

НЕКОТОРЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПО УПРАВЛЕНИЮ НАПРЯЖЕНИЯМИ, РАЗВИВАЮЩИМИСЯ В ИЗДЕЛИЯХ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ В ПРОЦЕССЕ ИХ АДДИТИВНОГО ИЗГОТОВЛЕНИЯ

Паршин Д.А.

Ключевые слова: растущее тело, наращиваемое тело, аддитивное изготовление, начальные напряжения, технологические напряжения, задачи управления.

Аннотация. В рамках построенной ранее математической модели механики аддитивных процессов для описания эволюции напряженно-деформированного состояния послойно формируемых изделий цилиндрической формы построены аналитические решения двух различных задач о возможном технологическом управлении напряжениями в таких изделиях, возникающими в процессе изготовления. В качестве управляющих воздействий рассматриваются начальные напряжения, контролируемо создаваемые в присоединяемых элементарных слоях материала.

SOME TECHNOLOGICAL ABILITIES TO CONTROL THE STRESSES DEVELOPING IN PRODUCTS OF CYLINDRICAL SHAPE IN THE PROCESSES OF THEIR ADDITIVE MANUFACTURING

Parshin D.A.

Keywords: growing solid, accreted solid, additive manufacturing, initial stresses, process stresses, control problems.

Abstract. Within the framework of a previously constructed mathematical model of additive process mechanics for describing the evolution of the stress-strain state of layer-by-layer formed cylindrical products, analytical solutions of two different problems on the possible technological control of stresses that arise in such products in the manufacturing process are constructed. The initial stresses generated in the being attached elementary layers of the material are considered as control actions.

Изготовление изделия или нанесение на него покрытия в любом аддитивном технологическом процессе происходит путем послойного формирования твердого тела соответствующей формы – в результате последовательного образования слоев нового материала на поверхности этого тела. Подобные тела по уже устоявшейся терминологии принято называть растущими, или наращиваемыми телами [1]. За счет различных процессов, протекающих в добавляемом к телу материале при солидификации (вхождении этого материала в состав формируемого сплошного твердого тела), а также за счет сопутствующих конкретному технологическому процессу механических воздействий на этот материал и на уже сформированную часть тела во всем этом теле могут в течение процесса его формирования развиваться значительные напряжения. Такие напряжения – технологического характера – будут обуславливать определенное напряженно-деформированное состояние готового изделия даже при отсутствии каких-либо воздействий на него. С этим состоянием, безусловно, нельзя не считаться при анализе свойств и функциональных характеристик полученного изделия, при его расчетах на прочность и долговечность [2], при

постановке и решении для него различных эксплуатационных задач износа и контактных задач [3]. При этом, как следует из многочисленных исследований, выполненных в области механики наращиваемых деформируемых твердых тел (см., например, статьи [4, 5], а также цитируемые в них источники), аддитивные процессы изготовления характеризуются присутствием в них многих замечательных возможностей по управлению напряженным состоянием получаемых в итоге изделий с помощью разнообразных, в том числе механических, воздействий на эти изделия во время их формирования.

Одним из таких воздействий может быть контролируемое создание в присоединяемом к растущему телу материале ненулевых начальных напряжений, изменяющихся по определенным программам в процессе роста. Настоящая работа ставит своей целью продемонстрировать примеры управления посредством данного вида воздействий получаемым напряженным состоянием аддитивно изготавливаемых изделий цилиндрической формы. Предполагается, что стартовый элементарный слой материала наносится на внутреннюю поверхность радиуса a_0 некоторой подложки круговой формы. Последовательное присоединение дальнейших элементарных слоев приводит к изменению с течением времени t внутреннего радиуса a формируемого изделия. Вследствие относительной малости толщины каждого присоединяемого элементарного слоя это изменение можно считать непрерывным. Податливостью подложки пренебрегаем по сравнению с податливостью формируемого на ней изделия.

В работе [6] построена неклассическая математическая модель механики для описания соответствующего аддитивного процесса с учетом следующих факторов, влияющих на характер деформирования формируемого изделия: 1) возможные реологические деформационные свойства используемого материала, проявляющиеся в запаздывании деформационного отклика и старении материала; 2) инерционные силовые воздействия на формируемое изделие во время его наращивания, вызванные интенсивным вращением подложки; 3) произвольное начальное растяжение–сжатие материала в окружном направлении, возникающее в момент его включения в состав формируемого твердого тела. Для целей предпринятого в настоящей работе исследования воспользуемся этой моделью, оставив в ней только учет третьего фактора, который будет определяться заданием в добавляемом материале в процессе наращивания программы изменения начальных окружных напряжений $\sigma_{\varphi,0}$ в зависимости от текущего радиуса ρ присоединяемого элементарного слоя, предполагая, что моделируемый процесс допускает их контролируемое варьирование. Заметим, что пренебрежение первым фактором допустимо при относительно невысокой скорости изменения переменного внутреннего радиуса $a(t)$ формируемого изделия в процессе наращивания (обоснование этого можно найти в работе [7]) и может быть осуществлено в модели из [6], если принять в ней

$C_\infty = \Delta C = 0$ и $\Delta G = 0$, где C_∞ – удельный ресурс ползучести материала в большом возрасте, ΔC и ΔG – изменения с возрастом материала его ресурса ползучести и модуля упругости второго рода за счет старения. Пренебрежение вторым фактором будет корректно в случае достаточно медленного и плавного вращения изделия в процессе формирования.

Можно показать, что при сделанных упрощениях модель из [6] будет давать следующие интегральные выражения, описывающие эволюцию внутренних технологических напряжений в формируемом рассматриваемым образом цилиндрическом изделии:

$$\sigma_\rho = \frac{k+1/\eta}{2} \int_{a^2(t)/a_0^2}^\eta \frac{\sigma_{\varphi,0}(\zeta) d\zeta}{1+k\zeta}, \quad \sigma_\varphi = \sigma_{\varphi,0}(\eta) + \frac{k-1/\eta}{2} \int_{a^2(t)/a_0^2}^\eta \frac{\sigma_{\varphi,0}(\zeta) d\zeta}{1+k\zeta}, \quad (1)$$

где $k = 1/(1-2\nu)$ – безразмерная константа, определяемая коэффициентом Пуассона материала ν , а в роли пространственной переменной выступает безразмерная величина $\eta = \rho^2/a_0^2$, по отношению к которой задается и программа изменения начальных напряжений: $\sigma_{\varphi,0} = \sigma_{\varphi,0}(\eta)$. Опираясь на результат (1), можно поставить и решить ряд задач об управлении данными напряжениями. В частности, возможно обеспечить требуемый закон изменения контактных напряжений, отслаивающих формируемый слой материала от подложки или же, напротив, прижимающих его к ней, а также получить в готовом изделии требуемое итоговое распределение окружных напряжений, которое, очевидно, будет в первую очередь определять прочность этого изделия в процессе его эксплуатации под определенным внутренним или внешним давлением. Две названные ситуации и рассматриваются ниже в качестве примеров.

Закон изменения контактных напряжений $q(t)$ может быть найден из первой формулы (1):

$$q(t) = \sigma_\rho \Big|_{\eta=1} = \frac{k+1}{2} \int_{a^2(t)/a_0^2}^1 \frac{\sigma_{\varphi,0}(\zeta) d\zeta}{1+k\zeta}. \quad (2)$$

Дифференцируя (2) по времени, найдем программу изменения начальных напряжений, обеспечивающую требуемый закон $q(t)$:

$$\sigma_{\varphi,0} \Big|_{\rho=a(t)} = - \frac{q'(t)[a_0^2 + ka^2(t)]}{(k+1)a(t)a'(t)}, \quad (3)$$

где зависимость $a(t)$ предполагается известной в силу реализуемой программы наращивания. Анализируя полученный результат (3), можем заметить, в частности, что, поскольку внутренний радиус a растущего на подложке слоя материала монотонно убывает с течением времени, константа k положительна для всех сжимаемых материалов и в начальный момент процесса роста давление на подложку равно нулю, мы никогда не сможем добиться контактных напряжений, прижимающих формируемый слой к подложке в процессе его роста, если создаваемые в материале начальные окружные напряжения не будут сжимающими.

Если требуется создать в готовом изделии некоторое предписанное распределение итоговых окружных напряжений $\sigma_{\phi}^{\text{des}}(\eta) = \sigma_{\phi}|_{t=t_1}$, где t_1 – момент окончания наращивания, то надлежащая программа $\sigma_{\phi,0}(\eta)$ задания начальных напряжений в материале может быть, согласно второй формуле (1), найдена из решения следующего интегрального уравнения:

$$\sigma_{\phi,0}(\eta) + \frac{k-1/\eta}{2} \int_{a_1^2/a_0^2}^{\eta} \frac{\sigma_{\phi,0}(\zeta) d\zeta}{1+k\zeta} = \sigma_{\phi}^{\text{des}}(\eta),$$

где $a_1 = a(t_1)$ – значение внутреннего радиуса готового слоя. Опуская процедуру решения этого уравнения, приведем окончательный результат:

$$\sigma_{\phi,0}(\eta) = \sigma_{\phi}^{\text{des}}(\eta) - \frac{k-1/\eta}{k+1/\eta} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\eta}} \int_{a_1^2/a_0^2}^{\eta} \frac{\sigma_{\phi}^{\text{des}}(\zeta) d\zeta}{\sqrt{\zeta}}. \quad (4)$$

Мы можем заметить, например, что на величину начального напряжения, которое в соответствии с найденной программой (4) необходимо создать в данном конкретном присоединяемом к формируемому телу элементарном слое материала, влияют только получаемые в итоге желаемые окружные напряжения, которые должны будут действовать в готовом изделии в его элементарных слоях, присоединенных уже после данного.

Исследование выполнено в рамках проекта РФФИ № 18-01-00920-а.

Список литературы

1. Manzhurov A.V. What is inside AM fabricated parts? The nature of residual stresses and shape distortion // International Journal of Advancements in Technology. 2018. Vol. 9. P. 38.
2. Паршин Д.А. Теоретический анализ прочности полимерного слоя, изготавливаемого по аддитивной технологии центробежного нанесения материала // Материалы V Международной конференции «Аддитивные технологии: настоящее и будущее» (г. Москва, ФГУП ВИАМ, 22 марта 2019 г.). С. 301-316.
3. Казаков К.Е. О взаимодействии цилиндрической вставки и трубы с внутренним сильно неоднородным покрытием // Фундаментальные основы механики. 2020. № 6. С. 50-53.
4. Manzhurov A.V., Parshin D.A. Arch structure erection by an additive manufacturing technology under the action of the gravity force // Mechanics of Solids. 2015. Vol. 50, No. 5. P. 559-570.
5. Parshin D.A. Modeling the process of quasi-static deformation of cylindrical composites during their manufacture by multi-layer thread winding // AIP Conference Proceedings. 2020. Vol. 2315. P. 050018.
6. Parshin D.A. Mathematical modelling of the process of internal technological stress fields development in cylindrical solids being layer-by-layer made of ageing viscoelastic materials // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1479. P. 012145.

7. Manzhirov A.V., Parshin D.A. Influence of the erection regime on the stress state of a viscoelastic arched structure erected by an additive technology under the force of gravity // *Mechanics of Solids*. 2015. Vol. 50, No. 6. P. 657-675.

References

1. Manzhirov A.V. What is inside AM fabricated parts? The nature of residual stresses and shape distortion // *International Journal of Advancements in Technology*. 2018. Vol. 9. P. 38.
2. Parshin D.A. Theoretical analysis of the strength of a polymer layer manufactured by using additive technology of the material centrifugal application // *Proceedings of the 5th International Conference “Additive technologies: The Present and the Future”* (Moscow, March 22, 2019). P. 301-316.
3. Kazakov K.E. On the interaction of a cylindrical insert and a pipe with an internal strongly inhomogeneous coating // *Basic Foundations of Mechanics*. 2020. No. 6. P. 50-53.
4. Manzhirov A.V., Parshin D.A. Arch structure erection by an additive manufacturing technology under the action of the gravity force // *Mechanics of Solids*. 2015. Vol. 50, No. 5. P. 559-570.
5. Parshin D.A. Modeling the process of quasi-static deformation of cylindrical composites during their manufacture by multi-layer thread winding // *AIP Conference Proceedings*. 2020. Vol. 2315. P. 050018.
6. Parshin D.A. Mathematical modelling of the process of internal technological stress fields development in cylindrical solids being layer-by-layer made of ageing viscoelastic materials // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. Vol. 1479. P. 012145.
7. Manzhirov A.V., Parshin D.A. Influence of the erection regime on the stress state of a viscoelastic arched structure erected by an additive technology under the force of gravity // *Mechanics of Solids*. 2015. Vol. 50, No. 6. P. 657–675.

<p>Паршин Дмитрий Александрович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия, parshin@ipmnet.ru</p>	<p>Parshin, Dmitry, Alexandrovich – candidate of physics and mathematics sciences, senior researcher, Ishlinsky Institute for Problems of Mechanics RAS, Moscow, Russia, parshin@ipmnet.ru</p>
---	---

Received 08.09.2020