

<https://doi.org/10.26160/2572-4347-2020-9-7-18>

ВЛИЯНИЕ ТИПОВ ЩЕБЕНОЧНОГО НАПОЛНИТЕЛЯ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НОРМАЛЬНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В КОМПОНЕНТАХ АСФАЛЬТОБЕТОНА

Бойко Л.А., Ксендзенко Л.С.

Ключевые слова: асфальтобетон, температурные напряжения, критерий прочности, статистическая краевая задача механики композитов, численный эксперимент.

Аннотация. Проблема исследования прочности дорожного покрытия в зависимости от воздействия различных факторов, в том числе температурных, является актуальной. Приведены результаты распределения нормальных температурных напряжений для компонент асфальтобетона и их применение в статистическом критерии прочности. Изучение структуры асфальтобетона проведено с позиции кусочно-однородной композитной среды. Сравняются распределения нормальных температурных напряжений для трех видов щебеночного наполнителя: гранитного щебня, щебня на основе песчаника и черного щебня. Показано, что во всех трех случаях имеет место логнормальное распределение нормальных температурных напряжений. Для нормальных температурных напряжений связующего сохраняется распределение Гаусса. Исследование базируется на теоретических методах статистической механики композитов, аналитических методах решения статистической краевой задачи механики композитов, математического моделирования, методов программирования в математическом пакете MathCad.

INFLUENCE OF TYPES OF CRUSHED STONE AGGREGATE ON THE DISTRIBUTION OF NORMAL TEMPERATURE STRESSES IN ASPHALT CONCRETE COMPONENTS

Boyko L.A., Ksendzenko L.S.

Keywords: asphalt concrete, temperature stresses, strength criterion, statistical boundary value problem of the mechanics of composites, numerical experiment.

Abstract. The problem of studying the strength of the road surface depending on the influence of various factors, including temperature, is relevant. The results of the distribution of normal temperature stresses for asphalt concrete components and their application in the statistical strength criterion are presented. The study of the structure of asphalt concrete was carried out from the position of a piecewise-homogeneous composite medium. The distributions of normal temperature stresses for three types of crushed stone aggregate are compared: granite crushed stone, crushed stone based on sandstone and black crushed stone. It is shown that in all three cases there is a lognormal distribution of normal temperature stresses. For normal binder temperature stresses, a Gaussian distribution is maintained. The study is based on the theoretical methods of the statistical mechanics of composites, analytical methods for solving the statistical boundary value problem of the mechanics of composites, mathematical modeling, and programming methods in the MathCad mathematical package.

Введение

Одним из основных факторов, влияющих на ухудшение состояния дорожных покрытий и способствующим их разрушению, является резкое изменение градиента температур, ведущее к увеличению частоты ремонтных работ и большим материальным затратам.

Конструирование и расчет дорожных одежд – той части автомобильной дороги, которая укладывается на земляное полотно (рис. 1) в пределах

проезжей части – весьма трудоемкий и ответственный процесс. Он связан с безопасностью и непрерывностью перемещения транспортных средств. В последнее время в строительстве дорог стали использовать асфальтобетонные покрытия. Основная причина разрушения асфальтобетона – появление трещин, которые появляются под воздействием природно-климатических факторов, в частности в результате изменения температуры окружающего воздуха. Поэтому задача о расчете температурных напряжений вследствие воздействия градиента температур является актуальной. Расчет распределения температурных напряжений в компонентах асфальтобетона используется при формулировке критерия прочности асфальтобетонного покрытия. Естественно, что при этом учитываются и другие факторы, влияющие на прочность асфальтобетона.

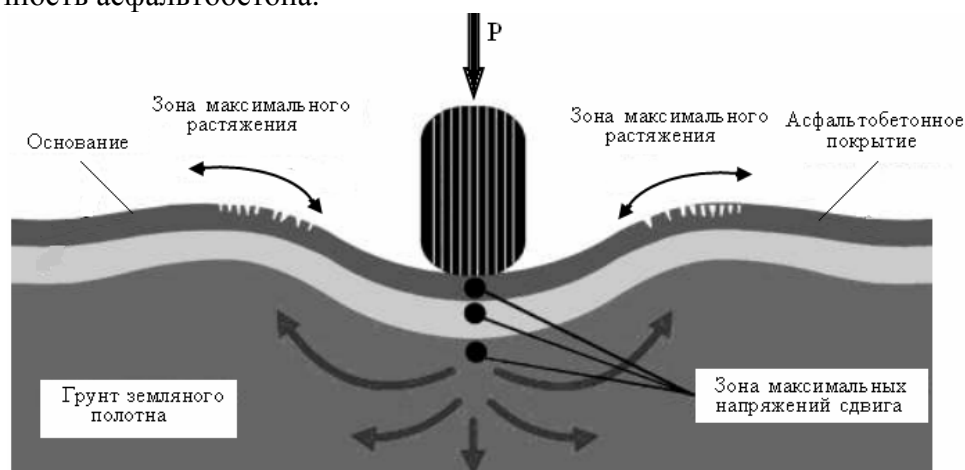


Рис. 1. Деформация нежёсткой дорожной одежды с асфальтобетонным покрытием под колесом автомобиля [6]

Следующими причинами разрушения асфальтобетона являются передозировка битума, недостаточное уплотнение и перемешивание бетонной смеси и как следствие – явление температурных трещин. С течением времени происходит «старение» асфальтобетона и наступает «выпотевание битума», т.е. испарение масел, входящих в состав битума. Интенсивность процесса испарения масел зависит от температуры их кипения, величины поверхности испарения, упругости паров, насыщающих пространство над автострадой. Происходят химические изменения компонентов битума с образованием новых высокомолекулярных органических соединений. Известно, что при тепловом воздействии, при солнечном свете и механическом воздействии активируются процессы окисления, что приводит к образованию свободных радикалов, происходит деструкция высокомолекулярных углеводородов, входящих в состав битума. Процесс старения переходит в начальную стадию разрушения, с появлением температурных трещин. Более того, принято считать, что разрушение целостности покрытия начинается уже тогда, когда происходит потеря прочности вследствие возникновения пластических деформаций за пределами упругого разрушения.

Новым и интересным подходом к изучению температурных напряжений в компонентах асфальтобетона является применение методов статистической механики композитов. Теория статистической механики композитов достаточно полно изложена в монографии профессоров Волкова С.Д., и Ставрова В.П. [4] и получила дальнейшее развитие в работах [1-3,5,7,9]. Например, в [5] реализован программный комплекс по моделированию микроструктур зернистых композиционных материалов и расчёту их напряжённо-деформированного состояния. Статистический анализ микроструктур зернистых композитов проведен на основе критерия сдвига-масштабного инварианта, который эффективнее других. Приведены данные моделирования микроструктур с большим числом зёрен и заданным значением пористости, и расчеты напряжённо-деформированного состояния зернистых композиционных материалов при одноосном деформировании. В [3] представлены постановки, методы и результаты решения стохастически и физически нелинейных краевых задач механики деформирования и разрушения структурно-неоднородных сред. Исследованы задачи устойчивости процессов деформирования в зависимости от характеристик нагружающих систем, а также приведены новые данные по прогнозированию эффективных свойств, расчету микронапряжений и микродеформаций для сред со случайной и периодической структурой. Методика получения статистических характеристик полей микроструктурных напряжений и деформаций в многокомпонентных материалах с помощью статистического подхода приведена в [9]. Геометрия случайной микроструктуры описана с использованием методологии моментных функций. На основе стохастического решения краевой задачи в виде перемещений и учета внутренней информации о морфологии посредством моментных функций различных порядков получены аналитические выражения для статистик [9]. В [8] рассматривается статистическая механика композитных материалов с точки зрения влияния распределения микроструктуры на эффективные модули упругости композитного материала. Авторы [10] предлагают вычислительный метод оценки вероятностных свойств максимальных микроскопических напряжений в однонаправленном армированном волокнами композитном материале по микроскопическим случайным изменениям расположения волокон. Показано, что некоторые микроскопические случайные геометрические изменения вызывают значительные изменения микроскопических напряжений, даже при небольшом влиянии на гомогенизированные упругие свойства материала. В качестве примера приводится анализ стохастических напряжений однонаправленной армированной волокнами композитной пластины при однонаправленной растягивающей нагрузке вдоль поперечного направления с учетом случайности в местах расположения волокон. Получена оценка вероятностных свойств таких, как математическое ожидание и коэффициент вариации максимальных микроскопических напряжений в смоле. Путем сравнения прямого моделирования по методу Монте-Карло и предложенного

авторами метода обсуждается обоснованность и эффективность авторского подхода.

Считая асфальтобетон неоднородной композитной средой со случайным расположением элементов щебеночного наполнителя, а также учитывая соотношение размеров включений и всей конструкции, можно применить теорию статистической механики композитных материалов для расчета дорожной одежды. В частности, в работе Корочкина А.В. [6] приводится общая теория расчета дорожной одежды с асфальтобетонным покрытием.

При решении задач статистической механики композитов, многие авторы, в том числе и В.П. Ставров, С.Д. Волков, Ю.В. Соколкин и др., рассматривают только зону упругого деформирования. Но в последнее время появились работы, в частности, [3], где подробно рассмотрены вопросы и неупругого деформирования, а также разрушения композитов со статистических позиций. В нашей работе рассмотрена задача термоупругого деформирования, которая решена для двухкомпонентной стохастической кусочно-неоднородной среды. Описана модель такой среды и для нее поставлена и решена статистическая краевая задача термоупругости. Статистическая краевая задача теории упругости может быть поставлена и решена и для многокомпонентных сред, как это сделано, например, в работе [9].

Отметим, что существует несколько способов решения статистических краевых задач. Так в вышеназванной монографии [4] анализируются два способа: в моментных функциях и в реализациях. Указано также, что решение в реализациях более полно учитывает структуру среды, что достигается введением индикаторной функции, с помощью которой происходит разделение компонент. Так методом реализаций решена статистическая краевая задача термоупругости в наших работах [1,2,7]. В предлагаемой работе также статистическая краевая задача решена в реализациях.

Будем считать структуру асфальтобетона двухкомпонентной: наполнитель щебеночная фракция в форме куба со стороной 3мм, который в расчетной модели заменяется шаром радиуса 3мм. В качестве связующего рассматривается один из видов промышленного битума.

Для расчета температурных напряжений примем следующие упрощения. Среда рассматривается как двухкомпонентная: первый компонент наполнитель, второй – асфальтовая смесь или жидкий битум. В рассматриваемой задаче рассматриваются три вида наполнителя (гранитный щебень, щебень на основе песчаника и черный щебень), а связующим является битум. В рабочем состоянии каждый из компонент является изотропной средой и деформируется упруго вплоть до разрушения. Предполагается, что слой асфальтобетонного дорожного покрытия в плоскости сечения, параллельной поверхности покрытия является изотропной средой. В среднем толщина асфальтобетонного слоя изменяется в пределах 7,5-10 см.

Ввиду случайного распределения включений в связующем материале применим в указанном сечении модель стохастически неоднородной среды.

Коэффициент заполнения области задаем таким образом, чтобы включения круглой формы, расположенные случайным образом, разве что касались друг друга, но не пересекались.

Модель подобной двухкомпонентной композитной среды рассматривалась ранее применительно к волокнистым однонаправленным композитам. В рассмотрение вводится коэффициент заполнения среды p , который равен процентному содержанию наполнителя. Ввиду случайного расположения включений в связующем, имеет место статистический подход к вычислению как упругих свойств в любой точке среды, так и к вычислению напряжений. Для каждого из трех видов наполнителя ставится и решается статистическая краевая задача термоупругости механики композитов [4] и получаются кривые температурных напряжений.

Постановка задачи

Задача заключается в определении решения системы уравнений

$$\nabla \cdot \bar{\sigma} = 0, \quad \bar{\varepsilon} = \text{def } \bar{\chi}, \quad \bar{\sigma} = \bar{C} \cdot (\bar{\varepsilon} - \bar{\alpha}t). \quad (1)$$

При заданных на границе S области V условиях:

$$\bar{\chi}(\bar{x})|_S = \bar{\chi}_S(\bar{x}). \quad (2)$$

Уравнения (1) представляют собой уравнения равновесия, рассматриваемые далее без объемных сил; геометрические соотношения теории деформаций и физические уравнения термоупругости. В совокупности они образуют основную систему уравнений статистической краевой задачи термоупругости. Здесь $\bar{\sigma}$, $\bar{\varepsilon}$ – случайные тензоры напряжений и деформаций, $\bar{\chi}$ – случайный вектор перемещений, \bar{C} – среднее значение модулей упругости; ∇ – дифференциальный оператор Гамильтона, $\bar{\alpha}$ – тензор коэффициентов теплового линейного расширения материала; t – детерминированная разность температур напряженного состояния и эксплуатации, def – оператор деформации, где $\text{def} = \frac{1}{2}[\nabla + \nabla^*]$, символ * означает транспонирование.

Решение задачи (1) проводится по координатам для некоторой реализации модельного поля [4]. Закон распределения строится при наличии некоторой совокупности реализаций случайных величин.

Предполагается, что оба компонента наполнитель и связующее являются изотропными, деформируются упруго и их модули упругости являются детерминированными величинами. Имея модельное поле структуры асфальтобетона с заданным процентным содержанием щебня и, учитывая случайность расположения элементов структуры в среде, можно провести интегрирование системы интегро-дифференциальных уравнений.

Решение задачи (1), (2) осуществляется методом функций Грина. Для среды, изотропной в плоскости сечения, как сказано выше, тензор Грина известен и записывается в виде [4]:

$$G_{ij}(\bar{x}, \bar{x}') = \begin{pmatrix} M \ln r + N \frac{(x_1 - x_1')^2}{r^2} & N \frac{(x_1 - x_1')(x_2 - x_2')}{r^2} & 0 \\ N \frac{(x_1 - x_1')(x_2 - x_2')}{r^2} & M \ln r + N \frac{(x_2 - x_2')^2}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & Q \ln r \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\text{где } M = -\frac{l+3m}{4\pi m(l+2m)}, \quad N = -\frac{l+m}{4\pi m(l+2m)}, \quad Q = -\frac{1}{2\pi m}.$$

Здесь l, m – средние значения постоянных Ламе. Матрица (3) симметрична относительно главной диагонали, $r = |\bar{x} - \bar{x}'|$, где \bar{x}, \bar{x}' – радиус-векторы двух точек рассматриваемой среды. Решение задачи (1), (2) относительно флуктуации деформаций $\bar{\varepsilon}_0$ можно выбрать в тензорной форме в виде системы интегро-дифференциальных уравнений:

$$\bar{\varepsilon}^0(\bar{x}) = \text{def} \int_V G(\bar{x}, \bar{x}') \cdot (\nabla \cdot \Pi)' dV'. \quad (4)$$

Здесь $\bar{\varepsilon}^0 = \bar{\varepsilon} - \bar{e}$, где $\bar{e} = \langle \bar{\varepsilon} \rangle$ – среднее значение тензора деформаций, $\langle \dots \rangle$ означает осреднение случайной величины; $\Pi = \Pi^* + \bar{C}^0 \cdot \bar{\varepsilon}^0$, $\bar{C}^0 = \bar{C} - \langle \bar{\varepsilon} \rangle$, $\Pi^* = \bar{C} \cdot (\bar{e} - \bar{\alpha}t)$ – свертка тензоров; V – область, заполненная материалом композита. Решая систему (4) методом последовательных приближений, в первом приближении получим:

$$\bar{\varepsilon}_1^0(\bar{x}) = \text{def} \int_V \bar{G}(\bar{x}, \bar{x}') \cdot (\nabla \cdot \Pi^*)' dV', \quad (5)$$

где тензор $\bar{\varepsilon}_1^0(\bar{x})$ – флуктуация первого приближения тензора деформации; $\Pi^* = R \cdot \lambda^0$, $R = \bar{C}^* \cdot \alpha - 3n^*(\delta_{ij})$, $\bar{C}^* = \bar{C}^{(1)} - \bar{C}^{(2)}$,

$$n^* = K^{(1)}\alpha^{(1)} - K^{(2)}\alpha^{(2)}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} - \text{символ Кронекера; } \bar{C}^{(1)}, \bar{C}^{(2)} - \text{средние}$$

значения модулей упругости в компонентах; $K^{(1)}, K^{(2)}, \alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}$ – модули объемной деформации и коэффициенты линейного расширения компонентов; $\lambda^0 = \lambda - P$, где λ – единичная индикаторная функция случайного поля структуры, $P = \langle \lambda \rangle$.

Интегрирование в (5) распространяется на макроскопическую окрестность точки $M(\bar{x})$. Имея реализацию случайного поля структуры $\lambda_k(\bar{x})$ физических свойств компонентов $\bar{C}(\bar{x})$ и $\bar{\alpha}(\bar{x})$, можно получить реализацию случайного поля флуктуаций деформаций $\bar{\varepsilon}_1^0(\bar{x})$. Расчет при этом проводится по всему полю структуры. Запишем окончательные формулы для

вычисления начальных нормальных напряжений в компонентах асфальтобетона:

$$P_{11}^{(s)} = \left\{ 2(l^{(s)} + m^{(s)})a_{11}^0 + m^{(s)}a_{33}^0 + \left[(l^{(s)} + 2m^{(s)})I_{11\alpha\alpha} + 3m^{(s)}I_{22\alpha\alpha} \right] \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[2(l^* + m^*)a_{11}^0 + m^*a_{33}^0 \right] - 3k^{(s)}a^{(s)} \right\} \cdot t, \quad (6)$$

где $P_{11}^{(s)}$ – значения нормальных температурных напряжений в компонентах асфальтобетона; индекс s принимает значения 1 и 2. Цифра 1 указывает на принадлежность рассматриваемой точки первому компоненту – будем считать его щебнем. Цифра 2 означает принадлежность точки второму компоненту – битуму; l, m – постоянные Ламе с соответствующими индексами, a_{ij}^0 – макроскопические коэффициенты линейного расширения; l^*, m^* – приведенные постоянные Ламе, которые вычисляются по формулам: $l^* = pl^{(1)} + (l-p)l^{(2)}$, $m^* = pm^{(1)} + (l-p)m^{(2)}$, где p – процентное содержание наполнителя в композите; t – детерминированная разность температур ненапряженного состояния и эксплуатации. Свертки тензоров $I_{11\alpha\alpha}$, $I_{22\alpha\alpha}$ для среды с круговой формой включений вычислены в [4].

Величины $I_{ii\alpha\alpha}$, ($i=1,2$) представляют собой значения интегралов по контурам включений – в данном случае окружностей, E, n – модули упругости и коэффициенты Пуассона соответственно для включения и связующего.

Приведем понятие статистического критерия прочности. Пусть закон распределения случайных напряжений ξ_k известен, где k – номер компоненты. Этот закон получен в результате решения статистической краевой задачи теории упругости. Условие разрушения элемента структуры асфальтобетона в данной точке определяется выходом данной точки в пространстве напряжений за пределы области прочного состояния

Тогда вероятность

$$Q_k = 1 - \int_{W_*} f_{\xi_k}^e(X, R) dX \quad (7)$$

служит мерой повреждения k -го компонента. Здесь W_* – область прочного состояния, $f_{\xi_k}^e(X, R)$ – плотность распределения напряжений ξ_k , R – совокупность параметров распределения. Условие $Q_k > Q_k^*$ может быть принято в качестве условия макроскопического разрушения. Физический смысл Q_k состоит в том, что это объемная доля разрушенных элементов структуры k -го компонента. Если она достигает какого-то критического значения Q_k^* , то наступает разрушение всей среды асфальтобетона.

Практическое применение того или иного критерия прочности ограничено конкретными условиями эксплуатации.

Результаты и выводы

Расчет значений температурных напряжений проведен при следующих значениях параметров наполнителя: для гранита значение модуля Юнга $E^{(1)} = 60 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$, коэффициента линейного расширения $a^{(1)} = 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$; , коэффициента Пуассона $n^{(1)} = 0,3$; для песчаника $E^{(1)} = 11 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$, $a^{(1)} = 11,8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$; $n^{(1)} = 0,3$; для черного щебня $E^{(1)} = 0,5 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$, $a^{(1)} = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, $n^{(1)} = 0,22$.

Битумное связующее во всех трех случаях сохраняет свои свойства: $E^{(2)} = 0,11 \cdot 10^9 \text{ н/м}^2$, $a^{(2)} = 30 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, $n^{(2)} = 0,25$.

Коэффициент заполнения среды $p = 0,6$; температура композита $t = 20^\circ\text{C}$. Заметим, что приведенные коэффициенты a_{11}^0 , a_{33}^0 , l^* , m^* , а также свертки тензоров I_{ijmn} , зависят как от свойств наполнителя, так и от свойств связующего.

Расчеты выполнены с использованием математического пакета MathCad. Кривые распределения нормальных начальных температурных напряжений для всех трех видов наполнителя и связующего битума представлены на рис. 2-4. Вид гистограмм относительных частот (рис. 2а-4а) позволяет выдвинуть гипотезу о том, что изучаемая непрерывная случайная величина – напряжение в наполнителе, подчиняется логнормальному закону. Для связующего распределения нормальных начальных температурных напряжений подчиняется нормальному закону (рис. 2b-4 b).

Для температурных напряжений в наполнителях всех трех видов может быть принят логнормальный закон, а в связующем – нормальный. Справедливость выдвинутых гипотез проверена с помощью критерия согласия χ^2 с уровнем значимости $\alpha = 0,05$.

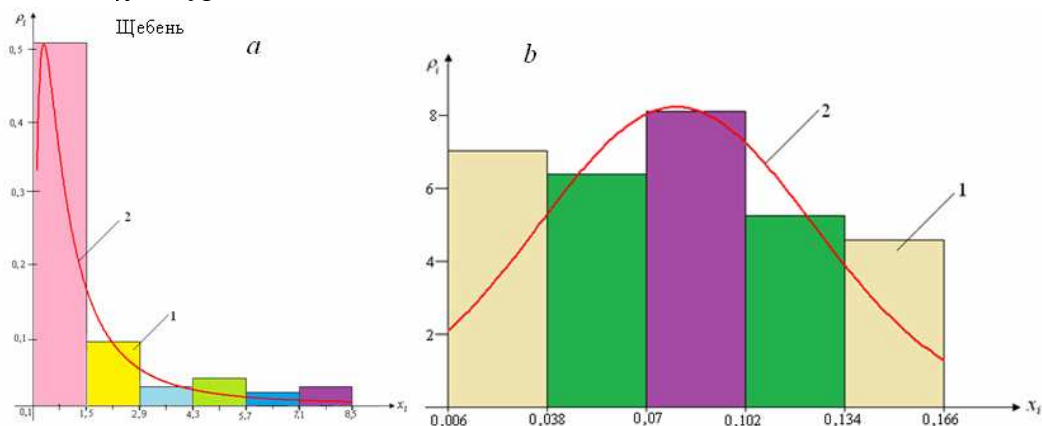


Рис. 2. а – 1 – Гистограмма относительных частот для напряжений в щебне, взятых по модулю в МПа и 2 – график плотности логнормального распределения напряжений в щебне [3]; б – 1 – гистограмма относительных частот для напряжений в битуме (наполнитель щебень), взятых по модулю в МПа и 2 – график плотности нормального распределения напряжений в битуме

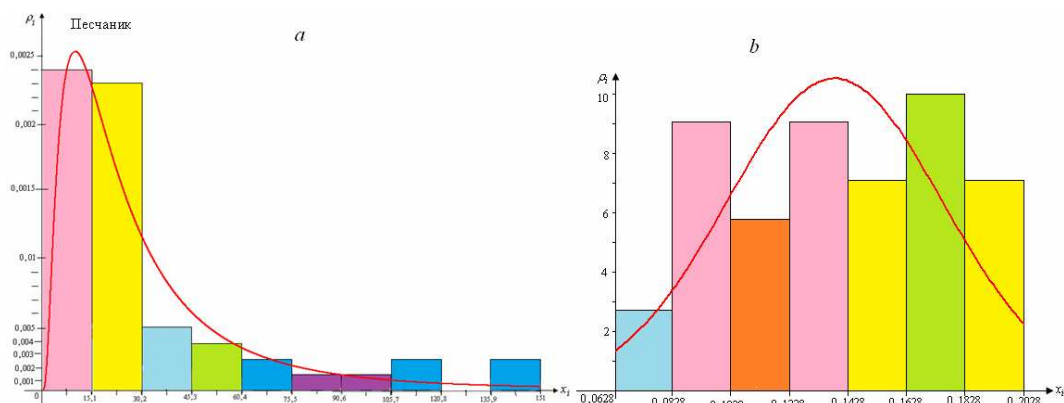


Рис. 3. *a* – Гистограмма относительных частот для напряжений в песчанике, взятых по модулю в МПа и график плотности логнормального распределения напряжений в песчанике; *b* – гистограмма относительных частот для напряжений в битуме (наполнитель песчаник), взятых по модулю в МПа и график плотности нормального распределения напряжений в битуме

Можно заметить, что с увеличением величины модуля Юнга наполнителя значительно возрастают средние температурные напряжения, как в наполнителе, так и в связующем.

Полученные результаты согласуются с выводами, полученными в [4] о распределении температурных напряжений в компонентах неоднородных сред с включениями круглой формы.

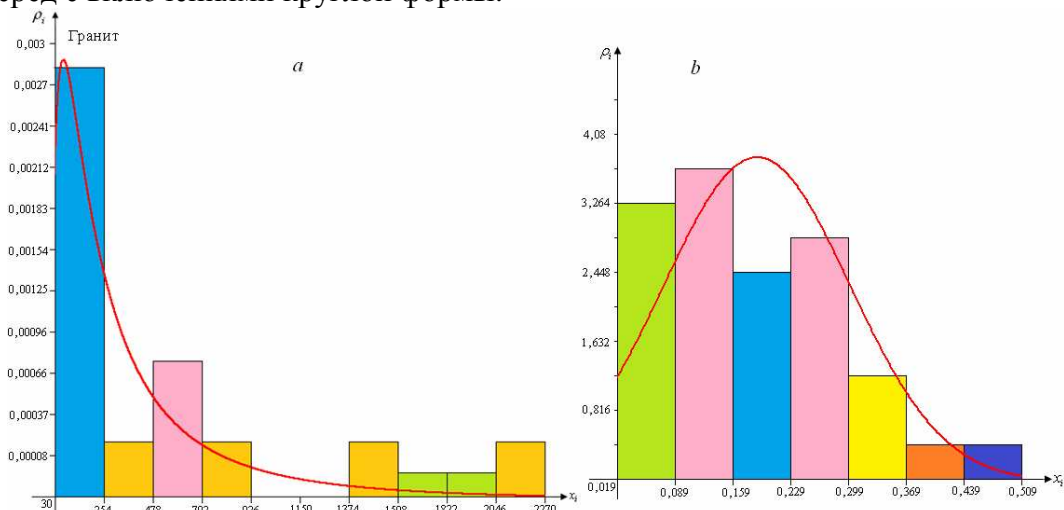


Рис. 4. *a* – Гистограмма относительных частот для напряжений в граните, взятых по модулю в МПа и график плотности логнормального распределения напряжений в граните; *b* – гистограмма относительных частот для напряжений в битуме (наполнитель гранит), взятых по модулю в МПа и график плотности нормального распределения напряжений в битуме

Определение закона распределения случайных напряжений в компонентах материала не является конечной целью статистической

механики композитных материалов. Целью является вычисление по найденному закону распределения напряжений статистического критерия прочности [4]. В настоящей работе, идеи и методы, изложенные в [4] прилагаются к исследованию температурных напряжений в асфальтобетоне. Речь идет о прогнозировании прочности композитных материалов по заданным свойствам компонентов. Многочисленные эксперименты с асфальтобетоном [4] показывают, что полному разрушению материала предшествует процесс микроповреждения (т.е. разрушение отдельных элементов структуры).

Изучение процесса важно не только для анализа условий образования последующего полного разрушения, но и для исследования поведения асфальтобетона под температурной нагрузкой. Показано, что прочностные свойства асфальтобетона зависят от действия температур, в результате чего изменяется поведение материала – оно становится неупругим и даже анизотропным, что значительно снижает эксплуатационные качества асфальтобетона. Поэтому знание количественной меры микроповреждений позволяет прогнозировать свойства материала в условиях длительной эксплуатации.

На основании изложенных выше модельных и аналитических исследований можно сделать следующие **выводы**.

1. Асфальтобетонное дорожное покрытие представляет собой структурно-неоднородную непрерывную среду, удовлетворяющую требованиям статистической модели материала, для которой можно поставить и решить статистическую краевую задачу термоупругости механики композитов.

2. В результате решения статистической краевой задачи термоупругости получены кривые распределения нормальных температурных напряжений в компонентах асфальтобетона. Показано, что в щебеночном наполнителе нормальные температурные напряжения распределены по логарифмически нормальному закону, в битумном связующем – по нормальному закону.

Список литературы

1. Бойко Л.А., Ксендзенко Л.С., Василенко Н.Ю., Баева Т.А. Зависимость температурных напряжений в компонентах стекловолокнистого композита от процентного содержания стеклянных волокон в материале // Вестник Инженерной школы ДВФУ. 2013. №4(17). С. 76-81. <https://www.dvfu.ru/vestnikis/archive-editions/4-17/11/>
2. Бойко Л.А., Ксендзенко Л.С. Расчет нормальных температурных напряжений в компонентах асфальтобетона методами статистической механики композитов // Вестник Инженерной школы ДВФУ. 2020 (в печати).
3. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов. – М.: Наука. Физматлит, 1997. – 288 с.

4. Волков С.Д., Ставров В.П. Статистическая механика композитных материалов. – Минск: Изд-во БГУ им. Ленина, 1978. – 206 с.
5. Ильиных А.В., Радионова Н.В., Вильдеман В.Э. Компьютерный синтез и статистический анализ распределения структурных характеристик зернистых композиционных материалов // Механика композиционных материалов. 2010. Т.16. №2. С.251-264.
6. Корочкин А.В. Теория расчета жесткой дорожной одежды с асфальтобетонным покрытием. – М.: МАДИ, 2017. – 148 с.
7. Лаврушина Е.Г., Бойко А.А. Распределение температурных напряжений в дорожных покрытиях // Строительные материалы. 2009. №11. С. 74-75.
8. Lin S., Garmestani H. Statistical continuum mechanics analysis of an elastic two-isotropic-phase composite material // ELSEVIER. Composites: Part B31 (2000) 39–46. www.elsevier.com/locate/compositesb
9. Ташкинов М.А. Моделирование упругого поведения многокомпонентных композиционных материалов с использованием приближенных решений стохастических краевых задач // Вестник ПНИПУ. Механика. 2015. №3. С. 165-181. DOI: 10.15593/perm. Mech /2015.3.12
10. Sei-ichiro Sakata, Takuro Sakamoto. A Local Sensitivity-Based Multiscale Stochastic Stress Analysis of a Unidirectional Fiber-Reinforced Composite Material Considering Random Location Variation of Multifibers // ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems Part B: Mechanical Engineering, 5(3), 030902-1 - 030902-12, Sep. 2019, Refereed.

References

1. Boyko L.A., Ksendzenko L.S., Vasilenko N.Yu., Baeva T.A. Dependence of temperature stresses in the components of the fiberglass composite on the percentage of glass fibers in the material // FEFU: school of engineering bulletin. 2013. N 4 (17). P. 76-81. <https://www.dvfu.ru/vestnikis/archive-editions/4-17/11/>
2. Boyko L.A., Ksendzenko L.S. Calculation of normal temperature stresses in components of asphalt concrete by methods of statistical mechanics of composites // FEFU: school of engineering bulletin. 2020 (article is in print).
3. Vil'deman V.E., Sokolkin Yu.V., Tashkinov A.A. Mechanics of nonlinear deformation and failure of composite materials. Moscow: Nauka, 1997. 288 p.
4. Volkov S.D., Stavrov V.P. Statistical mechanics of composite materials. Minsk. Publishing House of BSU. Lenin. 1978. 206 p.
5. Плыныкх А.В., Радионова Н.В., Вильдеман В.Э. Компьютерный синтез и статистический анализ распределения структурных характеристик зернистых композиционных материалов // Механика композиционных материалов. 2010.Т.16. №. 2. С.251-264.
6. Korochkin A.V. The theory of calculating tough pavement with asphalt concrete pavement. Moscow. MADI 2017.148 s.
7. Lavrushina E.G., Boyko A.A. Distribution of temperature stresses in pavements //Stroitel'nye Materialy. 2009. №11. Pp. 74-75.

8. Lin S., Garmestani H. Statistical continuum mechanics analysis of an elastic two-isotropic-phase composite material // ELSEVIER. Composites: Part B31 (2000) 39–46. www.elsevier.com/locate/compositesb
9. Tashkinov M.A. Modeling of elastic behavior of multicomponent composite materials basing on the approximate solution of stochastic boundary value problems. PNRPU Mechanics Bulletin. 2015. No. 3. Pp. 165-181. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.3.12
10. Sei-ichiro Sakata, Takuro Sakamoto. A Local Sensitivity-Based Multiscale Stochastic Stress Analysis of a Unidirectional Fiber-Reinforced Composite Material Considering Random Location Variation of Multifibers // ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems Part B: Mechanical Engineering, 5(3), 030902-1 - 030902-12, Sep. 2019, Refereed

<p>Бойко Людмила Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры механики и математического моделирования, boyko.la@dvfu.ru</p>	<p>Boyko Ludmila Aleksandrovna – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, Department of mechanics and mathematical modeling, boyko.la@dvfu.ru</p>
<p>Ксендзенко Людмила Степановна – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры алгебры, геометрии и анализа, ksendzenko@mail.ru</p>	<p>Ksendzenko Lyudmila Stepanovna – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, Department of algebra, geometry and analysis, ksendzenko@mail.ru</p>
<p>Дальневосточный федеральный университет, г.Владивосток, Россия</p>	<p>Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia</p>

Received 07.03.2020