

## ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕИЗМЕНЯЕМОСТИ СТРОИТЕЛЬНЫХ АРОК

*Дворников Л.Т., Баклушина И.С., Зокиров М.Х.*

**Ключевые слова:** строительная арка, подвижность цепи, кинематические одноподвижные пары, геометрическая неизменяемость.

**Аннотация.** В статье исследуются проблемы геометрической неизменяемости четырехстержневой двухопорной строительной арки. Приведено кинематическое обоснование неизменяемости контура арки.

## GEOMETRIC PROOF OF THE IMMUTABILITY OF BUILDING ARCHES

*Dvornikov L.T., Baklushina I.S., Zakirov M.Kh.*

**Keywords:** building arch, mobility of the chain, onopodezdny kinematic pairs, the geometric resistance.

**Abstract.** The article investigates the problems of geometric immutability of a four-post two-post construction arch. Given the kinematic justification for the immutability of the contour of the arch.

Основными требованиями в строительной механике [1], предъявляемыми к аркам, как к несущим конструкциям, являются их статическая определимость и геометрическая неизменяемость стержневой системы.

Рассмотрим четырехстержневую двухопорную строительную арку (рисунок 1). Наличие замкнутого четырехстержневого контура обеспечивает упругую податливость всей арки в целом и статическую ее определимость, что доказывается формулой подвижности П.Л. Чебышёва [2]

$$W = 3n - 2p_5, \quad (1)$$

где  $n$  – число подвижных звеньев цепи,  $p_5$  – количество одноподвижных вращательных кинематических пар.

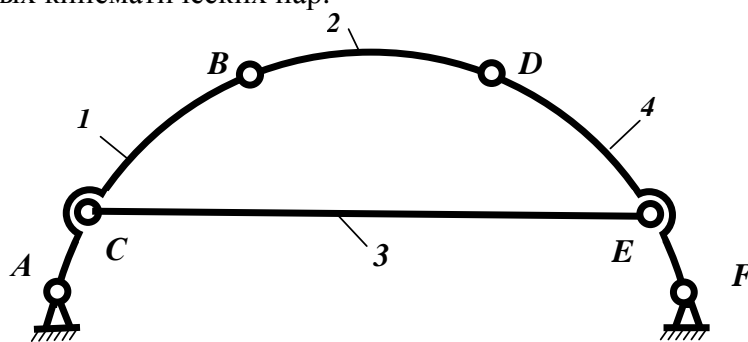


Рис. 1. Четырехстержневая строительная арка

В предлагаемой схеме имеется четыре подвижных стержня  $n = 4$  (1, 2, 3, 4) и шесть вращательных кинематических пар, т.е. шарниров  $p_5 = 6$  (A, B, C, D, E, F), тогда по зависимости (1) получаем нулевую подвижность:  $W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0$ .

Система, удовлетворяющая этому условию, есть система статически определимая, т.е. в ней могут быть найдены действующие нагрузки во всех шести шарнирах арки.

Для доказательства геометрической неизменяемости рассматриваемой арки необходима проверка системы на мгновенную неизменяемость, поэтому целесообразно провести кинематический анализ согласно рекомендации, приведенной в учебнике [3], которая заключается в том, что если при удалении стержня из цепи, система превращается в механизм, то она является мгновенно изменяемой.

Рассмотрим приведенную на рисунке 1 четырехстержневую строительную арку. Убирая промежуточный стержень 3, получаем схему, состоящую из дуговых стержней 1, 2 и 4, образующих внешний контур арки шарнирами  $A, B, D, F$ , и представляющий собой дугообразную цепь (рисунок 2). Схема контура арки симметрична, поэтому очевидно, что геометрические размеры опорных стержней 1 и 4 идентичны, и шарниры  $B$  и  $D$  находятся на равных расстояниях относительно вертикальной оси  $z-z$ .

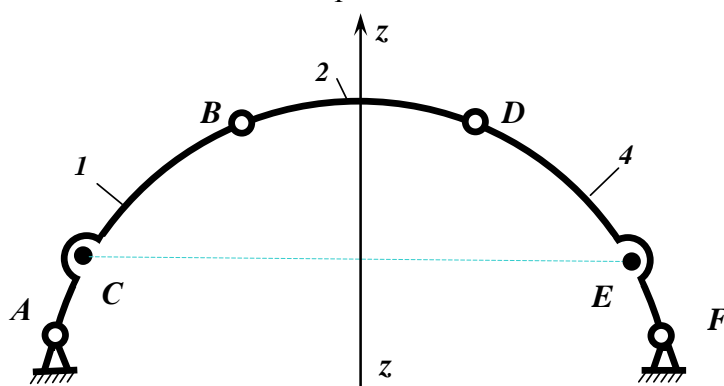


Рис. 2. Схема внешнего контура арки

Используя возможности программного обеспечения T-Flex, создадим контурную модель арки, выбрав размерные величины элементов (стержней) конструкции. Зададим пошаговое движение звену 1, ограничившись пятью положениями, и получим картину перемещений не только стержней, но и шарниров, а, следовательно, каждой точки, принадлежащей схеме. План перемещений внешнего контура схемы четырехстержневой арки показан на рисунке 3.

Анализируя полученный результат, можно заметить, что расстояние между точками (шарнирами)  $C$  и  $E$  непостоянное, т.е. оно ни в одном из положений системы не оказывается одинаковым. Отсюда следует, что рассматриваемая система не может быть мгновенно изменяемой, а, следовательно, ее геометрическая неизменяемость доказана.

С другой стороны, в [3] указывается на то, что «для проверки систем на мгновенную изменяемость весьма удобны планы скоростей..» объясняется тем, что непараллельность звена на схеме и отрезка (вектора скорости) на плане доказывает неизменяемость системы.

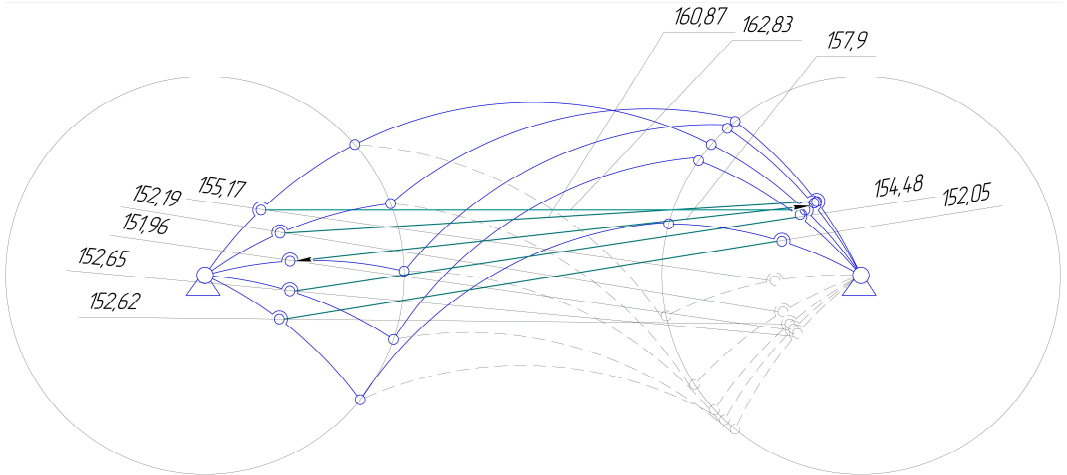


Рис. 3. План перемещений внешнего контура схемы четырехстержневой арки

Для исследуемой четырехстержневой арки легко построить план скоростей, который показан на рисунке 4,б при изъятom из арки стержня 3.

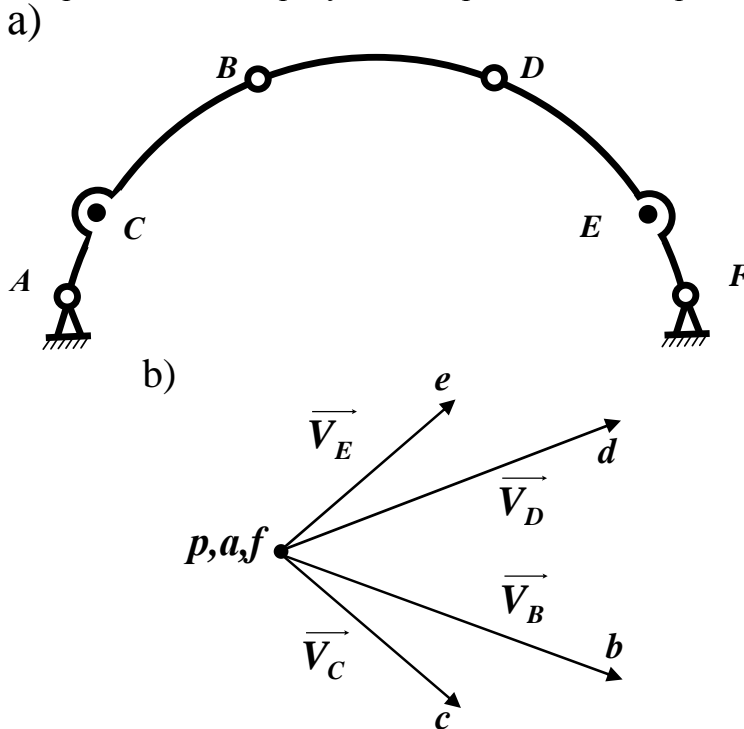


Рис. 4. Построение плана скоростей внешнего контура арки

Из построенного плана отчетливо видно, что скорость точки  $C$  не может быть направлена параллельно скорости точки  $E$ , а это значит, что предложенная арка является системой мгновенно неизменяемой. Такой четырехзвенник может стать мгновенно изменяемым, если его собрать из прямолинейных стержней так, как это показано на схеме (рисунок 5,а), т.е.

когда звенья 1 и 3 одинаковы по длине и  $BD=CE=AF$ , т.е. арка превратится в раму. При этом план скоростей покажет, что вектора точек  $C$  ( $pc$ ) и  $E$  ( $pe$ ) совпадут по направлению и станут параллельными, именно в этом случае при наличии звена  $CE$  система мгновенно проворачивается.

Если в ней стержни  $AB$  и  $FD$  сделать криволинейными (рисунок 5,b), изображенными как в арке, то скорости точек  $C$  и  $E$  окажутся не параллельными, и при этом конструкция станет неизменяемой.

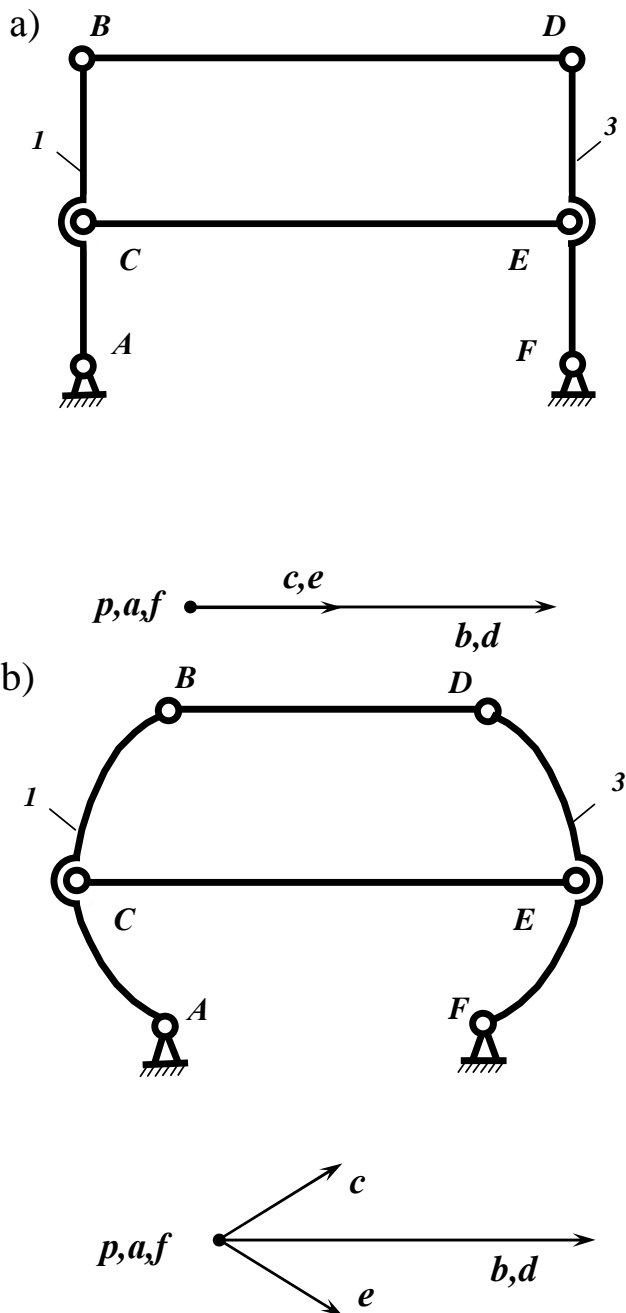


Рис. 5. Построение планов скоростей

Таким образом, вышеприведенное в настоящей работе обоснование является достаточным доказательством того, что приведенная четырехстержневая арка является системой мгновенно неизменяемой.

### Список литературы

1. Дарков А.В. Строительная механика: учебник для вузов / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошников. – М.: Лань, 2008. – 655 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. Учебник для ВТУЗов, 3-е изд., перераб. – М.: Наука, 1975. – 638 с.
3. Рабинович И.М. Курс строительной механики стержневых систем. Часть 1. Статически определимые системы. – М.: Стройиздат, 1950.

### References

1. Darkov A.V. Construction mechanics: textbook for universities / A.V. Darkov, N.N. Shaposhnikov. – M.: Lan, 2008. – 655 p.
2. Artobolevsky I.I. Theory of mechanisms and machines. Textbook for Universities, 3rd ed.. – M.: Science, 1975. – 638 p.
3. Rabinovich I.M. Course of structural mechanics of rod systems. Part 1. Statically determinate system. – M.: Sroyizdat, 1950.

<b>Дворников Леонид Трофимович</b> – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры механики и машиностроения	<b>Dvornikov Leonid Trofimovich</b> – doctor of technical Sciences, Professor, Professor of the Department of mechanics and mechanical engineering
<b>Баклушина Ирина Сергеевна</b> – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры механики и машиностроения, baklushina-is@mail.ru	<b>Baklushina Irina Sergeevna</b> – candidate of technical Sciences, associate Professor, associate Professor of mechanics and engineering, baklushina-is@mail.ru
<b>Зокиров Мирзо Хазраткулович</b> – студент	<b>Zakirov Mirzo Khazratkulovich</b> – student
Сибирский государственный индустриальный университет, г.Новокузнецк, Россия	Siberian state industrial university, Novokuznetsk, Russia

*Received 24.06.2019*