

КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТА «ВЫРОЖДЕНИЯ» В КОНЕЧНЫЙ МОМЕНТ ВРЕМЕНИ ПРОЦЕССА ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ

Филимонов Н.Б., Никоненко Т.М.

Ключевые слова: терминальное управление летательным аппаратом, принцип гибких траекторий, проблема «изолированности» конечной точки управления.

Аннотация. Обсуждается проблема систем терминального управления ЛА, связанная с «изолированностью» конечной точки управления, порождающей неопределенность типа нуля в данной точке в конечный момент времени. Проведен компьютерный анализ данной проблемы на примере системы терминального управления посадочным маневром ЛА с использованием среды Matlab.

COMPUTER ANALYSIS OF THE DEGENERATION EFFECT AT THE END TIME OF THE PROCESS TERMINAL CONTROL OF AIRCRAFT

Filimonov N.B., Nikonenko T.M.

Keywords: terminal control of an aircraft, the principle of flexible trajectories, the problem of «isolation» of the control endpoint.

Abstract. The problem the terminal control systems of aircraft connected with the "isolation" of the control endpoint, which generates uncertainty like zero in the given point at the finite moment time is discussed. The computer analysis of the given problem is carried out by the example of terminal control system by the landing maneuver of aircraft using the Matlab environment.

В теории и практике управления летательными аппаратами (ЛА) все большее распространение находят системы терминального управления (СТУ), в которых целью управления является достижение заданной точки пространства состояний аппарата в заданный конечный (терминальный) момент времени [1]. Примерами СТУ ЛА являются системы наведения крылатых ракет, старта ракет-носителей, стыковки и спуска космических аппаратов, посадки самолетов. Характерной особенностью данных систем является конечность времени протекания процесса управления и высокие требования к точности управления в конечный момент времени.

Несмотря на большое разнообразие существующих методов синтеза СТУ ЛА (см., например, [2, 3]), их реализация затрудняется такой особенностью конечной точки управления как «изолированность», характеризующаяся неопределенностью типа деления на нуль в законе управления, обусловленной наличием в его знаменателе оставшегося времени управления. В результате, коэффициенты закона управления при приближении к конечной точке неограниченно возрастают, процесс управления в системе «вырождается» и теряет устойчивость. В настоящей работе представлен компьютерный анализ данного эффекта «вырождения» в конечный момент времени процесса терминального управления ЛА на примере СТУ посадочным маневром самолета, синтезированной методом «гибких» траекторий [4, 5].

Принцип «гибких» траекторий в методах синтеза СТУ ЛА. Как объект управления, ЛА представляет собой нелинейную динамическую систему, описываемую в переменных состояния уравнением вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}),$$

где $t \in T$ – текущее время, $T = [t_0, t_F]$ ($0 \leq t_0 < t_F < \infty$) – интервал времени протекания процесса управления; $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^r$ – управляющий вход, $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ – состояние; $\mathbf{f}(\cdot): T \times \mathbf{R}^n \times \mathbf{U} \rightarrow \mathbf{R}^n$ – известная вектор-функция.

Задача терминального управления ЛА заключается в построении на основе его модели алгоритма управления $\mathbf{u}(t)$, обеспечивающего перевод аппарата за конечный интервал времени T из заданного начального состояния $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ в заданное конечное состояние $\mathbf{x}(t_F) = \mathbf{x}_F$.

В существующих методах синтеза СТУ ЛА при синтезе алгоритма управления $\mathbf{u}(t)$ используются два типа стратегий управления: *программная* в виде функции времени, реализующая разомкнутое управление, либо *позиционная* в виде функции текущего состояния, реализующая замкнутое управление по принципу обратной связи.

Весьма эффективным методом синтеза СТУ ЛА является использование принципа «гибких» траекторий [4-8], реализующего *стратегию программно-позиционного управления*. Согласно данному принципу, алгоритм управления $\mathbf{u}(t)$ формируется из двух составляющих: основной, «жесткой» программной составляющей $\mathbf{u}^*(t)$ и дополнительной, «гибкой» позиционной составляющей $\Delta \mathbf{u}(t)$:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}^*(t) + \Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}(t)).$$

Здесь стратегия программного управления $\mathbf{u}^*(t)$ реализует «жесткую» траекторию $\mathbf{x}^*(t)$ невозмущенного движения ЛА, обеспечивающую достижение терминальной цели управления в «идеальных условиях» (при отсутствии возмущений). Она находится путем решения задачи терминального управления на основе нелинейной модели ЛА. Стратегия позиционного управления $\Delta \mathbf{u}(\mathbf{x}(t))$ реализует терминальную стабилизацию «жесткой» траектории движения ЛА, обеспечивающую достижение цели управления в «реальных условиях» (при наличии возмущений), путем устранения его возмущенного движения $\Delta \mathbf{x}(t)$. Она находится путем решения задачи терминального управления на основе линеаризованной (относительно «жесткой» траектории) модели ЛА:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(t) \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}(t) \Delta \mathbf{u},$$

где $\mathbf{A}(t) \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B}(t) \in \mathbf{R}^{n \times r}$ – матрицы Якоби для функции $\mathbf{f}(\cdot)$.

В результате фактическое целевое движение ЛА имеет вид:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}^*(t) + \Delta \mathbf{x}(t).$$

Особенность конечной точки СТУ посадочным маневром самолета, синтезированной методом «гибких» траекторий. Обратимся к задаче терминального управления посадочным маневром самолета в режиме выравнивания [6-8]. Целью данного маневра является плавное приземление самолета в заданной точке взлетно-посадочной полосы – касание ее колесами шасси с нулевыми вертикальными скоростью и ускорением.

При использовании принципа «гибких» траекторий управляющий сигнал $u(t)$ на вход автопилота формируется в виде

$$u(t) = u^*(t) + \Delta u(t), \quad t \in T = [t_0, t_F],$$

где $u^*(t)$ – «жесткая» программная составляющая, а $\Delta u(t)$ – «гибкая» позиционная, стабилизирующая составляющая; t_0 и t_F – моменты начала и окончания посадочного маневра соответственно.

Математическая линеаризованная модель возмущенного движения самолета в режиме выравнивания имеет вид [6, 8]:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\omega}_z &= -a_{011} \Delta \omega_z - a_{012} \Delta \alpha - a_{13} \Delta \delta_B; \quad \Delta \omega_z = a_{42} \Delta \alpha = 0; \\ \Delta \dot{H} &= a_{22} \Delta \theta; \quad \Delta \omega_z = \Delta \vartheta, \quad \theta = \vartheta - \alpha, \end{aligned}$$

где $\Delta \vartheta$, $\Delta \theta$, $\Delta \alpha$, ΔH , $\Delta \delta_B$ – отклонения углов тангажа, наклона траектории, атаки, высоты и перекладки руля высоты от их программных значений соответственно ϑ^* , θ^* , α^* , H^* , δ_B^* :

$$\Delta \vartheta = \vartheta - \vartheta^*, \quad \Delta \theta = \theta - \theta^*, \quad \Delta \alpha = \alpha - \alpha^*, \quad \Delta H = H - H^*, \quad \Delta \delta_B = \delta_B - \delta_B^*;$$

a_{011} , a_{012} , a_{13} , a_{42} , a_{22} – коэффициенты, определяемые аэродинамическими и конструктивными характеристиками самолета.

Упрощенная математическая модель автопилота имеет вид:

$$\Delta \delta_B = \kappa_{\vartheta} (\Delta \vartheta - \Delta u) + \kappa_{\omega} \Delta \omega_z,$$

где κ_{ϑ} и κ_{ω} – коэффициенты настройки автопилота.

Конечные условия «мягкой» посадки самолета имеют вид:

$$\Delta H(t_F) = 0, \quad \Delta \dot{H}(t_F) = 0, \quad \Delta \vartheta(t_F) = 0, \quad \Delta \omega_z(t_F) = 0.$$

Зададим желаемое программное изменение отклонения высоты полета самолета $\Delta H^*(t)$, отвечающее требованиям «мягкой» посадки, в виде следующей полиномиальной функции времени:

$$\Delta H^*(t) = \sum_{i=1}^4 c_i \gamma_i(t), \quad t \in T,$$

где c_i – константы, определяемые начальным возмущением движения самолета, а $\gamma_i(t)$ – полиномиальные функции, вычисляемые по формулам:

$$\gamma_i(t) = t^{i-1} (t_F - t)^4, \quad i = \overline{1, 4},$$

Можно показать, что желаемые полиномиальные переходные процессы $\Delta H^*(t)$ являются решениями дифференциального уравнения вида:

$$D(t, p) \Delta H(t) = 0, \quad p = d/dt, \quad t \in T,$$

где $D(t, p)$ - линейный дифференциальный оператор n -го порядка, определяемый равенством

$$D_{\eta}(t, p) = (t - t_F)^8 p^4 (t - t_F)^{-4} = (t_F - t)^4 p^4 + 16(t_F - t)^3 p^3 + 120(t_F - t)^2 p^2 + 480(t_F - t)p + 840, t \in T.$$

Отсюда, с учетом выражений для $\Delta \dot{H}$ и $\Delta \ddot{H}$:

$$\Delta \ddot{H} = a_{22} a_{42} \Delta \vartheta - a_{42} \Delta \dot{H}, \Delta \ddot{H} = -a_{22} a_{42}^2 \Delta \vartheta + a_{22} a_{42} \Delta \omega_z - a_{42}^2 \Delta \dot{H},$$

можно получить искомую «гибкую» позиционную составляющую алгоритма терминального управления самолетом в режиме выравнивания:

$$\Delta u(t) = r_H(t) \Delta H(t) + r_{\dot{H}}(t) \Delta \dot{H}(t) + r_{\vartheta}(t) \Delta \vartheta(t) + r_{\omega_z}(t) \Delta \omega_z(t),$$

где параметры $r_{\vartheta}(t)$, $r_H(t)$, $r_{\dot{H}}(t)$, $r_{\omega_z}(t)$ определяются формулами:

$$\begin{aligned} r_H(t) &= \frac{-1}{a_{13} a_{22} a_{42} K_{\vartheta}} \left[\frac{840}{(t_F - t)^4} \right], \\ r_{\dot{H}}(t) &= \frac{-1}{a_{13} a_{22} a_{42} K_{\vartheta}} \left[\frac{480}{(t_F - t)^3} - \frac{120 a_{42}}{(t_F - t)^2} + \frac{16 a_{42}^2}{t_F - t} + (a_{42}^3 - a_{012} a_{42}) \right], \\ r_{\vartheta}(t) &= \frac{-1}{a_{13} K_{\vartheta}} \left[\frac{120}{(t_F - t)^2} - \frac{16 a_{42}}{t_F - t} + (a_{13} K_{\vartheta} + a_{011} + a_{012} - a_{42}^2) \right], \\ 5 r_{\omega_z}(t) &= \frac{-1}{a_{13} K_{\vartheta}} \left[\frac{16}{t_F - t} + (a_{13} K_{\vartheta} + a_{011} + a_{42}) \right]. \end{aligned}$$

Найденный алгоритм стабилизации $\Delta u(t)$ реализует обратную связь по переменным состояния ($\Delta H(t)$, $\Delta \dot{H}(t)$, $\Delta \vartheta(t)$, $\Delta \omega_z(t)$), коэффициенты усиления которой ($r_{\vartheta}(t)$, $r_H(t)$, $r_{\dot{H}}(t)$, $r_{\omega_z}(t)$) неограниченно возрастают в конечный момент времени $t = t_F$.

Таким образом, СТУ посадкой самолета с найденным алгоритмом управления имеет особенность в конечный момент времени, которая как раз и обеспечивает достижение цели терминального управления.

Методы устранения особенности конечной точки СТУ ЛА. В ряде работ предлагаются разнообразные способы избежать особенности конечной точки СТУ, порождающую неопределенность и «вырождение» процесса терминального управления в конечный момент времени.

Наибольший интерес представляют методы устранения особенности конечной точки в СТУ, предложенные в работах А.П. Батенко, В.Н. Бородовского, В.И. Толокнова, Г.Н. Разорёнова, В.М. Никифорова. Проведем компьютерный анализ некоторых из них в среде Matlab, моделируя СТУ вертикальным посадочным маневром самолета Ту-204, синтезированной методом «гибких» траекторий [6, 8].

На рис. 1, 2 представлены графики изменения высоты, скорости полета и угол отклонения руля высоты на конечном интервале времени $T = [t_0, t_F]$,

$t_0 = 0$, $t_F = 5$ с при посадке самолета в режиме выравнивания как при отсутствии (штриховая кривая), так и при наличии (сплошная кривая) ветрового возмущения гармонического характера. Видно, что конечная точка управления \mathbf{x}_F , соответствующая конечному моменту времени $t_F = 5$ с, является особенной: $\delta(t) = \infty$ при $t \rightarrow \infty$.

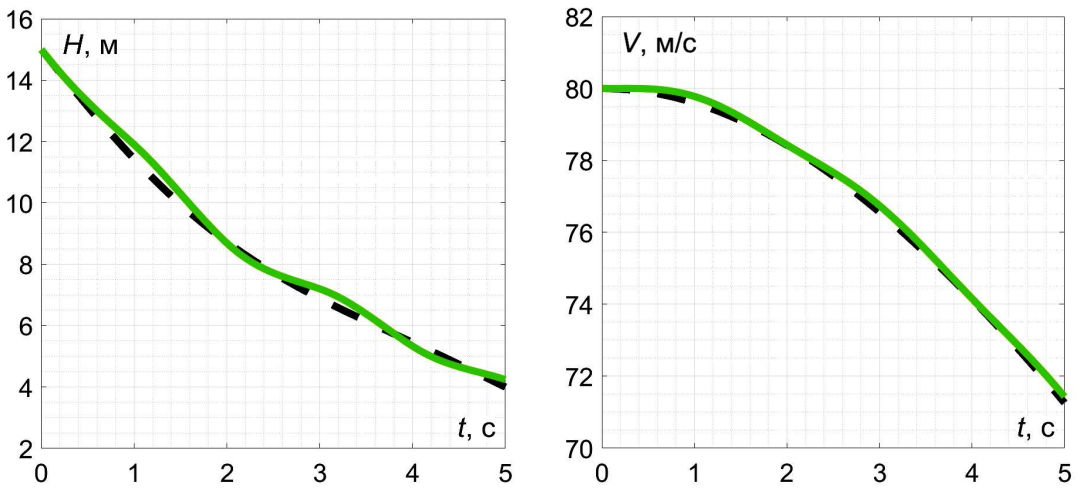


Рис. 1. Изменение высоты и скорости полета

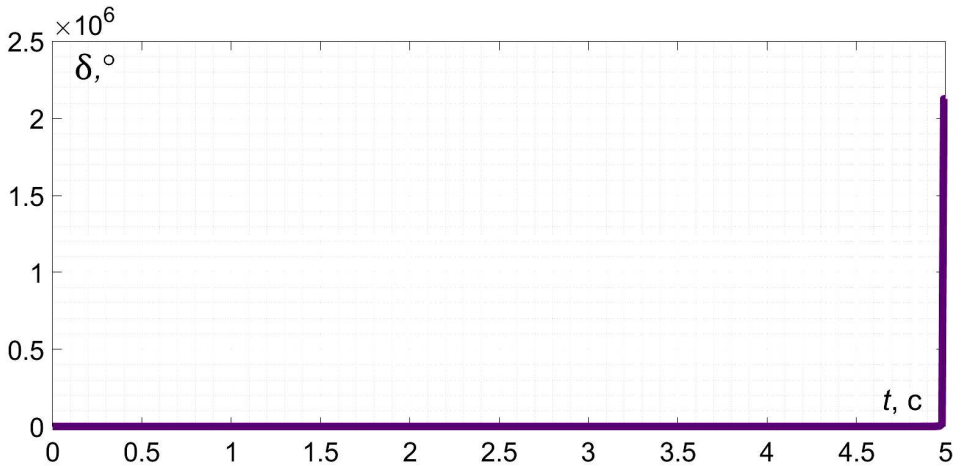


Рис. 2. Изменение угла отклонения руля высоты

Метод «замораживания» коэффициентов. Здесь предлагается за небольшой интервал времени τ до окончания процесса управления, т.е. в момент времени $t = t_F - \tau$ зафиксировать позиционную стабилизирующую составляющую $\Delta u(t)$ управляющего сигнала $u(t)$ и с этого момента времени считать ее постоянной.

Метод размыкания обратной связи. Здесь предлагается интервал времени управления $[t_0, t_F]$ разбить на два неравных участка $[t_0, t_i]$ и $[t_i, t_F]$. На первом, большем участке $[t_0, t_i]$ рекомендуется использовать позиционное

стабилизирующее управление $\Delta u(t)$, а на втором, заключительном, меньшем участке $[t_i, t_F]$ - программное управление $u^*(t)$.

Метод погони за подвижной конечной точкой. Здесь предлагается конечную точку x_F сделать подвижной - расположить ее впереди текущей точки $x(t)$ на временной интервал τ . В результате реализуется скользящий режим управления в виде погони за подвижной, опережающей, недостижимой конечной точкой, причем процесс управления заканчивается в конечный момент времени t_F .

Метод управления по вынесенной точке. Здесь предлагается конечную целевую точку x_F в вынести за пределы интервала управления $[t_0, t_F]$ на временной интервал τ «дальше», и отнести ее к моменту времени $t = t_F + \tau$. В результате, процесс управления пройдет через целевую конечную точку x_F , которая в момент времени $t = t_F$, уже не имеет особенности.

Результаты моделирования, представленные на рис. 3, позволяют сравнить данные методы устранения особенности конечной точки при $t_F = 5$ с в СТУ посадкой самолета.

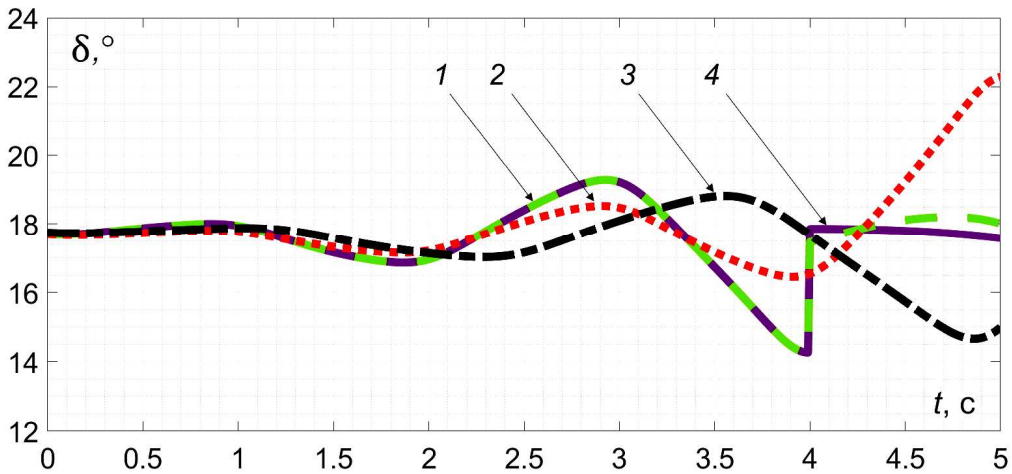


Рис. 3. Отклонение угла руля высоты при различных методах устранения особенности в конечной точке $t_F = 5$ с

Здесь представлены четыре кривые, демонстрирующие изменение угла отклонения руля высоты δ с использованием: метода размыкания (кривая 1), метода погони (кривая 2), метода вынесенной точки (кривая 3) и метода заморозки (кривая 4). Следует отметить, что при уменьшении величины интервала ΔT , фигурирующего в указанных методах, точность управления, а также величина угла отклонения руля высоты увеличиваются. Кстати, помимо приведенных выше способов устранения особенности конечной точки, в ряде работ предлагается т.н. *метод «априорного загробления» системы*. согласно которому в управляющее воздействие вводится обобщенная (бесконечно

большая) игольчатая функция, сосредоточенная в конечной точке \mathbf{x}_F и имитирующая его бесконечную (реально несуществующую) эффективность.

Список литературы

1. Батенко А.П. Системы терминального управления. – М.: Радио и связь, 1984. – 161 с.
2. Разорёнов Г.Н., Бахрамов Э.А., Титов Ю.Ф. Системы управления летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 2003. – 584 с.
3. Бородавский В.Н. Управление конечными параметрами движения ЛА ракетной и космической техники. Проектирование процессов и систем управления. – М.: МО РФ, 2005. – 232 с.
4. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Аналитический синтез терминальных систем управления с особой тоской // Системы управления: Сборник научных трудов. Фрунзе: ФПИ, 1981. – С. 31-38.
5. Солодовников В.В., Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Метод фазового пространства в задачах управления линейными конечномерными объектами // Автоматика. – 1981. – №2. – С. 55-67.
6. Пухов А.Л., Толокнов В.И., Филимонов Н.Б. Компьютерная сертификация посадочного маневра сверхзвукового пассажирского самолета Ту-144. – М.: ОАО «ГУПОЛЕВ», 2001. – 56 с.
7. Теряев Е.Д., Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б., Петрин К.В. Концепция «гибких кинематических траекторий» в задачах терминального управления подвижными объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2011. – №12. – С. 7-15.
8. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Методы «гибких» траекторий в задачах терминального управления вертикальными маневрами ЛА / Гл. 2 в монографии «Проблемы управления сложными динамическими объектами авиационной и космической техники». Под ред. С.Н. Васильева. – М.: Машиностроение, 2015. – С. 51-110.

References

1. Batenko A.P. Terminal Control Systems. Moscow: Radio i Sviyaz, 1984. - 160p.
2. Razorenov G.N., Bahramov E.A., Titov Yu.F. Aircraft Control Systems. Moscow: Mashinostroenie, 2003. - 584 p.
3. Borodovsky V.N. Control of the Final Parameters of the Movement of Aircraft of Rocket and Space Technology. Design of Processes and Control Systems. Moscow: MO RF, 2005. - 232 p.
4. Filimonov A.B., Filimonov N.B. Analytical Synthesis of Terminal control Systems with a Special Longing // Control Systems: Proceedings of scientific papers. Frunze: FPI. 1981. - P. 31-38.
5. Solodovnikov V.V., Filimonov A.B., Filimonov N.B. Phase Space Method in Control Problems for Linear Finite-Dimensional Objects // Avtomatika. 1981. No. 2. - P. 55-67.

6. Pukhov A.L., Toloknov V.I., Filimonov N.B. Landing Manoeuvre Computer Certification of Supersonic Passenger Airplane Tu-144. Moscow, Public Stock Company «TUPOLEV», 2001. - 56 p.
7. Teryaev E.D., Filimonov A.B., Filimonov N.B., Petrin K.V. The Concept of "Flexible Kinematic Trajectories" in the Problems of Terminal Control of Mobile Objects // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. No. 12. - P. 7-15.
8. Filimonov A.B., Filimonov N.B. Methods of "Flexible" Trajectories in Problems of Terminal Control of Vertical Maneuvers of Aircraft / Chapter 2 in the monograph «Problems of Controlling Complex Dynamic Objects of Aviation and Space Technology». Edited by S.V. Vasiliev. Moscow: Mashinostroenie, 2015. - P. 51-110.

| | |
|---|--|
| <p>Филимонов Николай Борисович – доктор технических наук, профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия; nbfilimonov@mail.ru</p> | <p>Filimonov Nikolay Borisovich – doctor of technical sciences, professor, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; nbfilimonov@mail.ru</p> |
| <p>Никоненко Татьяна Михайловна – студентка, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия; tanya.nikonenko@mail.ru.</p> | <p>Nikonenko Tatyana Mikhailovna – undergraduate, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia; tanya.nikonenko@mail.ru.</p> |

Received 04.04.2020