JARiTS. 2019. Issue 15

https://doi.org/10.26160/2474-5901-2019-15-103-109

ФАКТОР ПРАВЫХ ПЕРЕДАТОЧНЫХ НУЛЕЙ В ЗАДАЧАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б.

Ключевые слова: динамическое качество процессов регулирования, неминимально-фазовые системы, переходные характеристики, эффект отрицательно выброса, оценка величины выброса.
Аннотация. Исследуется динамические свойства линейных стационарных неминимально-фазовых систем регулирования. Доказано наличие отрицательного выброса в переходной характеристике в случае наличия вещественных правых нулей передаточной функции системы. Дана количественная оценка величины отрицательного выброса для случая одного правого нуля.

FACTOR OF THE RIGHT TRANSMISSION ZEROES IN THE PROBLEMS OF AUTOMATIC REGULATION

Filimonov A.B., Filimonov N.B.

Keywords: dynamic quality of regulation processes, non-minimal phase systems, transient response, effect of negative ejection, the estimate of negative ejection.
Abstract. The dynamic properties of linear stationary non-minimal phase control systems are investigated. The presence of a negative ejection in the transient response in case of real right zeroes of the transfer function of the system is proved. A quantitative estimate of the negative ejection for the case of one right zero is given.

В теории и практике автоматических систем часто приходится сталкиваться с классом неминимально-фазовых систем автоматического регулирования (САР), отличительной особенностью которых является наличие у передаточной функции (ПФ) системы правых (т.е. с положительной вещественной частью) нулей [1]. Правые передаточные нули САР могут быть обусловлены либо физической природой объектов управления, либо их появление в каналах управления может быть связано с действием регуляторов.

Правые передаточные нули могут негативно сказываться на процессах регулирования и это обстоятельство необходимо учитывать в задачах анализа и синтеза САР. Однако, данный вопрос к настоящему времени мало изучен. В настоящей работе изложены некоторые результаты исследований авторов связи фактора правых передаточных нулей с проблемой динамического качества линейных стационарных САР.

Инвариантные свойства правых передаточных нулей

Действие правых передаточных нулей объекта на динамику САР раскрывается в следующем утверждении.

Утверждение. Правые передаточные нули объекта управления обладают свойством инвариантности – являются также передаточными нулями технически реализуемой устойчивой системы регулирования. ■

Доказательство утверждения основано на том факте, что передаточные нули объекта можно исключить из множества нулей ПФ системы регулирования только путем их компенсации соответствующими равными им полюсами ПФ регулятора. Однако такое решение неприемлемо, поскольку замкнутая САР становится неустойчивой.

Содержание утверждения имеет фундаментальное значение для теории автоматического регулирования: наличие правых нулей в ПФ объекта существенно сужает возможности построения САР с желаемыми динамическими характеристиками.

Эффект отрицательного перерегулирования

Обратимся к классу линейных стационарных САР с блок-схемой, представленной на рис. 1. Здесь u, y, y^* и ε – соответственно регулирующая переменная (вход объекта), регулируемая переменная (выход объекта), задающее воздействие (уставка) и рассогласование (ошибка регулирования): $\varepsilon = y^* - y$.

Полагаем, что ПФ САР по каналу «задание y^* - выход y» равна

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \tag{1}$$

где $A(s)$ и $B(s)$ – многочлены переменной s с вещественными коэффициентами:

$$A(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i s^i, \quad B(s) = \sum_{i=0}^{n-1} b_i s^i,$$

где n - динамический порядок системы, $b_0 > 0$.

САР предполагается устойчивой, так что ее характеристический многочлен $A(s)$ является гурвицевым.

Важнейшей характеристикой качества данного класса САР является переходная характеристика (ПХ) $h(t)$ канала «задание y^*– выход y» системы, представляющая собой реакцию системы на внешнее задающее воздействие типа единичной ступенчатой функции $1(t)$ при нулевых начальных условиях (см. рис. 2):

$$h(t) = y(t)\big|_{y^*(t)=1(t)}, \quad 1(t) = \begin{cases} 1, & t \ge 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$

Обозначим через h_∞ *установившееся значение* ПХ:

$$h_\infty = \lim_{t\to\infty} h(t), \text{ причем } h_\infty = W(0) = \frac{b_0}{a_0} > 0.$$

Широкое распространение и признание в инженерной практике получила следующая тройка прямых (первичных) показателей качества САР, впервые предложенных в 1939 г. В.В. Солодовниковым [2]:

1) *статическая ошибка регулирования*, определяемая отклонением установившегося значения ПХ от уставки:

$$\varepsilon_\infty = |1 - h_\infty|;$$

2) *время регулирования* $T_\text{р}$, определяемое вхождением ПХ в Δ-трубку (в инженерной практике обычно полагают $\Delta = 0.03 - 0.05$):

$$\left|\frac{h(t)}{h_\infty} - 1\right| \le \Delta \text{ при } t \ge T_\text{р};$$

3) *величина перерегулирования* σ^+, определяемая наибольшим положительным отклонением ПХ от установившегося значения:

$$\sigma^+ = \max_t \left[\frac{h(t)}{h_\infty} - 1\right].$$

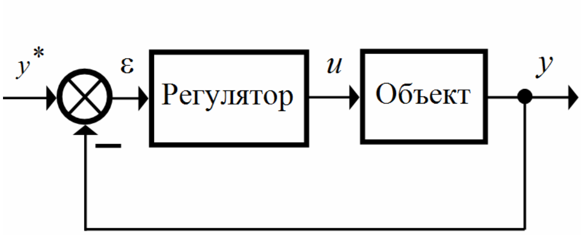

Рис. 1.

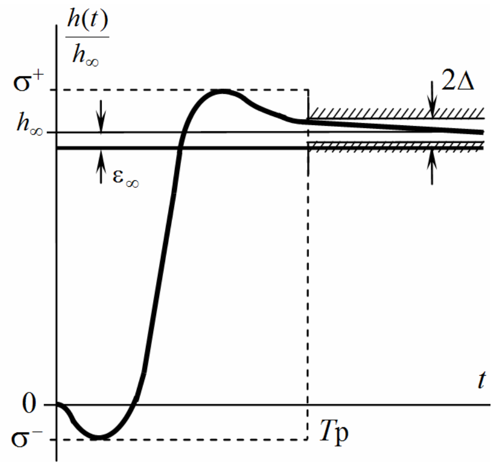

Рис. 2.

Следует констатировать, что тройка показателей ε_∞, σ^+ и $T_\text{р}$ оказывается недостаточной для оценки качества неминимально-фазовых САР. Дело в том, что в ПХ данного класса систем регулирования возможен эффект отрицательного «выброса» («обратного хода», «провала») в структуре ПХ: она может принимать отрицательные значения. В связи с этим для более полной оценки качества процессов регулирования необходимо состав классических показателей качества САР расширить и ввести в рассмотрение четвертый показатель – *величину отрицательного перегулирования* σ^- (см. рис. 2), определяемую равенством:

$$\sigma^- = \min_t \frac{h(t)}{h_\infty}.$$

Основным результатом работы является следующая теорема.

Теорема. Если система регулирования имеет правые передаточные нули, которые все являются вещественными, то в ней имеет место отрицательно перерегулирование, т.е. $\sigma^- < 0$. ■

Доказательство. Пусть $\{\lambda_1^+ = \frac{1}{\tau_i} > 0,\ i = 1:k\}$ – множество всех правых передаточных нулей ПФ (1) с учетом их кратности. Рассмотрим многочлен

$$B^+(s) \equiv \prod_{i=1}^{k}(1-\tau_i s). \qquad (2)$$

Разложим многочлен $B(s)$ на множители:

$$B(s) = B^+(s)B^-(s).$$

Полагая, что система в начальный момент покоится, ее динамику можно описать следующими дифференциальными уравнениями, записанными в операторной форме

$$A(D)z(t) = B^-(D)y^*(t),$$

$$y(t) = B^+(D)z(t), \qquad (3)$$

где $D = d/dt$ – оператор дифференцирования; z – переменная состояния, удовлетворяющая нулевым начальным условиям:

$$z^{(i)}(0) = 0,\ i = 0:n-1.$$

Равенство (3) можно переписать с помощью интеграла свертки

$$z(t) = \int_0^t g(\theta)y(t-\theta)d\theta, \qquad (4)$$

где $g(t)$ – ядро свертки, определяемое равенством:

$$g(t) = L\left\{\frac{1}{B^+(s)}\right\}$$

(здесь L – операция преобразования Лапласа).

Учитывая выражение (2), нетрудно убедиться, что функция $g(t)$ является знакопостоянной и неограниченной

$$(-1)^k g(t) > 0,\ \lim_{t\to\infty} g(t) = \infty. \qquad (5)$$

Допустим отрицательный выброс в переходном процессе отсутствует, т.е. при всех $t \ge 0$ выполняется условие

$$y(t) = h(t) \ge 0.$$

Тогда в соответствии с (4) и (5) функция $z(t)$ является неограниченной:

$$\lim_{t\to\infty} z(t) = \infty,$$

что невозможно в силу устойчивости САР. ■

Оценка величины отрицательного перерегулирования

Дадим оценку величины σ^- для частного случая – наличия у системы одного правого вещественного полюса $\lambda = \frac{1}{\tau}$. Тогда, очевидно

$$g(t) = -\lambda e^{\lambda t}1(t).$$

В момент времени $t = T_{\text{р}}$ переходные процессы в системе практически заканчиваются и можно считать выполненным равенство

$$z(T_{\text{р}}) \approx y(T_{\text{р}}) \approx h_{\infty}. \tag{6}$$

Из (4) находим

$$z(T_{\text{р}}) = \int_{0}^{T_{\text{р}}} g(\theta) y(T_{\text{р}} - \theta) d\theta. \tag{7}$$

Так как

$$y(t) \geq \sigma^{-},$$

то из (6), (7) следует

$$h_{\infty} \leq (-\sigma^{-}) \int_{0}^{T_{\text{р}}} [-g(\theta)] d\theta = -\sigma^{-} (e^{\lambda T_{\text{р}}} - 1).$$

Отсюда находим требуемую оценку:

$$\sigma^{-} \leq -\frac{h_{\infty}}{e^{\lambda T_{\text{р}}} - 1},$$

а при малом λ будет иметь место оценка

$$\min_{t} h(t) \leq -\frac{h_{\infty}}{\lambda T_{\text{р}}}.$$

Таким образом, в общем случае требования к качеству синтезируемой САР следовать задавать четверкой предельных показателей: $\varepsilon_{\infty \max}$, $T_{\text{р}\max}$, $\sigma^{+}_{\max}$ и $\sigma^{-}_{\min}$. Тем самым область допустимых переходных характеристик САР задается следующими условиями:

$$\varepsilon_{\infty} \leq \varepsilon_{\infty \max},\ T_{\text{р}} \leq T_{\text{р}\max},\ \sigma_{\max} \leq \sigma^{+}_{\max},\ \sigma^{-} \geq \sigma^{-}_{\min}.$$

Поскольку эффект отрицательного перерегулирования усиливается при увеличении быстродействия системы, то для класса неминимально-фазовых объектов величины $T_{\text{р}\max}$ и $\sigma^{-}_{\min}$ нельзя задавать произвольно.

Отметим, что эффект отрицательного перерегулирования впервые был исследован в работах авторов [3, 4]. Следует указать также работы [5, 6], посвященные исследованию данного эффекта.

Примеры

Обсуждаемую проблематику иллюстрируют ПХ, представленные на рис. 3-6, которые соответствуют следующим вариантам ПФ САР с правыми передаточными нулями:

$$W_1(s) = \frac{1 - s}{(1 + s)^3};\ W_2(s) = \frac{(1 - s)^2}{(1 + s)^3};$$

$$W_3(s) = \frac{1 - s + s^2}{(1 + s)^3};\ W_4(s) = \frac{1 - 1.5s + s^2}{(1 + s)^3}.$$

ПФ $W_1(s)$ имеет один правый вещественный нуль $\lambda = 1$, а ПФ $W_2(s)$ – два кратных правых вещественных нуля $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$. Соответствующие им ПХ имеют отрицательные выбросы (см. рис. 3 и 4).

ПФ $W_3(s)$ имеет одну пару правых комплексно-сопряженных нулей: $\lambda_{1,2} = (1/2) \pm i\sqrt{3}/2$. В этом случае ПХ не имеет отрицательного выброса, но имеется обратный ход (провал) в начальной стадии переходного процесса (см. рис. 5).

ПФ $W_4(s)$ имеет одну пару правых комплексно-сопряженных нулей $\lambda_{1,2} = 3/4 \pm i\sqrt{7}/4$. Теперь ПХ имеет отрицательный выброс (см. рис. 6).

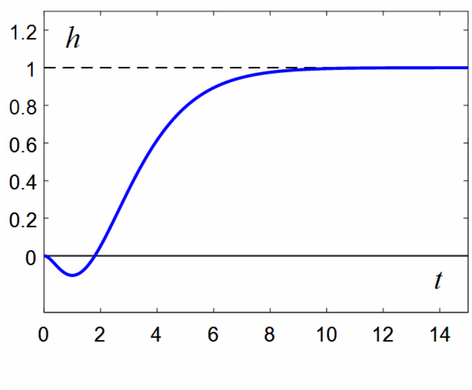

Рис. 3.

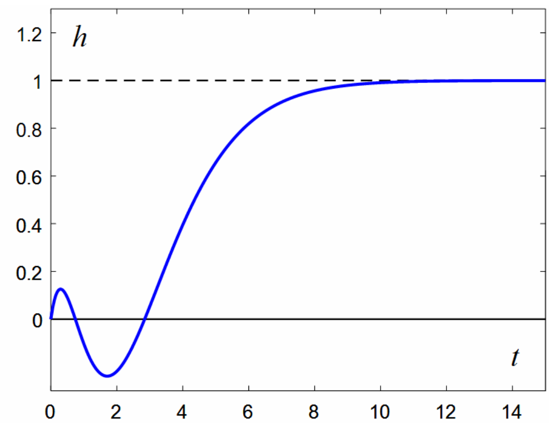

Рис. 4.

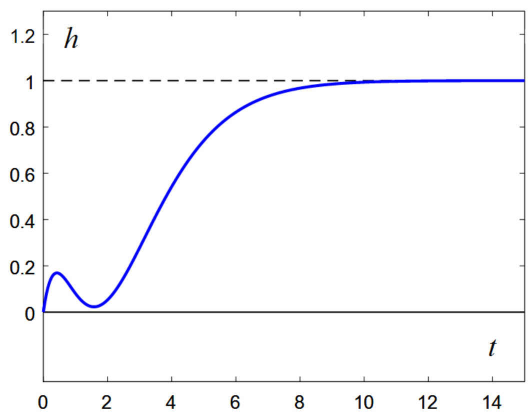

Рис. 5.

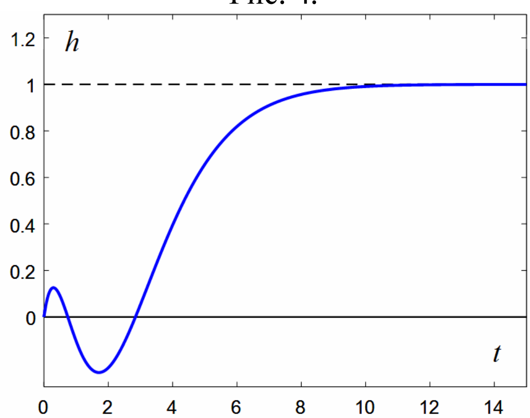

Рис. 6.

Изложенные результаты исследования фактора правых передаточных нулей могут найти широкое применение в задачах анализа и синтеза САР.

Список литературы

1. Hoagg J.B., Bernstein D.S. Nonminimum-Phase Zeros: Much to Do about Nothing // IEEE Contr. Sys. Mag. 2007, Vol. 27, no. June, pp. 45-57.
2. Солодовников В.В., Филимонов Н.Б. Динамическое качество систем автоматического регулирования: уч. пособ. – М.: МВТУ, 1987. – 84 с.

3. Филимонов Н.Б. К вопросу о разрешимости задачи В.В. Солодовникова // Системы автоматического управления: Труды МВТУ № 314. – М.: МВТУ, 1979. – С. 60-71.
4. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. К проблеме динамического качества линейных стационарных систем регулирования // Аналитические методы синтеза регуляторов: Межвуз. науч. сб. – Саратов: СПТИ, 1981. – С. 94-106.
5. Киселев О.Н. Минимизация основных показателей качества в линейных дискретных системах // Автоматика и телемеханика. 2005. № 3. С. 65-73.

References

1. Hoagg J.B., Bernstein D.S. Nonminimum-phase zeros: much to do about nothing // IEEE Contr. Sys. Mag, 2007, vol. 27, no. June, pp. 45-57.
2. Solodovnikov V.V., Filimonov N.B. Dynamic quality of automatic control systems: textbook. Moscow: BMSTU, 1987. 84 p.
3. Filimonov N.B. The question of the solvability V.V. Solodovnikova // Automatic Control Systems: Proceedings of the Bauman, 1979, no. 314, Moscow, BMSTU, pp. 60-71.
4. Filimonov A.B., Filimonov N.B. On the problem of dynamic quality of linear stationary control systems // Analytical methods of synthesis of regulators: Interuniversity Science, Saratov, SPTU, 1981, pp. 94-106.
5. Kiselev O.N. Minimization of the main indicators of quality in linear discrete systems // Automation and Remote Control. 2005, no. 3, pp. 65-73.

Филимонов Александр Борисович – доктор технических наук, профессор, МИРЭА - Российский технологический университет, Москва, Россия; filimon_ab@mail.ru	**Filimonov Alexandr Borisovich** – dr. of eng. sc., professor, MIREA - Russian Technological University, Moscow, Russia; filimon_ab@mail.ru
Филимонов Николай Борисович – доктор технических наук, профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия; nbfilimonov@mail.ru.	**Filimonov Nikolay Borisovich** – dr. of eng. sc.; professor, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; nbfilimonov@mail.ru

Received 24.06.2019