

ФОТОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НЕКОТОРЫХ УРАВНЕНИЙ РАДИОЛОКАЦИИ

Moiseev A.A.

Ключевые слова: фракционный анализ, критерии подобия, фотометрическая интерпретация, точечный источник, интегральная мощность, световой поток, освещенность, активная локация, пассивная локация, интегральное отношение сигнал/шум, логарифмические представления.

Аннотация. Фракционный анализ решает задачу систематизации факторов, влияние которых на исследуемый процесс либо вытекает из некоторых исходных представлений, либо постулируется априорно. Эта систематизация осуществляется путем формирования безразмерных комплексов, интерпретируемых как частные критерии подобия. Предварительный вывод локационных уравнений базируется на фотометрической интерпретации, когда локационный излучатель интерпретируется как точечный световой источник. Интегральная мощность излучения при этом интерпретируется как полный световой поток, а поверхностная плотность мощности в окрестности цели – как освещенность. В рамках данного подхода построены критериальные формы уравнений активной и пассивной локации, в том числе с использованием ретрансляторов. Наряду с этими формами получены их логарифмические представления, удобные для дальнейших алгебраических преобразований. Синтезировано также линейное соотношение связи между дифференциальными отношениями сигнал/шум. Получен также логарифмический аналог этого соотношения, удобный для пересчета отношений, выраженных в децибелах.

PHOTOMETRICAL INTERPRETATION OF SOME RADAR EQUATIONS

Moiseev A.A.

Keywords: fractional analysis, similarity criteria, photometrical interpretation, point source, integral power, light flux, irradiance, active location, passive location, logarithmical representation.

Abstract. Fractional analysis is intended for factor's systematization which influence on process implied from some introductions or postulated a priori. This systematization performed by means of dimensionless complexes creation which interpreted as particular similarity criteria. Preliminary deduction of location equations based on photometrical interpretation where radar interpreted as point light source. Integral power in this case is interpreted as full light flux, and surface density in object vicinity – as photometrical irradiance. In these frames were produced criteria equation forms for active and passive location, including the case of repeaters applications. Along with these forms were built their logarithmical representations intended for subsequent algebraic transformations. Was produced also criteria form of compatibility equation for differential and integral signal-to-noise merit and its logarithmical representation.

Понятие подобия активно используется в ситуациях недостаточной проработанности теоретических моделей исследуемых явлений в различных предметных областях. Предварительные исследования в условиях упомянутого дефицита информации проводятся в рамках фракционного анализа, включающего как составляющие теории подобия и размерности [1]. По существу, данный анализ решает задачу систематизации факторов, влияние которых на исследуемый процесс либо вытекает из некоторых исходных представлений, либо постулируется априорно. Эта систематизация

осуществляется путем формирования безразмерных комплексов, интерпретируемых как частные критерии подобия.

Среди других методов приближенного анализа особое место занимает метод, основанный на предварительной нормализации переменных моделирующего уравнения [2]. Последнее при этом приобретает критериальную форму, а коэффициенты при нормированных переменных – вид безразмерных комплексов. Сравнивая их величины, можно судить о значимости влияния тех или иных составляющих исследуемого процесса. Родственный данному метод связан с введением естественных координат процесса, использование которых позволяет существенно сократить размерность исследуемой модели [3].

Наиболее широко этот подход применяется в гидро- и термодинамике, в физической химии, а также других областях [2, 3]. Не составляет исключения и теоретическая радиолокация, хотя здесь задача ставится несколько иначе. Она состоит в придании критериального вида основным радиолокационным уравнениям, определяющим, в частности, отношение сигнал/шум на входе оконечной обработки информации. Смысл этой операции, как уже указывалось, заключается в последующей интерпретации синтезированных комплексов как критериев подобия.

Наиболее естественный вывод основного уравнения активной локации, базируется на его фотометрической интерпретации, когда интегральная мощность излучателя интерпретируется как полный световой поток, а поверхностная плотность мощности, создаваемая излучателем в окрестности объекта, интерпретируется как освещенность [4]. Интерпретируя при этом излучатель как точечный источник, мощность на входе локационного приемника можно определить соотношением:

$$S = P \frac{\sigma}{4\pi R^2} \frac{A}{4\pi R^2}, \quad (1)$$

где R – дальность до цели; A – площадь приемной антенны; σ – сечение цели.

Величина A в этом выражении может быть представлена в виде

$$A = \frac{A\lambda^2}{\lambda^2} = \frac{\lambda^2}{r_A^2}, \quad \text{где } \lambda \text{ – длина волны зондирующего излучения, } r_A = \frac{\sqrt{A}}{\lambda} \text{ –}$$

угловое разрешение антенны. Величина $G = \frac{1}{r_A^2}$ интерпретируется как

предельный коэффициент усиления антенны. Подставляя ее в (1), получаем

$$S = P \frac{G\lambda^2}{4\pi R^2} \frac{\sigma}{4\pi R^2}.$$

Мощность шума определяется соотношением Найквиста

$$N = 4kT\Delta f,$$

где k – постоянная Больцмана, T – эффективная температура антенны, Δf – частотная полоса приемника [5]. Отсюда получаем для отношения сигнал/шум:

$$\frac{S}{N} = \frac{P}{4kT\Delta f} \frac{G\lambda^2}{4\pi R^2} \frac{\sigma}{4\pi R^2}, \quad (2)$$

т.е. выражение, соответствующее приведенному в [6]. Это подтверждает корректность использования фотометрической интерпретации.

Величина $\pi_\sigma = \frac{\sqrt{\sigma}}{R}$ представляет собой угловой параллакс цели [7], а

величина $\rho = \frac{R}{\lambda}$ – характеристическую дальность [2]. Введем дополнительно

величину относительной мощности $\omega = \frac{P}{4kT\Delta f}$. Подставляя введенные переменные в (2), получаем с точностью до постоянной:

$$\frac{S}{N} \square \eta = \omega \left(\frac{\pi_\sigma}{r_A \rho} \right)^2. \quad (3)$$

Заметим, что, вводя угловой параллакс приемной антенны $\pi_A = \frac{\sqrt{A}}{R}$,

выражение (3) можно представить в виде $\eta = \omega (\pi_A \pi_\sigma)^2$. Отсюда вытекает

критериальное представление для параллакса этой антенны $\pi_A = \frac{1}{r_A \rho}$. Кроме

того, разрешая (3) относительно ρ , получаем критериальное представление для характеристической дальности активной локации:

$$\rho = \frac{\pi_\sigma}{r_A} \sqrt{\frac{\omega}{\eta}}. \quad (4)$$

Введем логарифмическое представление в децибелах для введенных комплексов: $\eta_L = 20\lg(\eta)$, $\omega_L = 20\lg(\omega)$, $\rho_L = 20\lg(\rho)$, $\pi_{\sigma L} = 20\lg(\pi_\sigma)$, $r_{AL} = 20\lg(r_A)$.

При этом (3) приобретает вид линейной комбинации, удобной для дальнейших алгебраических преобразований [3, 5]: $\eta_L = \omega_L + 2(\pi_{\sigma L} - r_{AL} - \rho_L)$.

Аналогично получаем из (4) логарифмическое представление для характеристической дальности $\rho_L = \pi_{\sigma L} - r_{AL} + \frac{\omega_L - \eta_L}{2}$.

В рамках упомянутой выше фотометрической интерпретации основное уравнение для пассивной локации имеет вид:

$$\frac{S}{N} = \frac{P}{4kT\Delta f} \frac{A}{4\pi R^2}, \quad (5)$$

где P – мощность излучения цели. Используя, как и ранее, угловое разрешение антенны r_A , характеристическую дальность ρ и относительную мощность ω , получаем из (5):

$$\frac{S}{N} \square \eta = \frac{\omega}{(r_A \rho)^2}. \quad (6)$$

Соотношение для характеристической дальности пассивной локации находим, разрешая (6) относительно ρ :

$$\rho = \frac{1}{r_A} \sqrt{\frac{\omega}{\eta}}. \quad (7)$$

Рассмотрим теперь ситуацию активной локации с использованием ретранслятора отраженного сигнала. В этом случае должны быть определены дополнительные дальности от цели до ретранслятора R_1 и от ретранслятора до приемной антенны R_2 . В рамках фотометрической интерпретации получаем

для мощности, отражаемой целью $P_1 = P \frac{\sigma}{4\pi R^2}$, для мощности на выходе

ретранслятора $P_2 = KP_1 \frac{A_t}{4\pi R_1^2}$, где A_t – площадь антенны ретранслятора, K –

коэффициент усиления ретранслятора, а для входной мощности приемника

$S = P_2 \frac{A}{4\pi R_2^2}$. Объединяя эти соотношения, получаем:

$$\frac{S}{N} = \frac{P}{4kT\Delta f} \frac{\sigma}{4\pi R^2} \frac{KG_t \lambda^2}{4\pi R_1^2} \frac{G_A \lambda^2}{4\pi R_2^2}. \quad (8)$$

где r_t – угловое разрешение ретрансляционной антенны;

$G_t = \frac{1}{r_t^2}$ – предельный коэффициент усиления ретрансляционной антенны;

$G_A = \frac{1}{r_A^2}$ – предельный коэффициент усиления приемной антенны.

Выражение (8) соответствует выражению, приведенному в [6], что является дополнительным свидетельством корректности фотометрической интерпретации. Используя наряду с введенными комплексами, величину

$\rho_1 = \frac{R_1}{\lambda}$ характеристической дальности от цели до ретранслятора, а также

величину $\rho_2 = \frac{R_2}{\lambda}$ характеристической дальности от ретранслятора до

приемника, получаем с точностью до константы:

$$\frac{S}{N} \square \eta = K\omega \left(\frac{\pi_\sigma}{r_t r_A \rho_1 \rho_2} \right)^2. \quad (9)$$

В ситуации, когда ретранслятор является первичной ступенью пассивного локатора, уравнение для мощности на выходе ретранслятора

приобретает вид $P_t = P \frac{KA_t}{4\pi R_1^2}$, где P – мощность излучения цели. Входная

мощность приемника при этом описывается соотношением $S = P_t \frac{A}{4\pi R_2^2}$.

Объединяя эти выражения и используя введенные комплексы, получаем, как и ранее, с точностью до константы:

$$\frac{S}{N} \square \eta = K \omega \left(\frac{1}{r_i r_A \rho_1 \rho_2} \right)^2. \quad (10)$$

Наряду с обычно используемым дифференциальным отношением сигнал/шум, т.е. отношением мощностей сигнала и шума, может быть определено интегральное отношение $\frac{E}{N / \Delta f}$ – отношение энергии сигнала к

спектральной плотности мощности шума [6]. Найдем соответствие между этими определениями для пачки идентичных импульсов. Предполагая, что мощность шума определяется соотношением Найквиста, получаем:

$$\frac{E}{N / \Delta f} = \frac{P \tau n}{4kT} = \frac{P}{4kT \Delta f} \tau \Delta f n, \quad (11)$$

где τ , Δf – длительность импульса и частотная полоса его модуляции; n – число импульсов в пачке.

Вводя величину базы импульса $B = \tau \Delta f$ [8], находим из (11):

$$\frac{E}{N / \Delta f} = \frac{S}{N} B n. \quad (12)$$

Используя (12), получаем для логарифмических представлений в децибелах:

$$20 \lg \left(\frac{E}{N / \Delta f} \right) = 20 \lg \left(\frac{S}{N} \right) + 20 \lg(Bn) \quad (13)$$

или:

$$\left(\frac{E}{N / \Delta f} \right)_L = \left(\frac{S}{N} \right)_L + (Bn)_L. \quad (14)$$

Как видим, соотношение соответствия между интегральным и дифференциальным отношением сигнал/шум также имеет критериальный вид. При этом величина базы пачки импульсов Bn является коэффициентом линейной связи между этими отношениями, а ее величина, выраженная в децибелах, определяет постоянную поправку при переходе от логарифмического представления для дифференциального отношения к логарифмическому представлению для интегрального.

Выводы

1. Фракционный анализ решает задачу систематизации факторов, влияние которых на исследуемый процесс либо вытекает из некоторых исходных представлений, либо постулируется априорно. Эта систематизация осуществляется путем формирования безразмерных комплексов, интерпретируемых как частные критерии подобия.

2. Предварительный вывод локационных уравнений базируется на фотометрической интерпретации, когда локационный излучатель

интерпретируется как точечный световой источник. Интегральная мощность излучения при этом интерпретируется как полный световой поток, а поверхностная плотность мощности в окрестности цели – как освещенность.

3. В рамках данного подхода построены критериальные формы уравнений активной и пассивной локации, в том числе с использованием ретрансляторов. Наряду с этими формами получены их логарифмические представления, удобные для дальнейших алгебраических преобразований.

4. Синтезировано линейное соотношение связи между дифференциальным и интегральным отношениями сигнал/шум. Получен также логарифмический аналог этого соотношения, удобный для пересчета отношений, выраженных в децибелах.

Список литературы / References

1. Kline S. Similitude and approximation theory. – NY: Springer, 1986. – 229 p.
2. Моисеев А.А. Применение теории подобия в имитационном моделировании динамических процессов // Приборы и системы. 2004. №10. С. 1-3.
2. Moiseev A.A. Similarity theory application in dynamical processes simulation // Instruments and Systems. 2004. №10. P. 1-3.
3. Моисеев А.А. Алгебраическая интерпретация π – теоремы // H&ES. 2014. №3. С. 16-21.
3. Moiseev A.A. π – theorem algebraic interpretation // H&ES. 2014. №3. P. 16-21.
4. Handbook of optical systems. Vol. I, ed. by Gross H. – Wainheim: Wiley, 2005. – 837 p.
5. Urick V., Williams K., McKinney J. Fundamentals of microwave photonics. – NY: Wiley, 2015. – 496 p.
6. Berkowitz R. Modern radar. – NY: Wiley, 1965. – 675 p.
7. Zeilik M., Gregory S. Introductory Astronomy and Astrophysics. – Boston: Cengage Learning, 1998. – 672 p.
8. Franks L. Signal theory. – NY: Prentice Hall, 1968. – 318 p.

Моисеев Александр Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, научно-производственное предприятие «Технос – РМ», г.Мытищи, Россия, slow.coach@yandex.ru

Moiseev Aleksandr Aleksandrovich – candidate of technical sciences, senior researcher, scientific and industrial entertainment “Technos – RM”, Mytischki, Russia, slow.coach@yandex.ru

Received 23.04.2020