left\{\int_0^t L(t,s)\eta_\varepsilon(s)ds - \right.$$

$$-\int_0^x L(x,s)\eta_\varepsilon(s)ds - C_1\left[\int_t^x p(s)\,[u_\varepsilon(s) + u(s)]\eta_\varepsilon(s)ds + \int_0^t \int_t^x (B\eta_\varepsilon)(v,s) \times\right.$$

$$\times u(v)dvds + \int_t^x \int_s^x (B\eta_\varepsilon)(v,s)u(v)\,dvds + \int_0^t \int_t^x (Bu)(v,s)\eta_\varepsilon(v)\,dvds +$$

$$\left.\left. + \int_t^x \int_s^x (Bu)(v,s)\eta_\varepsilon(v)\,dvds\right] + \varepsilon[u(t) - u(x)]\right\}dt + \frac{1}{\varepsilon + p(x)} \times$$

$$\times exp\left(-\int_0^x \frac{G(s)ds}{\varepsilon + p(s)}\right)\left\{\int_0^x L(x,t)\,\eta_\varepsilon(t)dt + C_1\int_0^x p_0(t)\left(u_\varepsilon{}^2(t) - u^2(t)\right)dt + \right.$$

$$\left. + C_1\int_0^x \int_t^x (B\eta_\varepsilon)(s,t)u(s)dt + C_1\int_0^x \int_t^x (Bu)(s,t)\eta_\varepsilon(s)\,dsdt + \varepsilon u(x)\right\}.$$

Получим оценки

$$\left\| \frac{1}{\varepsilon + p(x)} \int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon + p(s)} ds\right) \frac{G(t)}{\varepsilon + p(t)} \times \right.$$

$$\left. \times \left\{\int_0^t [L(x,s) - L(t,s)]\eta_\varepsilon(s)ds + \int_t^x L(x,s)\eta_\varepsilon(s)ds\right\}dt \right\| \le$$

$$\le C_2\left(2L_k b d_1^{-1} + 2C_0 b(L_k b^2 + 2M_0)\right)\sqrt{n}\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]};$$

$$\left\| \frac{C_1}{\varepsilon + p(x)} \int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)ds}{\varepsilon + p(s)}\right) \frac{G(t)}{\varepsilon + p(t)} \int_t^x P_0(s)\left(u_\varepsilon^2(s) - u^2(s)\right)dsdt \right\| \le$$

$$\le 4C_1 C_2 M_0 r\sqrt{n}\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]},;$$

$$\left\| \frac{C_1}{\varepsilon + p(x)} \int_0^x exp\left(-\int_t^x \frac{G(s)}{\varepsilon + p(s)} ds\right) \frac{G(t)}{\varepsilon + p(t)} \left\{\int_0^t \int_t^x (Bu)(v,s) \times \right.\right.$$

$$\times\left(u_\varepsilon(v)-u(v)\right)dvds+\int_t^x\int_s^x(Bu)(v,s)\left(u_\varepsilon(v)-u(v)\right)dvds\Bigg\}dt\Bigg\|\le$$

$$\le C_1C_2r\sqrt{n}(L_kb^2+2M_0)\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]};$$

$$\Bigg\|\frac{C_1}{\varepsilon+p(x)}exp\left(-\int_0^x\frac{G(s)}{\varepsilon+p(s)}ds\right)\Bigg\{\int_0^t\int_t^x\left((Bu_\varepsilon)(s,t)-(Bu)(s,t)\right)\times$$

$$\times u(s)dsdt+\int_0^x\int_s^x(Bu)(s,t)\left(u_\varepsilon(s)-u(s)\right)dsdt\Bigg\}\Bigg\|\le$$

$$\le C_1r\sqrt{n}(L_kb^2+2M_0)e^{-1}\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]}.$$

Получим

$$\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]}\le q\|\eta_\varepsilon(x)\|_{C_n[0,b]}+\|(H_\varepsilon u)(x)\|_{C_n[0,b]},$$

где $q=2L_kb\left(d_1^{-1}+b(C_0b+C_1r)\right)+4M_0(C_0b+2C_1r)+$

$+\left(L_kbd_1^{-1}(1+C_0P_1b/2)+C_0P_1b+C_1r(L_kb^2+2M_0+2P_1)\right)e^{-1}.$

При выполнении условий *б*)-*д*) и $q<1$, решение системы (3) равномерно сходится к решению системы (1).

Список литературы

1. Асанов А., Ободоева Г. Регуляризация и единственность решений линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода // Исслед. по интегро-дифференц. уравн. – Фрунзе: Илим, 1994. – Вып. 25. – С. 65-74.
2. Каракеев Т.Т., Бугубаева Ж.Т. Об одном методе регуляризации системы линейных интегральных уравнений Вольтерра третьего рода // Вестник ЕНУ им. Л. Н. Гумилева. – 2014. – Вып. 4. – С. 51-56.
3. Каракеев Т.Т., Рустамова Д.К. Регуляризация нелокальной краевой задачи для уравнения Бенжамина-Бона-Махони // Приволжский научный вестник. – 2016. – №1 (53). – С. 10-15.
4. Омуров Т.Д., Каракеев Т.Т. Регуляризация и численные методы решения обратных и нелокальных краевых задач. – Бишкек: Илим, 2006. – С. 20-90.

References

1. Asanov A, Obodoeva G. Regularization and uniqueness of solutions of Volterra linear integral equations of the third kind. – Frunze: Ilim, 1994. – Iss. 25. – P. 65-74.
2. Karakeev T.T., Bugubaeva Zh.T. About one method of regularization of system of the Volterra linear integral equations of the third kind // Bulletin of L.N. Gumilev ENU. – 2014. – Iss. 4. – P. 51-56.

3. Karakeev T.T., Rustamova D.K. Regularization of a non-local boundary problem for the Benjamin-Bon-Mahoney equation // Volga Scientific Bulletin. – 2016. – No.1(53). – P.10-15.
4. Omurov T.D., Karakeev T.T. Regularization and numerical methods of solution of inverse and not local boundary value problems. – Bishkek: Ilim, 2006. – 163p.

Каракеев Таалайбек Тултемирович – доктор физико-математических наук, профессор, tkarakeev@yandex.ru	**Karakeev Taalaybek Tultemirovich** – doctor of physical and mathematical sciences, professor, tkarakeev@yandex.ru
Рустамова Динара Кошеевна – кандидат физико-математических наук, доцент, drustamova@list.ru	**Rustamova Dinara Kosheevna** – candidate of physics and mathematics sciences, associate professor, drustamova@list.ru
Бугубаева Жумгалбубу Тукеновна – старший преподаватель, tbugubaeva@mail.ru	**Bugubaeva Zhumgalbubu Tukenovna** – senior lecturer, tbugubaeva@mail.ru
Кыргызский национальный университет им. Ж. Баласагына, г.Бишкек, Кыргызстан	Zh. Balasagyn Kyrgyz National University, Bishkek, Kyrgyzstan

Received 11.01.2021