https://doi.org/10.26160/2572-4347-2022-16-31-41

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ДОППЛЕРОВСКОГО МЕСТООПРЕДЕЛЕНИЯ

Моисеев А.А.
НПП «Технос – РМ», Мытищи, Россия

Ключевые слова: допплеровский сдвиг, спутниковый ретранслятор, подспутниковая точка, элементы орбиты, гиперболические координаты, географические координаты, трасса, путевая скорость.

Аннотация. Анализ динамики допплеровского сдвига частоты позволяет оценить географическое положение стационарного излучателя (передатчика) по результатам наблюдения указанного сдвига в стационарном приемнике. Считается, что передатчик и приемник связаны через спутниковый ретранслятор с известными элементам орбитального движения. Географическое положение стационарного приемника также считается известным. В этих условиях разработан метод местоопределения передатчика, основанный на пересчете допплеровского сдвига в точку положения в построенной в работе гиперболической системе координат с центром в подспутниковой точке ретранслятора. Построена методика приближенного пересчета гиперболических координат в географические, а также вспомогательная схема расчета модуля и азимута путевой скорости, соответствующей скорости смещения центра гиперболической системы координат. Расчет географических координат в подспутниковой точке осуществляется путем перерасчета текущих орбитальных координат. Таким образом, задачу преобразования положения из гиперболических координат в географические можно считать приближенно решенной. Тем самым решается и поставленная задача трансформации величины допплеровского сдвига в географическое положение излучателя. В случае мобильного излучателя оценки модуля и азимута скорости его носителя оцениваются по результатам обработки последовательности его расчетных положений, соответствующих моментам измерения допплеровских сдвигов. Последние могут быть использованы для уточнения типа указанного носителя.

SPECIAL METHOD OF DOPPLER’S LOCATION

Moiseev A.A.
“Technos – RM”, Myticshi, Russia

Keywords: Doppler’s shift, satellite’s translator, under satellite’s point, orbit’s elements, hyperbolical coordinates, geographical coordinates, trasse, ground speed.

Abstract. Doppler’s shift analysis allows locating irradiator position on observations in. Irradiator and receiver are connected by means of satellite’s translator with appointed orbit’s elements. Stationary receiver position is appointed too. In these frames location method was developed, which is based on Doppler’s shift recalculation to irradiator position in proposed hyperbolical coordinates system with center in under satellite’s point. Were built also recalculation schemes for hyperbolical coordinates transformation into geographical ones. It was developed also auxiliary method for ground speed module and azimuth calculation that corresponds to shift speed of hyperbolical systems center. Geographical coordinates of under satellite’s point can be calculated by means of orbital ones transformation. It allows transforming hyperbolical coordinates of position, i.e. Doppler shift value, to geographical coordinates. Using positions sequence processing we can estimate module and azimuth of irradiator speed, which can be used for carrier specification.

Анализ динамики допплеровского сдвига частоты позволяет оценить географическое положение стационарного излучателя (передатчика) и сделать

заключение об его мобильности по результатам наблюдения указанного сдвига в стационарном приемнике. Передатчик и приемник при этом связаны через спутниковый ретранслятор с известными параметрами орбитального движения. Географическое положение стационарного приемника также считается известным.

В соответствии с [1] данная задача решается поэтапно:

– на этапе измерения оценивается навигационный параметр, в качестве которого выступает допплеровский сдвиг частоты в виде условного отсчета;

– на этапе определения осуществляется преобразование условного отсчета в координаты положения, т.е. определение обратной навигационной функции;

– на этапе коррекции осуществляется уточнение положения и оценивается скорость смещения объекта в ходе межкадровой обработки.

В соответствии с [1, 2] допплеровский сдвиг составляет:

$$f'_i = f\frac{V_t}{c}\cos\gamma_i, \qquad (1)$$

где f – несущая частота; V_t – тангенциальная скорость ретранслятора; c – скорость света; γ_i – угол между тангенциальной скоростью и направлением на передатчик.

В этих условиях заданному допплеровскому сдвигу соответствует конус, ограниченный лепестком диаграммы направленности. Считается, что заполняющие его вложенные конусы пересекают подстилающую (картинную) плоскость, касательную к подстилающей поверхности в подспутниковой точке. Соответствующие конические сечения образуют при этом семейство гиперболических изочастот, симметричных относительно трассы ретранслятора, номера которых соответствуют упомянутому выше условному параметру. Совместно с семейством азимутальных лучей ψ’, исходящих из подспутниковой точки, они образуют гиперболическую систему координат, отображенную на рисунке 1.

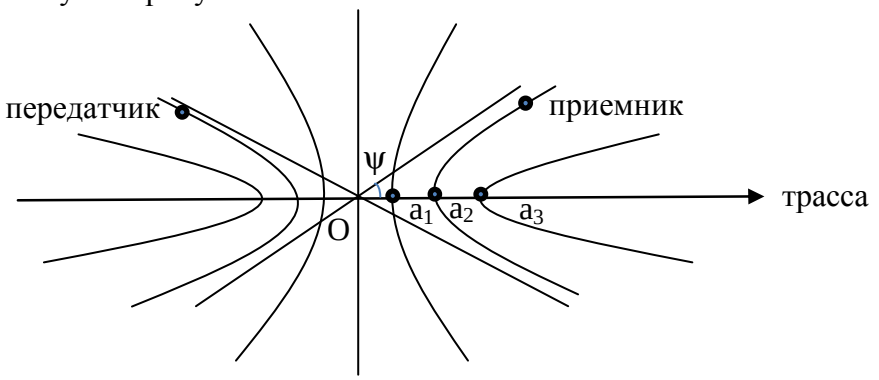

Рис. 1. Гиперболическая СК

Центр этой системы совпадает с подспутниковой точкой О, а ось симметрии соответствует направлению касательной к трассе (линии пути, путевой скорости) в подспутниковой точке. На рисунке качественно

отображены большие полуоси гипербол a_1, a_2, a_3, а также положения приемника и передатчика в построенной системе координат. При переходе к полярной системе координат полярные углы соответствуют азимутам ψ, отсчитываемым от линии пути.

Таким образом, гиперболическую систему координат на подстилающей плоскости образуют:

– подспутниковая точка на трассе, соответствующая положению ретранслятора на орбите в данный момент времени,

– ветви гипербол, симметричные относительно линии пути и соответствующие различным величинам допплеровского сдвига;

– лучи, исходящие из подспутниковой точки и соответствующие различным азимутам диаграмм направленности антенн ретранслятора.

Перпендикуляр к оси симметрии в подспутниковой точке О соответствует нулевому допплеровскому сдвигу. Координатная сетка в правой полуплоскости соответствует положительному допплеровскому сдвигу (стационарный приемник и передатчик ретранслятора сближаются). Левая полуплоскость соответствует отрицательному допплеровскому сдвигу (передатчик и приемник ретранслятора удаляются).

В ситуации, когда ориентация диаграмм направленности неизвестна, в соответствии с принципом недостаточного основания предполагается, что они имеют круговую симметрию. Влияние возможного отклонения указанной ориентации от путевой скорости учитывается при этом мультипликативным фактором cosψ’ и результирующая диаграмма принимает вид d(ψ’) ~ cosψ’, т.е., описывается законом Ламберта [3]. В этих условиях (1) принимает вид:

$$f_i = f'_i \cos\psi' = f\frac{V_t}{c}\cos\gamma_i \cos\psi'. \qquad (2)$$

Поскольку положение приемника и подспутниковой точки в данный момент известны, соотношение (2) позволяет рассчитать допплеровский сдвиг f_2 в стационарном приемнике, связанный с ретрансляцией. Измеренный допплеровский сдвиг при этом составляет $\Delta = f_2 - f_1$, где f_1 – допплеровский сдвиг в приемнике ретранслятора [4]. Отсюда получаем $f_1 = f_2 - \Delta$ для указанного допплеровского сдвига.

Установим теперь соответствие между допплеровским сдвигом и положением точки в гиперболической системе координат. Воспользуемся для этого сечением земной сферы плоскостью орбиты низкоорбитального ретранслятора, отображенным на рисунке 2. Здесь R – радиус Земли, h – высота орбиты, V_t – тангенциальная составляющая скорости, α_i – угол между подспутниковой точкой и точкой a_i на трассе, соответствующей вершине i – той гиперболы в касательной плоскости П, α – максимальный угол видимости, γ_i – угол между тангенциальной составляющей скорости и той же точкой на трассе, $\beta_i = \angle BAC = \pi/2 - \gamma_i$ – вспомогательный угол.

Область видимости определяется длиной касательной AD. В предположении $h << R$, т.е. для низкоорбитального ретранслятора, получаем из прямоугольного треугольника ADC:

$$AD = Rtg\alpha = \sqrt{(R+h)^2 - R^2} \approx \sqrt{2Rh}$$
$$\alpha \approx tg\alpha \approx \sqrt{\frac{2h}{R}} \qquad (3)$$

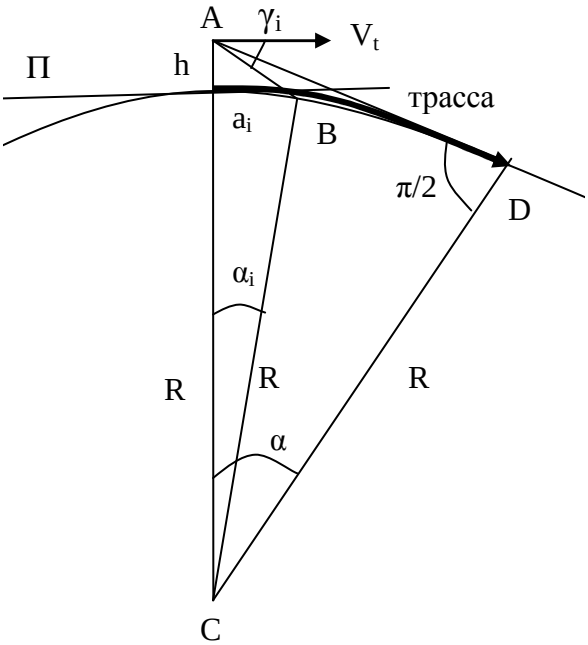

Рис. 2. Низкоорбитальный ретранслятор

Примем, что угол α разбит на *n* равных частей и угол α_i определяется как $\alpha_i = \alpha\frac{i}{n}$, *i* = 0,…,*n*. Большая полуось *i* – той гиперболы определяется при этом как $a_i = Rtg\alpha_i \approx R\alpha_i$. Из треугольника ABC находим по теореме синусов [5]:

$$\frac{\sin\beta_i}{R} = \frac{\sin(\pi - \alpha_i - \beta_i)}{R+h} = \frac{\sin(\alpha_i + \beta_i)}{R+h}.$$

Разлагая сумму синусов и осуществляя необходимые преобразования, получаем:

$$tg\beta_i = \frac{\sin\alpha_i}{1 + \frac{h}{R} - \cos\alpha}$$

или
$$tg\gamma_i = tg\left(\frac{\pi}{2} - \beta_i\right) = \frac{1 + \frac{h}{R} - \cos\alpha_i}{\sin\alpha_i}. \qquad (4)$$

С учетом (1) находим, что *i* – той гиперболе соответствует максимальный допплеровский сдвиг f_i'. Гиперболам с растущим номером соответствуют в сетке вложенные конусы с убывающим полураствором

(наклоном гиперболической асимптоты) $\frac{\pi}{2} = \psi_0 > \psi_1 > ..... > \psi_n$, т.е. с убывающим эксцентриситетом $e_i = \sqrt{1 + tg^2\psi_i} = \frac{1}{\cos\psi_i}$ [6]. При этом для i – той гиперболы имеет место ограничение $\psi' \in (0, \psi_i)$, где центр полярных координат связан с общим центром гипербол сетки, т.е. с подспутниковой точкой. Методика формирования соответствующих полярных зависимостей $\rho_i(\psi')$ рассмотрена ниже.

Пересчет допплеровского сдвига в точку в гиперболической системы координат сводится к следующему. Предположим, что определенный выше допплеровский сдвиг $f_1 \in \left(f'_{i-1}, f'_i \right)$. При этом считается, что точка принадлежит i – той параболе, а азимут ψ' выбирается из условий, включающих упомянутое выше ограничение:

$$\begin{aligned} & f_1 = f'_i \cos\psi' \\ & \psi' \in \left(0, \psi_i\right) \\ & \psi_i = \arccos\frac{f'_{i-1}}{f'_i} \end{aligned} \qquad (5)$$

Как уже говорилось, началом введенной системы гиперболических координат, а также общим центром гипербол сетки является подспутниковая точка ретранслятора. Определение ее географических координат, а также модуля и азимута путевой скорости входит в состав расчета соответствующей трассы на земной поверхности [7]. Упомянутые географические координаты определяются моментом времени t - t_Ω, пересчитанным к текущему витку орбиты, а также элементами последней [8]. К ним относятся:

– момент t_Ω предыдущего прохождения восходящего узла;

– период орбиты ретранслятора T;

– долгота Ω восходящего узла по Гринвичу в экваториальной системе координат;

– наклонение i орбиты ретранслятора к плоскости экватора;

– большая полуось a и эксцентриситет e орбиты ретранслятора;

– аргумент перицентра ω орбиты, отсчитываемый от восходящего узла.

Текущее положение на орбите определяется истинной аномалией υ, отсчитываемой от перицентра, или аргументом широты $u = \omega + \upsilon$, отсчитываемым от восходящего узла.

Орбитальные координаты определяются следующими соотношениями:

– уравнением Кеплера для эксцентрической аномалии $E - e\sin E = 2\pi\frac{t - t_\Omega}{T} = M$, где M – средняя аномалия;

- связью истинной и эксцентрической аномалий $tg\upsilon = \frac{\sin E\sqrt{1-e^2}}{cosE - e}$;

- связью истинной аномалии и аргумента широты $u = \omega + \upsilon$.

В свою очередь, географические координаты (λ, φ) подспутниковой точки связаны с определенными выше орбитальными координатами (u, i) соотношениями вида:

$$\begin{cases} tg(\lambda - \Omega) = tgu \cos i \\ \sin\varphi = \sin u \sin i \end{cases} \tag{6}$$

Нормальная и тангенциальная компоненты орбитальной скорости ретранслятора определяются соотношениями [7]:

$$\begin{cases} V_n = e \sin\upsilon \sqrt{\dfrac{\gamma M_3}{p}} \\ V_t = (1 + e\cos\upsilon)\sqrt{\dfrac{\gamma M_3}{p}} \\ p = \dfrac{a}{1 - e^2} \end{cases} \tag{7}$$

где γ – гравитационная постоянная; M_3 – масса Земли; a, p – большая полуось и фокальный параметр орбиты.

Используя (7), находим модуль v путевой скорости:

$$v = \frac{R}{R+h}\sqrt{V_r^2 + V_t^2} = \frac{R}{R+h}\sqrt{\frac{\gamma M_3}{p}\left(1 + e^2 + 2e\cos\upsilon\right)}, \tag{8}$$

где R, h – радиус Земли и высота орбиты.

Без учета вращения Земли азимут A_t путевой скорости соответствует наклонению i орбиты. С учетом указанного вращения и введенных выше обозначений он выражается соотношениями вида [7]:

$$\begin{aligned} tgA_t &= \frac{tg\varphi}{tg\left(\lambda - \Omega + \omega\left(t - t_\Omega\right)\right)} \\ \omega &= \frac{2\pi}{T_3} \end{aligned} \tag{9}$$

Рассмотрим схему определения обратной навигационной функции, т.е. пересчета положения точки в гиперболических координатах в географические. Предположим, что точка В лежит на i – той гиперболе сетки и отклоняется от оси трассы на величину ψ. В этом случае большая полуось гиперболы составляет a_i, эксцентриситет $e_i = \dfrac{1}{\cos\psi_i}$, фокальный параметр $p_i = a_i tg^2\psi_i$ и фокальное расстояние $c_i = \dfrac{a_i}{\cos\psi_i}$. Перенесем центр полярных координат из точки фокуса С гиперболы в ее центр A и свяжем с ним полярный угол ψ’ согласно рисунку 3.

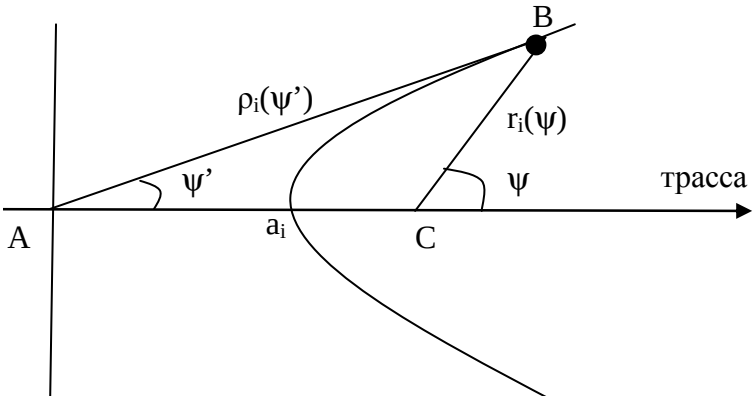

Рис. 3. Перенос центра полярных координат

При этом $r_i(\psi) = \dfrac{p_i}{1 - e_i \cos\psi}$. По теореме синусов для треугольника ABC:

$$\frac{\sin\psi'}{r_i} = \frac{\sin(\pi - \psi)}{\rho_i} = \frac{\sin(\pi - \psi - \psi')}{c_i}$$

или
$$\frac{\sin\psi'}{r_i} = \frac{\sin(\psi)}{\rho_i} = \frac{\sin(\psi + \psi')}{c_i}. \qquad (10)$$

Разлагая синус суммы и проводя необходимые преобразования, получаем:

$$tg\psi' = \frac{\sin\psi}{\dfrac{c_i}{r(\psi)} - \cos\psi}$$

или
$$\psi' = arctg\left(\frac{\sin\psi}{\dfrac{c_i}{r(\psi)} - \cos\psi}\right) \qquad (11)$$

$$\psi' \in (0, \psi_i)$$

Разрешая первую пропорцию (10) относительно ρ_i, находим $\rho_i = r_i \dfrac{\sin\psi}{\sin\psi'}$ (12). В совокупности с (11) получаем упомянутую выше полярную зависимость $\rho_i = \rho_i(\psi')$ в параметрической форме. Используя ее и учитывая, что азимут трассы равен A_t, получаем приближенно для широтного и долготного приращений в точке *B* относительно подспутниковой точки *A*:

$$\begin{cases} \Delta\lambda \approx \dfrac{\rho_i(\psi')\cos(\psi' + A_t)}{R} \\ \Delta\varphi \approx \dfrac{\rho_i(\psi')\sin(\psi' + A_t)}{R} \end{cases} \qquad (13)$$

Для высокоорбитального ретранслятора условие $h<<R$ трансформируется в $r>>R$, где r – радиус – вектор орбиты. В этом случае, как и ранее, построение гиперболических координат осуществляется в картинной плоскости, касающейся земной сферы в подспутниковой точке O, как это отображено на рисунке 4. Как и ранее, область видимости ограничивается касательной к земной сфере AD. Из прямоугольного треугольника ADC получаем, что $AD = r\sin\alpha = R\mathrm{tg}\alpha$, т.е. $\alpha = \arccos\frac{R}{r}$. Разбиваем этот угол на n равных частей по числу гипербол в сетке. Угол α_i при этом определяется соотношением $\alpha_i = \alpha\frac{i}{n}$, $i = 0,\ldots,n$.

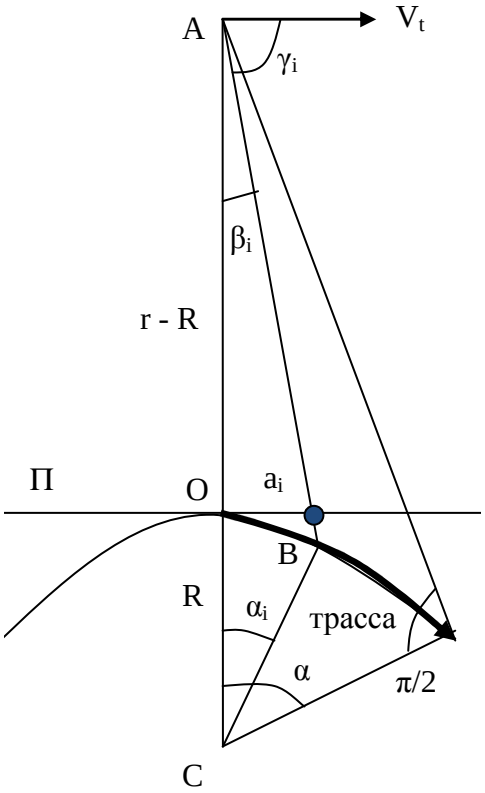

Рис. 4. Высокоорбитальный ретранслятор

Из треугольника ABC находим по теореме синусов:

$$\frac{\sin\beta_i}{R} = \frac{\sin(\pi - \alpha_i - \beta_i)}{r} = \frac{\sin(\alpha_i + \beta_i)}{r}.$$

Разлагая синус суммы и проводя необходимые преобразования, получаем:

$$tg\beta_i = \frac{\sin\alpha_i}{\frac{r}{R} - \cos\alpha_i}.$$

Отсюда находим:

$$\beta_i = arctg\frac{\sin\alpha_i}{\frac{r}{R}-\cos\alpha_i}$$

$$\gamma_i = \frac{\pi}{2}-\beta_i$$

где γ_i – отклонение луча от направления тангенциальной скорости V_t.

Вершины гипербол сетки лежат в касательной плоскости на расстояниях $a_i = (r-R)tg\beta_i$ от подспутниковой точки. Как и ранее, определяем полурастворы вложенных конусов $\psi_i = \arccos\frac{f'_{i-1}}{f'_i}$. Указанные поурастворы соответствуют эксцентриситетам $e_i = \frac{1}{\cos\psi_i}$ гипербол сетки. Малая полуось b_i, фокальный параметр p_i и фокальное расстояние c_i данных гипербол составляют при этом:

$$b_i = a_i tg\psi_i$$

$$p_i = a_i tg^2\psi_i$$

$$c_i = \frac{a_i}{\cos\psi_i}$$

а соответствующие диапазоны полярных узлов - $\psi' \in (0,\psi_i)$.

Методика пересчета полярных координат из фокусов к общему центру гипербол сетки описана выше и задается выражениями (11, 12). Полученная в результате параметрическая зависимость $\rho_i(\psi')$ задает расстояние от подспутниковой точки до точки положения на картинной плоскости. Этому расстоянию соответствуют угловое отклонение δ_i, определяемое соотношением $tg\delta_i = \frac{\rho_i(\psi')}{R}$ или $\delta_i = arctg\left(\frac{\rho_i(\psi')}{R}\right)$. Долготное приращение $\Delta\lambda$ относительно подспутниковой точки и искомую широту φ_B найдем в соответствии с [9] по ортодромической дуге δ_i, азимуту $\psi' + A_t$ и исходной широте φ_A для аппроксимирующего треугольника, включающего дуги меридиана и параллели:

$$\begin{cases} \Delta\lambda = arctg\left(\frac{\sin\delta_i\sin(\psi'+A_t)}{\cos\delta_i\cos\varphi_A-\sin\delta_i\sin\varphi_A\cos(\psi'+A_t)}\right) \\ \varphi_B = \arcsin(\sin\varphi_A\cos\delta_i+\cos\varphi_A\sin\delta_i\cos(\psi'+A_t)) \end{cases} \quad (14)$$

Расчет географических координат (λ_A, φ_A) в точке A осуществляется путем перерасчета текущих орбитальных координат методом, описанным выше. Широта точки B при этом определена в (14), а долгота составляет $\lambda_B = \lambda_A + \Delta\lambda$. Таким образом, задачу преобразования положения из

гиперболических координат в географические можно считать приближенно решенной. Тем самым решается и поставленная задача трансформации величины допплеровского сдвига в географическое положение излучателя.

В случае мобильного излучателя используем межкадровую обработку, т.е. предположим, что с использованием предложенного метода получены оценки (λ_1, φ_1) и (λ_2, φ_2) положения излучателя. На этой основе можно, в свою очередь, оценить угловое расстояние $B_1 = (\lambda_1, \varphi_1)^{\cap} (\lambda_2, \varphi_2)$ и азимут $A_1 = (\lambda_1, \varphi_1)^{\wedge} (\lambda_2, \varphi_2)$ между линией пути и параллелью. Предположим также, что соответствующие измерения доплеровского сдвига соответствуют моментам t_1, t_2. Отсюда находим для оценки модуля скорости $v_1 = R\dfrac{B_1}{t_2 - t_1}$.

На следующем этапе получаем дополнительную оценку положения излучателя (λ_3, φ_3) в момент t_3. Как и ранее, вычисляем оценки углового расстояния $B_2 = (\lambda_2, \varphi_2)^{\cap} (\lambda_3, \varphi_3)$ и азимута $A_2 = (\lambda_2, \varphi_2)^{\wedge} (\lambda_3, \varphi_3)$, и скорости $v_2 = R\dfrac{B_2}{t_3 - t_2}$ излучателя. Аналогично получаем дополнительную оценку положения (λ_4, φ_4) в момент t_4 и текущие оценки углового расстояния B_2, азимута A_2 и скорости излучателя v_2.

Продолжая этот процесс с использованием дополнительных оценок положения, последовательно получаем дальнейшие оценки модуля и азимута скорости излучателя v_i и A_i, i=1,2,… Предполагая, что на временном интервале $\Delta t \sim m\delta t$, где $\delta t \sim t_{i+1} - t_i$, азимут и модуль скорости сравнительно стабильны, получаем уточненные оценки в виде скользящих медиан [10] $v = \underset{m}{\mathrm{med}}(v_i, ..., v_{i+m})$, $A = \underset{m}{\mathrm{med}}(A_i, ..., A_{i+m})$. Эти оценки могут быть использованы для спецификации носителя мобильного излучателя.

Список литературы

1. Шебшаевич В.С. Введение в теорию космической навигации. М.: Советское радио, 1971. 296 с.
2. Колчинский В.Е., Мандуровский И.А., Константиновский М.И. Автономные допплеровские средства и системы навигации летательных аппаратов. М.: Советское радио, 1975. 432 с.
3. Ландсберг Г.С. Оптика. М.: Наука, 1976. 928 с.
4. Тузов Г.И. Выделение и обработка информации в допплеровских системах. М.: Советское радио, 1967. 256 с.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1973. 832 с.
6. Фертрегт М. Основы космонавтики. М.: Просвещение, 1969. 301 с.
7. Шалыгин А..С., Санников В.А., Петрова И.Л. Баллистика космических аппаратов. СПб.: БГТУ, 2005. 339 с.
8. Чеботарев Г.А. Аналитические и численные методы небесной механики. М.: Наука, 1965. 367 с.

9. Серапинас Б.Б. Геодезические основы карт. М.: МГУ, 2001. 132 с.
10. Моисеев А.А. Медианно-рекурсивная фильтрация // Радиопромышленность. 2018. №1. С. 103-109.

References

1. Shebshaevich V. Introduction to space navigation theory. M..: Soviet radio, 1971. 296 p.
2. Kolchinsky V., Mandurovsky I.A., Konstantinovsky M.I. Autonomous doppler's technique and navigation systems of spaceships. M.: Soviet radio, 1975. 432 p.
3. Landsberg G. Optics. M.: Science, 1976. 928 p.
4. Tuzov G. Information discrimination and processing in Doppler's systems. M.: Soviet radio, 1967. 256 p.
5. Korn G., Korn T. Handbook of Mathematics. M.: Science, 1973. 832 p.
6. Vertregt M. Fundamentals of cosmonautics. M.: Enlightenment, 1969. 301 p.
7. Shalygin A., Sannikov V.A., Petrova I.L. Spaceship's ballistics. SPb.: BSTU, 2005. 339 p.
8. Chebotarev G. Analytical and numerical methods of celestial mechanics. M.: Science, 1965., 367 p.
9. Serapinas B. Geodesic maps fundamentals. M.: MSU, 2001. 132 p.
10. Moiseev A.A. Median and recursive filtration // Radio industry. 2018. No.1. P. 103.109.

Моисеев Александр Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник	**Moiseev Aleksandr Aleksandrovich –** candidate of technical sciences, senior researcher
slow.coach@yandex.ru	

Received 02.05.2022