

К ВОПРОСУ СИНТЕЗА СИСТЕМ МНОГОРЕЖИМНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б.

Ключевые слова: принцип многорежимности, двухрежимное регулирование, комбинирование алгоритмов линейного быстрогодействия и ПИД-регулирования.

Аннотация. Рассматривается задача синтеза системы двухрежимного регулирования. В функциональной структуре системы выделяются режимы регулирования в «большом» и «малом»: в первом реализуется алгоритм линейного быстрогодействия, а во втором - ПИД-регулирования. Показаны существенные преимущества схемы двухрежимного регулирования по сравнению с традиционной схемой ПИД-регулирования.

ON THE ISSUE OF SYNTHESIS OF MULTI-MODE REGULATION SYSTEMS

Filimonov A.B., Filimonov N.B.

Keywords: multi-mode principle, dual-mode regulation, combination of linear internal performance algorithms and PID regulation.

Abstract. The problem of synthesis of dual-mode regulation is considered. In the functional structure of the system, the regulation modes are distinguished in «large» and «small». In the first event, the linear internal performance algorithm is realized, and in the second case, regulation mode the PID regulation algorithm is represented. The essential advantages of the dual-mode regulation scheme in comparison with the traditional PID regulation scheme are shown.

Развитие теории автоматического управления идет по пути совершенствования функционально-алгоритмической структуры систем управления. Одно из перспективных и вместе с тем теоретически малоизученных направлений в этой области исследований основано на концепции многорежимности [1-3], суть которой состоит в разделении всего многообразия управляемых движений объекта на ряд стадий – режимов, причем для каждого отдельного режима формируется своя частная (локальная) цель управления и ищется свой частный (локальный) закон управления.

В системах многорежимного регулирования регулятор состоит из «банка» субрегуляторов, каждый из которых призван обслуживать соответствующий режим, и контроллера режимов, анализирующего текущее состояние объекта управления и включающего соответствующий субрегулятор.

Покажем возможности и преимущества схем двухрежимного регулирования по сравнению с традиционными классическими схемами регулирования.

Будем полагать, что объект управления является непрерывной линейной стационарной динамической системой класса SISO (один вход и один выход). На рис. 1 показана укрупненная функциональная схема системы автоматического регулирования (САР). Здесь y^* – задающее воздействие

(уставка), u – управляющий вѐход объекта, y – управляемый выход объекта, e – ошибка регулирования (рассогласование): $e = y^* - y$.

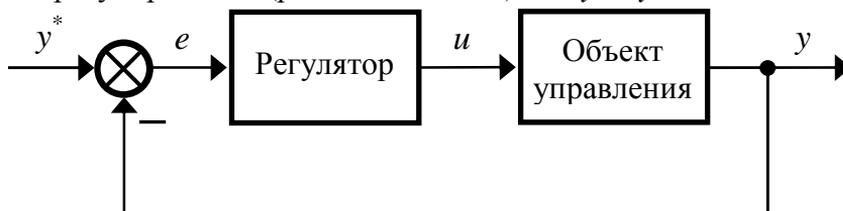


Рис. 1

Задача регулирования заключается в переводе объекта в стационарное состояние, определяемое целевым значением выхода y^* , и удержание его в этом состоянии.

Проанализируем возможности многорежимного регулирования на достаточно простом модельном примере.

Пусть объект управления является динамической системой второго порядка с передаточной функцией

$$G_p(s) = \frac{1}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}, \quad (1)$$

где s – комплексная частота, $T_1 = 2$, $T_2 = 10$.

Отметим, что физические прототипы данного объекта можно найти, например, в книге [4].

Опишем динамику объекта с помощью формализма пространства состояний, вводя в рассмотрение вектор состояния объекта:

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in X = \mathbf{R}^2,$$

где

$$x_1 = y, \quad x_2 = \dot{y}. \quad (2)$$

Передаточной функции (1) в соответствии с (2) отвечают следующие дифференциальные уравнения состояния объекта:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (3)$$

$$\dot{x}_2 = -a_0x_1 - a_1x_2 + b_0u, \quad (4)$$

где

$$a_0 = \frac{1}{T_1T_2}, \quad a_1 = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}, \quad b_0 = \frac{1}{T_1T_2}.$$

Полагаем, что переменные состояния (2) доступны для измерения.

Если состояние объекта стационарно, т.е. не изменяется:

$$\mathbf{x}(t) = \bar{\mathbf{x}} = \text{const},$$

то, очевидно, выход объекта также не будет изменяться:

$$y(t) = \bar{y} = \text{const},$$

и в соответствии с (2) однозначно определяет это состояние.

Далее рассматриваем динамику САР для моментов времени $t \geq 0$ и считаем, что в начальный момент времени $t = 0$ объект находится в нулевом состоянии: $\mathbf{x}(0) = 0$.

Схема однорежимного ПИД-регулирования. Действие обычного непрерывного ПИД-регулятора описывается уравнением

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \dot{e}(t),$$

где K_p, K_I, K_D – настроечные параметры регулятора.

Обозначим через e_I состояние интегратора, которое описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{e}_I = e,$$

причем полагаем, что $e_I(0) = 0$.

Характеристический многочлен замкнутой САР равен

$$\bar{D}(s) = s^3 + \bar{a}_2 s^2 + \bar{a}_1 s + \bar{a}_0,$$

где

$$\bar{a}_0 = b_0 K_I, \bar{a}_1 = a_0 + b_0 K_p, \bar{a}_2 = a_1 + b_0 K_D.$$

Зададим желаемый характеристический многочлен замкнутой САР

$$D^*(s) = s^3 + a_2^* s^2 + a_1^* s + a_0^*.$$

Равенство

$$\bar{D}(s) = D^*(s)$$

будет выполняться при следующем выборе параметров регулятора

$$K_p = \frac{a_1^* - a_0}{b_0}, K_I = \frac{a_0^*}{b_0}, K_D = \frac{a_2^* - a_1}{b_0}. \quad (5)$$

Выберем желаемый характеристический многочлен с кратным корнем:

$$D^*(s) = \left(s + \frac{1}{T_c} \right)^3, T_c = 2. \quad (6)$$

На рис. 2 представлена график выхода объекта $y(t)$ при отработке уставки $y^* = 10$, а на рис. 3 – соответствующий управляющий сигнал $u(t)$.

Обозначим через u^* и e_I^* установившиеся значения управляющего сигнала и состояния интегратора:

$$u^* = \lim_{t \rightarrow \infty} u(t), e_I^* = \lim_{t \rightarrow \infty} e_I(t).$$

Отметим равенства

$$u^* = (a_0 / b_0) y^* = y^*, \\ e_I^* = (1 / K_I) u^* = (1 / K_I) y^*. \quad (7)$$

Для оценки динамического качества САР будем использовать следующие три показателя:

1. Длительность процесса регулирования

$$T_y = \min\{t : |y(\theta) - y^*| \leq \Delta_y, \theta \geq t\}, \Delta_y = 0.1.$$

2. Перерегулирование

$$\sigma_y = \max_t (y(t) - y^*, 0).$$

3. Пиковое значение управляющего воздействия

$$M_u = \max_t |u(t)|.$$

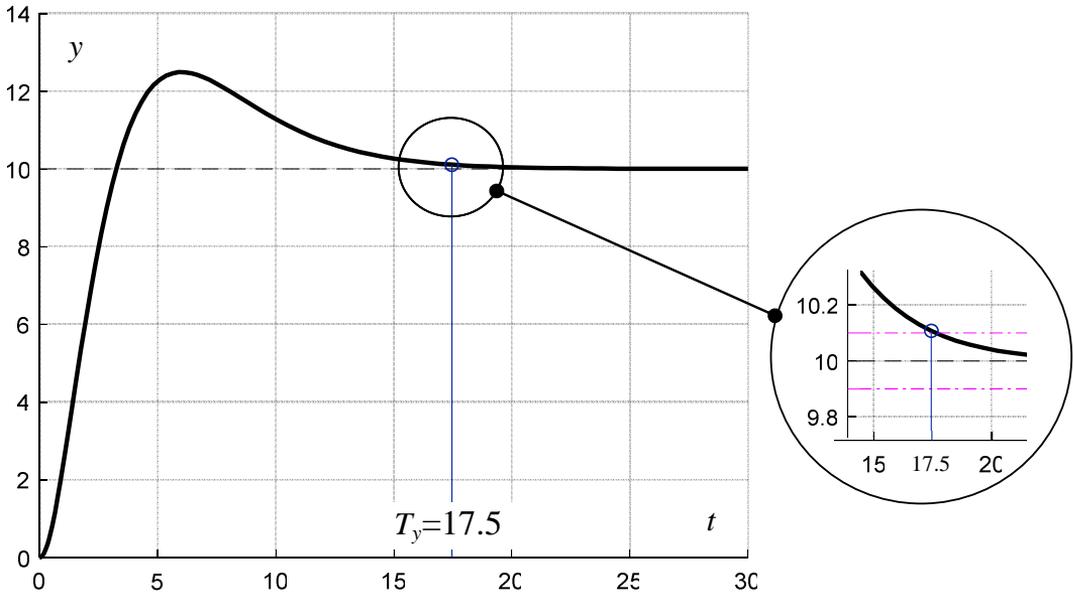


Рис. 2

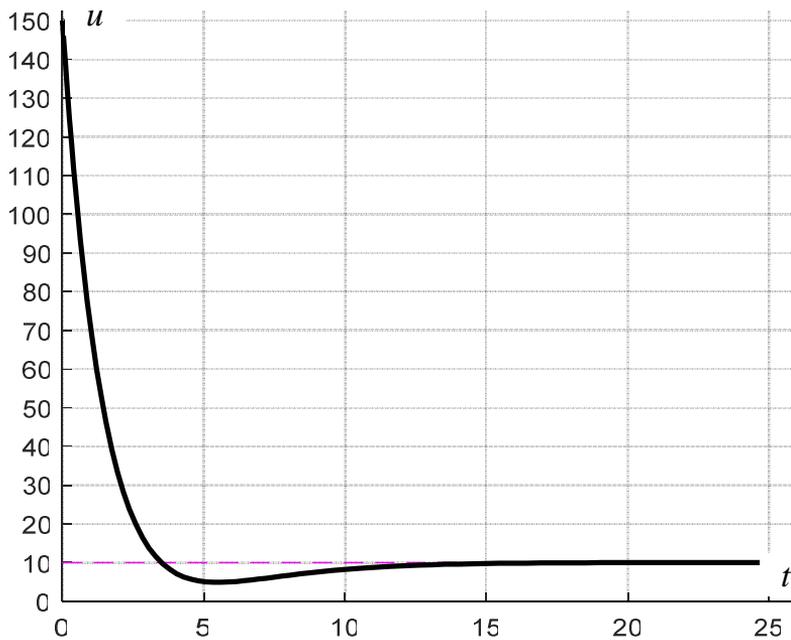


Рис. 3

Приведем значения данных показателей для рассматриваемой схемы однорежимного ПИД-регулирования:

- длительность – $T_y \cong 17.5$;
- перерегулирование – $\sigma_y \cong 2.48$;
- пиковое значение управления – $M_u = 150$.

Схема двухрежимного регулирования. В пространстве состояний объекта X выделим две зоны: X_1 и X_2 – «малых» и «больших» отклонений начального состояния $\mathbf{x}(0)$ от целевого состояния $\mathbf{x}^* = (y^*, 0)$:

$$X = X_1 \cup X_2, X_1 \cap X_2 = \emptyset, \mathbf{x}^* \in X_1.$$

В динамике САР выделим два режима регулирования – в «большом» и «малом».

Если $\mathbf{x}(0) \in X_1$, т.е. имеется малое отклонение начального состояния от целевого \mathbf{x}^* , то включается режим регулирования в «малом», назначение которого – отработка уставки и стабилизация целевого состояния.

Если $\mathbf{x}(0) \in X_2$, т.е. имеется большое отклонение начального состояния от целевого \mathbf{x}^* , то включается режим регулирования в «большом», назначение которого - перевод объекта в состояние, близкое к целевому.

Полагаем, что процесс регулирования в «большом» носит нелинейный характер, а процесс регулирования в «малом» является линейным.

Возникает вопрос о выборе механизма переключения режимов. Если X_0 – область такого переключения, то $X_0 \subseteq X_1$ и необязательно $X_0 = X_1$. Фазовые потоки для обоих режимов на границе областей X_1 и X_2 могут существенно различаться и организация переключения после пересечения этой границы может приводить к нежелательным эффектам.

Введем величины $\Delta_0 = \Delta_y = 0.1$ и $\Delta_1 = 1$, определяющие границы множеств X_0, X_1, X_2 :

$$X_0 = \{\mathbf{x} \in X : \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| \leq \Delta_0\}, X_1 = \{\mathbf{x} \in X : \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| \leq \Delta_1\},$$

$$X_2 = X \setminus X_1 = \{\mathbf{x} \in X : \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| > \Delta_1\}.$$

Здесь $\|\bullet\|$ – чебышевская норма векторов.

Примем следующую стратегию двухрежимного управления: в зоне X_2 будем осуществлять оптимальное по быстродействию движение к целевому состоянию \mathbf{x}^* , а в зоне X_1 – его астатическую стабилизацию ПИД-регулятором с желаемыми корневыми показателями качества.

Режим регулирования в «большом». Исходя из уравнений объекта (3), (4), найдем закон управления, осуществляющий его перевод в начало координат за кратчайшее время при ограничении на управление:

$$|u| \leq U, U = 25.$$

Линия переключения оптимального управления состоит из фрагментов двух оптимальных фазовых траекторий X_{opt}^+ и X_{opt}^- , входящих в начало координат и соответствующих управлениям $u=U$ и $u=-U$. Данные траектории центрально симметричны: $X_{\text{opt}}^- = -X_{\text{opt}}^+$.

Кривую X_{opt}^+ можно описать в параметрической форме:

$$X_{\text{opt}}^+ = \{(x_1, x_2) \mid x_1 = U\varphi_1(\theta), x_2 = -U\varphi_2(\theta), 0 \leq \theta < \infty\},$$

где

$$\varphi_1(\theta) = 1 + \frac{T_1}{T_2 - T_1} \exp\left(\frac{\theta}{T_1}\right) - \frac{T_2}{T_2 - T_1} \exp\left(\frac{\theta}{T_2}\right),$$

$$\varphi_2(\theta) = \exp\left(\frac{\theta}{T_1}\right) - \exp\left(\frac{\theta}{T_2}\right).$$

Представим линию переключения уравнением

$$x_2 = \Phi(U, x_1).$$

Тогда для оптимального управления справедливо следующее выражение:

$$u = U_{\text{opt}}(U, x_1, x_2) = \begin{cases} -U \operatorname{sign}(x_2 - \Phi(U, x_1)), & x_2 \neq \Phi(U, x_1); \\ U \operatorname{sign}(x_1), & x_2 = \Phi(U, x_1). \end{cases}$$

На рис. 4 показана линия переключения управления.

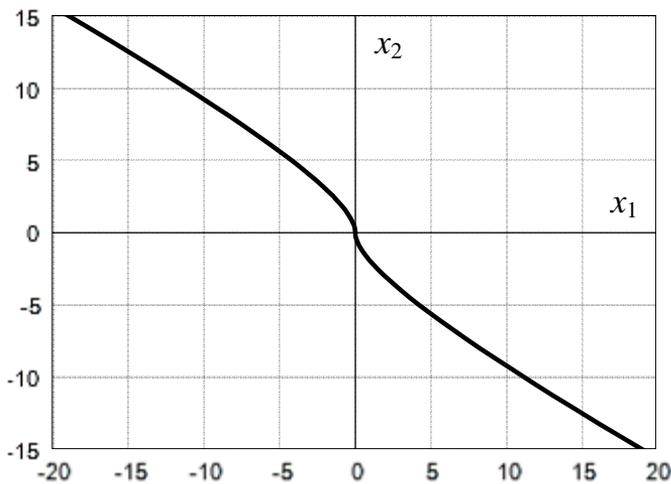


Рис. 4

В зоне X_2 субрегулятор режима в «большом» осуществляет оптимальный по времени перевод объекта в целевое состояние x^* согласно закону управления

$$u = U_{\text{opt}}(U, -e, -\dot{e}).$$

Режим регулирования в «малом». В зоне X_1 осуществляется ПИД - регулирование. Используется настройка (5) субрегулятора режима в «малом», отвечающая желаемому характеристическому многочлену (6) контура регулирования. При этом интегратор субрегулятора в момент времени переключения режимов t_{12} устанавливается в начальное состояние (7):

$$e_I(t_{12}) = e_I^*$$

Рис. 5-7 иллюстрируют результаты моделирования процесса двухрежимного регулирования. На рис. 5 показана фазовая траектория объекта, сформированная в ходе процесса двухрежимного регулирования. На рис. 6 представлен график выходного сигнала системы $y(t)$ в процессе регулирования, а на рис. 7 – график управляющего сигнала $u(t)$.

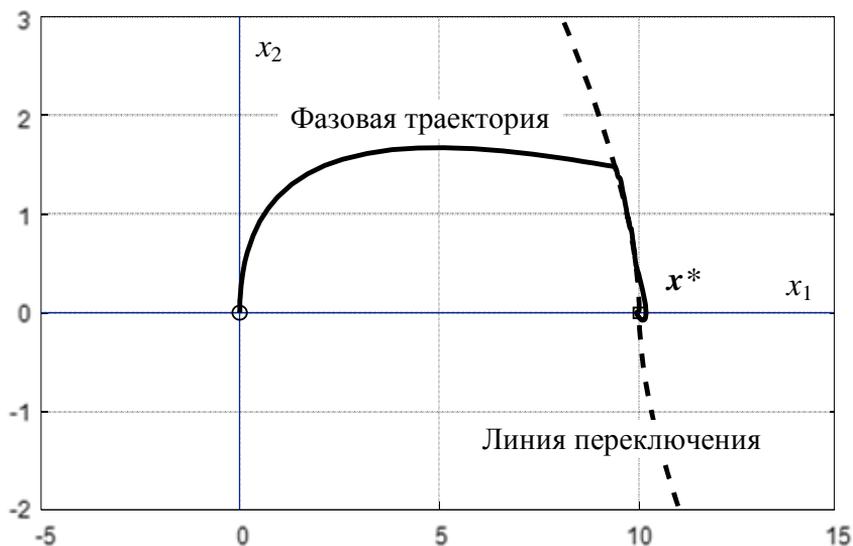


Рис. 5

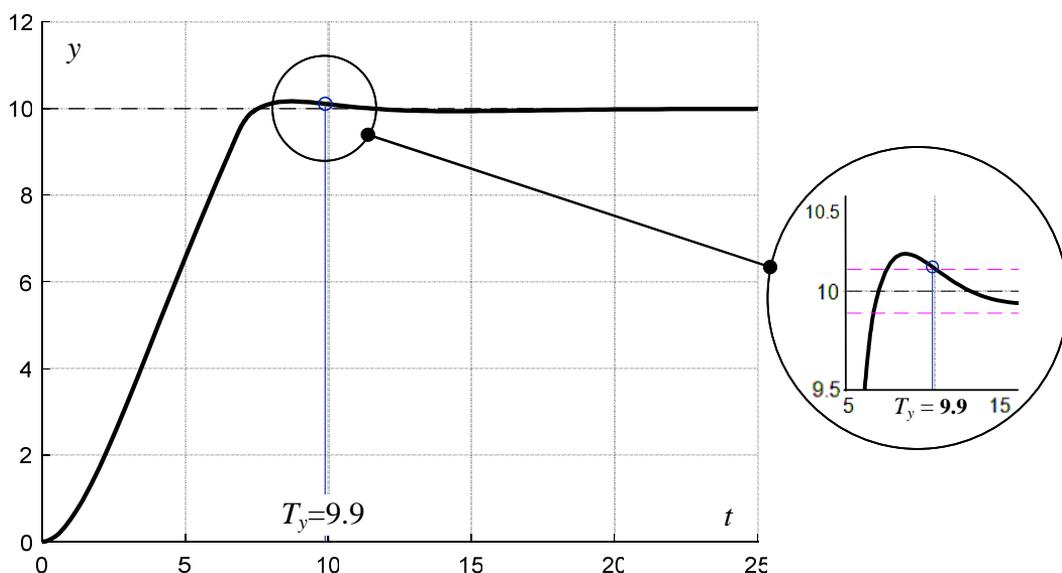


Рис. 6

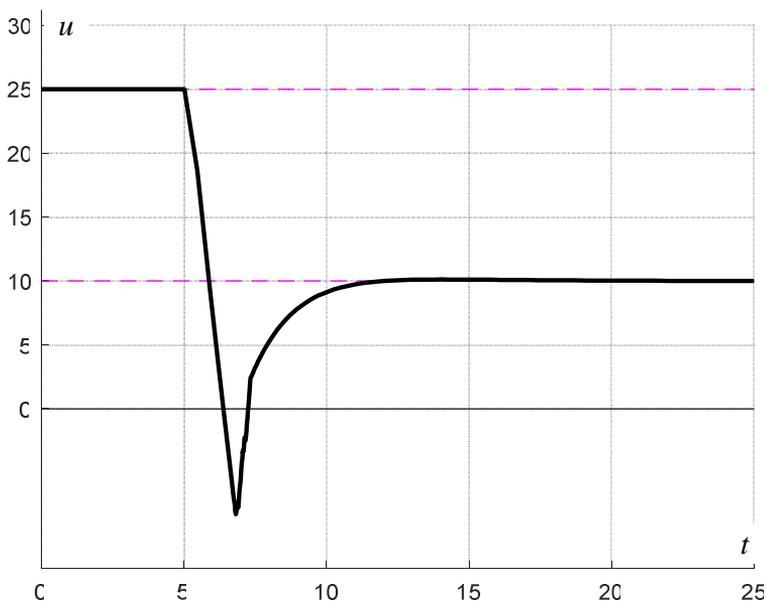


Рис. 7

Отметим показатели качества двухрежимной САР:

- длительность $T_y \cong 9.9$;
- перерегулирование $\sigma_y \cong 0.17$;
- пиковое значение управления $M_u = U = 25$.

Сравнение показателей качества для обеих представленных схем регулирования показывает существенные преимущества двухрежимного регулирования: время регулирования снизилось почти в два раза; перерегулирование практически устранено; пиковое значение управляющего сигнала уменьшилось в шесть раз.

В заключение отметим два методологических аспекта, которые могут представлять интерес для практических применений изложенной концепции регулирования.

1. Выше предполагалось использование производной сигнала ошибки \dot{e} . Вычислительные эксперименты показывают, что применение не идеального, а физически реализуемого дифференцирующего звена с малой постоянной времени (к примеру, равной 0.1) незначительно изменяет процессы регулирования.

2. Важным свойством систем линейного регулирования является *масштабируемость*: если скачкообразное изменение уставки Δu^* дает изменение выхода $\Delta y(t)$, то изменение уставки $k\Delta u^*$ приведет к изменению выхода $k\Delta y(t)$ (для любой вещественной константы k), т.е. форма реакции системы не изменится. Данным свойством линейных САР можно наделить и систему двухрежимного регулирования, если ограничение на управление привязать к величине уставки: $U = 2.5y^*$.

Список литературы

1. Солодовников В.В., Филимонов Н.Б. Динамическое качество систем автоматического регулирования: уч. пособ. – М.: МВТУ, 1987. – 84 с.
2. Филимонов Н.Б. Системы многорежимного регулирования: концепция, принципы построения, проблемы синтеза // Изв. вузов. Приборостроение. 1988. № 2. С. 18-33.
3. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Ситуационный подход в задачах автоматизации управления техническими объектами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2018. № 9. С. 563-578.
4. Dorf R.C., Bishop R.H. Modern Control Systems. (13th Edition). – Pearson Education, 2016. – 1032p.

References

1. Solodovnikov V.V., Filimonov N.B. Dynamic quality of automatic control systems: textbook. – Moscow: BMSTU, 1987. – 84 p.
2. Filimonov N.B. Multi-mode control systems: concept, construction principles, synthesis problems // Izv. vuzov. Priborostroenie. 1988. No. 2. P. 18-33.
3. Filimonov A.B., Filimonov N.B. The Problem of Maze Passage by Intelligent Agents // Mekhatronika, Avtomatizatsiya, Upravlenie. 2018. Vol. 19, no. 9. P. 563-578.
4. Dorf R.C., Bishop R.H. Modern Control Systems. (13th Edition). – Pearson Education, 2016. – 1032p.

Филимонов Александр Борисович – доктор технических наук, профессор, МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Россия, filimon_ab@mail.ru	Filimonov Aleksandr Borisovich – doctor of technical sciences, professor, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia, filimon_ab@mail.ru
Филимонов Николай Борисович – доктор технических наук, профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия, nbfilimonov@mail.ru	Filimonov Nikolay Borisovich – doctor of technical sciences, professor, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia, nbfilimonov@mail.ru

Received 31.01.2020