

<https://doi.org/10.26160/2572-4347-2026-24-4-10>

РАЗРАБОТКА НОВОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ МИКРОПОЛЯРНОГО СМАЗОЧНОГО МАТЕРИАЛА

Болгова Е.А., Мукутадзе М.А., Ростовцева Д.А.

*Ростовский государственный университет путей сообщения,
Ростов-на-Дону, Россия*

Ключевые слова: сжимаемость, модифицированная конструкция, покрытие, ламинарный режим, оценка износостойкости, адаптированный профиль.

Аннотация. Статья посвящена разработке нового математического метода моделирования течения микрополярного смазочного материала с учетом сжимаемости смазочного материала. При решении поставленного вопроса использовались известные уравнения, позволяющие оценить гидродинамическое давление, нагрузочную способность с силу трения при ламинарном течении смазки. Произведено сравнение результатов теоретических моделей с экспериментальными данными с учетом новых факторов.

DEVELOPMENT OF A NEW MATHEMATICAL METHOD FOR MODELING THE FLOW OF A MICROPOLAR LUBRICANT

Bolgova E.A., Mukutadze M.A., Rostovtseva D.A.

Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russia

Keywords: compressibility, modified design, coating, laminar flow, wear resistance assessment, and adapted profile.

Abstract. The article is devoted to the development of a new mathematical method for modeling the flow of a micropolar lubricant, taking into account the compressibility of the lubricant. When solving this problem, well-known equations were used to estimate the hydrodynamic pressure, load capacity, and friction force during laminar lubricant flow. The results of theoretical models were compared with experimental data, taking into account new factors.

Введение

Сжимаемость смазочного материала – важный фактор, определяющий работоспособность гидродинамических трибоузлов. Отрицательное влияние сжимаемости проявляется как снижение объемной подачи масла при пульсирующем режиме, уменьшение КПД насосных и двигательных систем, ухудшение работы исполнительных механизмов, возникновение неустойчивости, приводящей к колебаниям вала и потере несущей способности смазочного слоя. Пренебрежение сжимаемостью опасно в подшипниках, работающих под высоким давлением и на высоких скоростях, где давление зачастую достигает десятков мегапаскалей. Полимерные покрытия могут изменять форму зазора под давлением, а сжимаемость смазки в сочетании с ее упругостью способна привести к возникновению гидроупругих эффектов, которые не учитываются в стандартных подходах. Комплексный анализ сжимаемости смазочных материалов позволяет разрабатывать более точные расчетные модели. Модели, разработанные с

учетом сжимаемости, дают возможность прогнозировать распределение давления, толщину масляного слоя и износостойкость подшипников в условиях, приближенным к эксплуатационным, что способствует проектированию и конструированию эффективных механизмов.

В работах [1-4] представлены математические модели радиальных подшипников скольжения с полимерным покрытием и осевой канавкой. Результаты исследований показали, что применение полимерного покрытия совместно с модифицированной геометрией рабочей поверхности способствует снижению коэффициента трения, повышению несущей способности и увеличению износостойкости подшипника. Установлено, что наличие осевой канавки обеспечивает более равномерное распределение смазочного материала в рабочем зазоре и способствует стабилизации гидродинамического режима смазывания. Полимерное покрытие, в свою очередь, снижает уровень контактных напряжений и уменьшает вероятность локального разрушения смазочной пленки.

Вместе с тем анализ моделей показывает, что при описании течения смазочного материала используется допущение о его несжимаемости. Такой подход упрощает математическое описание процесса, однако не позволяет в полной мере учитывать изменение параметров смазочного слоя.

Исследования [5-9] описывают гидродинамический режим течения смазочного материала, и доказывают, что существующие линейные модели течения не всегда точно передают поведение смазочного материала, особенно в зонах с резкими перепадами давления. Таким образом, необходима разработка новых расчетных моделей течения смазки, которые должны учитывать уравнения состояния сжимаемой смазки, нелинейные факторы и другие параметры.

Анализ вышеописанных фактов подтверждает необходимость разработки нового математического метода моделирования течения микрополярного смазочного материала.

Постановка задачи

Проводится оценка износостойкости модифицированной конструкции радиального подшипника с учетом сжимаемости и ламинарного течения смазочного материала.

В полярной системе координат r', θ с полюсом в центре вала уравнение контуров вала с полимерным покрытием C_1 , вала без покрытия (с канавкой) C_0 , подшипниковой втулки с некруговым профилем опорной поверхности C_2 запишутся в виде (рис. 1):

$$C_1 : r' = r_0, \quad C_0 : r' = r_0 - \tilde{h}, \quad C_2 : r' = r_1(1 + H) - a' \sin \omega \theta, \quad (1)$$

где $H = \varepsilon \cos \theta - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \sin^2 \theta + \dots$, $\varepsilon = \frac{e}{r_0}$, H – толщина смазочного слоя, r_0 – радиус вала с полимерным покрытием; r_1 – радиус подшипниковой втулки; e – эксцентриситет; ε – относительный эксцентриситет; $\tilde{h}$ – высота канавки;

a' и ω – амплитуда возмущения и параметр адаптированного профиля втулки соответственно.

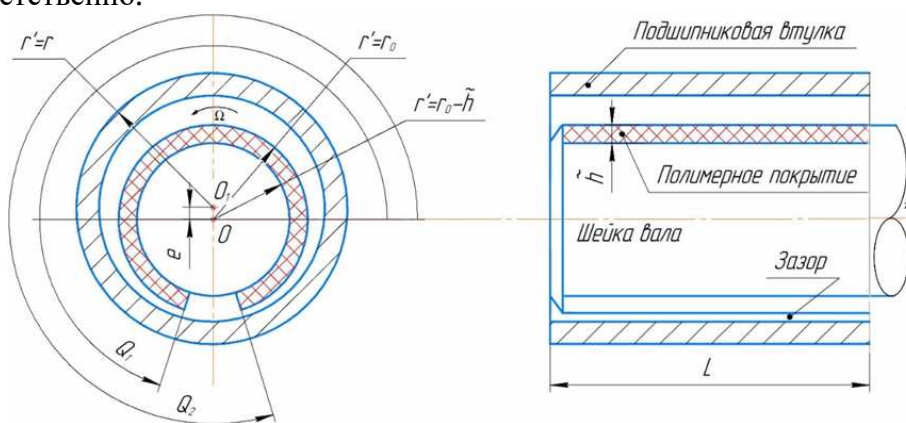


Рис. 1. Схема трибоконтакта

Разработка математической модели

Для разработки расчетной модели используем следующие исходные уравнения: уравнение, описывающее движение сжимаемой смазочной жидкости для тонкого слоя; уравнение неразрывности; уравнение состояния с граничными условиями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_i}{\partial r^2} + N^2 \frac{\partial v_i}{\partial r} &= \frac{1}{\Lambda} \cdot \frac{dp_i}{d\theta}, \quad \frac{\partial^2 v_i}{\partial r^2} - \frac{v_i}{N_1} - \frac{1}{N_1} \cdot \frac{du_i}{dr} = 0, \\ \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial r} &= 0, \quad p = \rho. \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Lambda = \frac{r_0^2 \mu \Omega}{p_g \delta^2}$ – параметр сжимаемости p – гидродинамическое давление в

смазочном слое; δ – зазор; Ω – угловая скорость вала; ρ – плотность; u, v – компоненты вектора скорости смазочной среды; N_1, N – структурно-вязкостный параметр микрополярного смазочного материала.

$$\begin{aligned} u &= 0, \quad v = 0, \quad v = 0 \text{ при } r = 1 + \eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta = h(\theta), \\ u &= 1, \quad v = 0, \quad v = 1 \text{ при } r = r_0, \quad 0 \leq \theta \leq \theta_1 \text{ и } \theta_2 \leq \theta \leq 2\pi, \\ u &= 1, \quad v = 0, \quad v = 1 \text{ при } r = r_0 - \tilde{h}, \quad \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \end{aligned}$$

$$p(0) = p(\theta_1) = p(\theta_2) = p(2\pi) = \frac{p_g}{p}. \quad (3)$$

где v – вектор скорости вращения микрочастиц; $\eta = e / \delta$ – конструктивный параметр подшипника со стандартным опорным профилем, $\eta_1 = a' / \delta$ – конструктивный параметр подшипника с адаптированным опорным профилем; $\eta_2 = \tilde{h} / \delta$ – конструктивный параметр, характеризующий канавку; p_g – давление подачи смазочного материала; θ_1, θ_2 – соответственно угловые координаты канавки.

$$Q = \text{const}; p_3(\theta_2) = p_2(\theta_2); p_1(\theta_1) = p_2(\theta_1).$$

$$v^*(\theta) = \frac{1}{h(\theta) - \eta_2}, \quad u^*(\theta) = \frac{\eta \sin \theta}{h(\theta) - \eta_2},$$

где Q – расход смазочного материала в единицу времени; $u^*(\theta)$, $v^*(\theta)$ – известные функции, обусловленные наличием полимерного покрытия.

Автомодельное решение задачи (2) с учетом параметров (3) найдено благодаря использованию известной методики [10]:

$$\begin{aligned} \rho v_i &= \frac{\partial \psi_i}{\partial r} + V_i(r, \theta), \quad \rho u_i = -\frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} + U_i(r, \theta), \\ \psi_i(r, \theta) &= \tilde{\psi}_i(\xi_i), \quad V_i(r, \theta) = p\tilde{v}_i(\xi_i), \quad U_i(r, \theta) = -p\tilde{u}_i(\xi_i) \cdot h'(\theta), \\ \xi_i &= \frac{r_i}{h(\theta)} \quad \text{при } 0 \leq \theta \leq \theta_1 \text{ и } \theta_2 \leq \theta \leq 2\pi, \\ \xi_i &= \frac{r - \eta_2}{h(\theta) - \eta_2} \quad \text{при } \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2, \end{aligned} \quad (4)$$

где ψ – функция, зависящая от ξ , ξ – автомодельная переменная, V – вертикальная составляющая скорости, U – горизонтальная составляющая скорости.

Для гидродинамического давления получены следующие аналитические выражения:

$$\begin{aligned} p_{10} &= 1, \quad p_{20} = 1, \quad p_{30} = 1. \\ p_{11} &= 6\Lambda \left(1 + \alpha \frac{p_g}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{p_g}{p^*} \right)^2 \right) \left(\eta \sin \theta + \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega \theta - 1) - \frac{\eta_1 \theta}{2\pi \omega} (\cos 2\pi \omega - 1) \right), \\ p_{21} &= \frac{6\Lambda}{(1 + \tilde{h})^2} \left(1 + \alpha \frac{p_g}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{p_g}{p^*} \right)^2 \right) \left[(\theta - \theta_1) \left(\frac{\theta_1^2}{4\pi^2} + \left(1 - \frac{5\theta_1}{2\pi} \right) \times \right. \right. \\ &\times \left(\frac{\tilde{\eta}_1}{2\pi \omega} (\cos 2\pi \omega - \cos \omega \theta_1) - \frac{\tilde{\eta}}{2\pi} \sin \theta_1 \right) \left. \left. + \left(1 - \frac{3\theta_1^2}{4\pi^2} \right) \times \right. \right. \\ &\times \left. \left(\tilde{\eta} (\sin \theta - \sin \theta_1) + \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} (\cos \omega \theta - \cos \omega \theta_1) \right) \right], \\ p_{31} &= 6\Lambda \left(1 + \alpha \frac{p_g}{p^*} - \frac{\alpha^2}{2} \left(\frac{p_g}{p^*} \right)^2 \right) \left[(\theta - \theta_2) \left(\frac{\theta_2^2}{4\pi^2} + \left(1 - \frac{5\theta_2}{2\pi} \right) \times \right. \right. \\ &\times \left(\frac{\eta_1}{2\pi \omega} (\cos 2\pi \omega - \cos \omega \theta_2) - \frac{\eta}{2\pi} \sin \theta_2 \right) \left. \left. + \left(1 - \frac{3\theta_2^2}{4\pi^2} \right) \times \right. \right. \\ &\times \left. \left(\eta (\sin \theta - \sin \theta_2) + \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega \theta - \cos \omega \theta_2) \right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

В ходе исследования были протестирована модель при значениях сжимаемости $\Lambda = 0,1-0,9$ и напряжения σ в диапазоне 2,11-10,55 МПа, а также были уточнены характеристики подшипников (табл. 1). Несущая способность уточнена на 9-11%, а коэффициент трения – на 7-8%.

Табл. 1. Результаты теоретического исследования

№	σ , МПа	Параметр сжимаемости Λ				
		0,9	0,7	0,5	0,3	0,1
		Коэффициент трения				
1	2,11	0,0085	0,0110	0,0085	0,0058	0,0032
2	4,22	0,0053	0,0054	0,0055	0,0038	0,0024
3	6,33	0,0020	0,0022	0,0021	0,00287	0,00284
4	8,44	0,0019	0,0021	0,0020	0,00281	0,00282
5	10,55	0,00198	0,0020	0,0019	0,00285	0,00971

В ходе экспериментального исследования были выявлены изменения коэффициента трения, что указывает на сложность процессов, протекающих в ходе эксплуатации, особенно при условии того, что максимальная нагрузка достигает 10,55 МПа (соответствует пятикратному увеличению нагрузки) (табл. 2).

Табл. 2. Сравнительный анализ результатов исследования

№	Режим		Теоретический результат		Экспериментальное исследование
	σ , МПа	V , м/с	без учета сжимаемости	с учетом сжимаемости	с учетом сжимаемости
1	2,11	0,2	0,0150	0,0132	0,0149
2	4,22	0,2	0,0089	0,0078	0,0077
3	6,33	0,2	0,0075	0,0056	0,0068
4	8,44	0,2	0,0089	0,0066	0,0087
5	10,55	0,2	0,0130	0,0087	0,0087

С учетом ранее установленных параметров канавок была разработана расчетная модель, описывающая поведение подшипника в гидродинамическом режиме с учетом сжимаемости микрополярного вязкого смазочного материала, характеристики которого зависят от трения.

Сравнительный анализ результатов исследования (табл. 2) показал удовлетворительное согласование теоретических и эксплуатационных данных, что подтверждает адекватность разработанной модели.

Список литературы

1. Хасьянова Д.У., Мукутадзе М.А. Повышение износостойкости радиального подшипника скольжения, смазываемого микрополярными смазочными материалами и расплавами металлического покрытия // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2022. – №4. – С. 46-53. – doi.org/10.31857/S0235711922040101.

2. Хасьянова Д.У., Мукутадзе М.А. Исследование на износостойкость радиального подшипника с нестандартным опорным профилем с учетом зависимости вязкости от давления и температуры // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2023. – №3. – С. 42-49. – doi.org/10.26160/2307-342X-2024-18-14-20.
3. Василенко В.В., Кирищикова В.И., Мукутадзе М.А., Шведова В.Е. Исследование износостойкости подшипника скольжения с полимерным покрытием опорного кольца, имеющего канавку // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). – 2022. – Т. 22, №4. – С. 365-372. – doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-4-365-372.
4. Абдулрахман Х.Н., Кирищикова В.И., Мукутадзе М.А., Шведова В.Е. Повышение износостойкости радиального подшипника с нестандартным опорным профилем и полимерным покрытием на поверхности вала с учетом зависимости вязкости от давления // Frontier Materials & Technologies. – 2022. – №4. – С. 9-17. – doi.org/10.18323/2782-4039-2022-4-9-17.
5. Поляков Р.Н., Савин Л.А., Внуков А.В. Математическая модель бесконтактного пальчикового уплотнения с активным управлением зазором // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2018. – №1 (327). – С. 66-71.
6. Негматов С.С., Абед Н.С., Саидахмедов Р.Х., Ульмасов Т.У., Григорьев А.Я., Сергиенко В.П., Негматова К.С., Жовлиев С.С., Негматов Ж.Н., Махаммаджонов З.У., Садыкова М.М., Негматова М.Н., Абдуллаев О.Х., Наврузов Ф.М. Исследование вязкоупругих и адгезионно-прочностных свойств и разработка эффективных вибропоглощающих композиционных полимерных материалов и покрытий машиностроительного назначения // Пластические массы. – 2020. – №7-8. – С. 32-36. – doi.org/10.35164/0554-2901-2020-7-8-32-36.
7. Сайфуллаева Г.И., Негматов С.С., Абед Н.С., Негматова К.С., Камалова Д.И. Исследование электропроводящих композиционных термореактивных полимерных материалов и покрытий на их основе для триботехнического назначения // Universum: технические науки. Электронный научный журнал. – 2020. – №12(81). – URL: <https://universum.com/ru/tech/archive/item/11102>.
8. Ерофеев В.Т., Смирнов И.В., Воронов П.В., Афонин В.В., Каблов Е.Н., Старцев О.В., Старев В.О., Медведев И.М. Исследование стойкости полимерных покрытий в условиях воздействия климатических факторов черноморского побережья // Фундаментальные исследования. – 2016. – №11-5. – С. 911-924.
9. Икромов Н.А., Д.Н. Расулов. Объекты и методики исследования композиционных полимерных материалов // Современные научные исследования и инновации. – 2020. – №10. – URL: <https://web.snauka.ru/issues/2020/10/93640>.
10. Кирищикова В.И., Мукутадзе М.А. Повышение износостойкости радиального подшипника с некруговым опорным профилем и фторопластсодержащим композиционным полимерным покрытием // Транспортное машиностроение. – 2022. – № 11(11). – С. 10-17. – doi.org/10.30987/2782-5957-2022-11-10-17.

References

1. Khasyanova D.U., Mukutadze M.A. Increasing the wear resistance of a radial plain bearing lubricated with micropolar lubricants and molten metal coatings // Problems of mechanical engineering and machine reliability. 2022, no. 4, pp. 46-53. doi.org/10.31857/S0235711922040101.
2. Khasyanova D.U., Mukutadze M.A. A study on the wear resistance of a radial bearing with a non-standard bearing profile, taking into account the dependence of viscosity on

- pressure and temperature // Problems of mechanical engineering and automation. 2023, no. 3, pp. 42-49. doi.org/10.26160/2307-342X-2024-18-14-20.
3. Vasilenko V.V., Kirishieva V.I., Mukutadze M.A., Shvedova V.E. Study of wear resistance of a sliding bearing with a polymer coating of a support ring having a groove // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). 2022, vol. 22, no. 4, pp. 365-372. doi.org/10.23947/2687-1653-2022-22-4-365-372.
 4. Abdulrahman Kh.N., Kirishieva V.I., Mukutadze M.A., Shvedova V.E. Improving the wear resistance of a radial bearing with a non-standard bearing profile and a polymer coating on the shaft surface, taking into account the dependence of viscosity on pressure // Frontier Materials & Technologies. 2022, no. 4, pp. 9-17. doi.org/10.18323/2782-4039-2022-4-9-17.
 5. Polyakov R.N., Savin L.A., Vnukov A.V. Mathematical model of a contactless finger seal with active gap control // Fundamental and applied problems of engineering and technology. 2018, no. 1(327), pp. 66-71.
 6. Negmatov S.S., Abed N.S., Saidakhmedov R.H., Ulmasov T.U., Grigoriev A.Ya., Sergienko V.P., Negmatova K.S., Zhovliev S.S., Negmatov Zh.N., Makhammadzhonov Z.U., Sadykova M.M., Negmatova M.N., Abdullaev O.H., Navruzov F.M. Investigation of viscoelastic adhesive and strength properties and the development of effective vibration-absorbing composite polymer materials and coatings for machine-building purposes // Plastic masses. 2020, no. 7-8, pp. 32-36. doi.org/10.35164/0554-2901-2020-7-8-32-36.
 7. Sayfullayeva G.I., Negmatov S. S., Abed N.S., Negmatova K.S., Kamalova D.I. Investigation of electrically conductive composite thermosetting polymer materials and coatings based on them for tribotechnical purposes // Universum: technical Sciences. Electronic scientific journal. 2020, no. 12(81). URL: <https://7universum.com/ru/tech/archive/item/11102>.
 8. Yerofeev V.T., Smirnov I.V., Voronov P.V., Afonin V.V., Kablov E.N., Startsev O.V., Starev V.O., Medvedev I.M. Investigation of the resistance of polymer coatings under the influence of climatic factors of the Black Sea coast // Fundamental Research. 2016, no. 11-5, pp. 911-924.
 9. Ikromov N.A., D.N. Rasulov. Objects and methods of research of composite polymer materials // Modern scientific research and innovations. 2020, no. 10. URL: <https://web.snauka.ru/issues/2020/10/93640>.
 10. Kirishieva V.I., Mukutadze M.A. Increasing the wear resistance of a radial bearing with a non-circular bearing profile and a fluoroplast-containing composite polymer coating // Transport Engineering. 2022, no. 11(11), pp. 10-17. doi.org/10.30987/2782-5957-2022-11-10-17.

Болгова Екатерина Александровна – аспирант	Bolgova Ekaterina Aleksandrovna – postgraduate student
Мукутадзе Мурман Александрович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Высшая математика»	Mukutadze Murman Aleksandrovich – doctor of technical sciences, professor, head of the department of higher mathematics
Ростовцева Диана Андреевна – магистрант	Rostovtseva Diana Andreevna – master's student
murman1963@yandex.ru	

Received 06.05.2026