УДК 539.3 https://doi.org/10.26160/2542-0127-2026-18-169-171

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОСТЕПЕННО СООРУЖАЕМОМ ТОЛСТОСТЕННОМ ТЯЖЕЛОМ СВОДЕ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ МЕТОДАМИ МЕХАНИКИ РАСТУЩИХ ТЕЛ

Паршин Д.А.
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Ключевые слова: растущее тело, послойное сооружение, цилиндрический свод, гравитационные силы, неклассическая эволюционная задача механики, метод конечных элементов.

Аннотация. Сформулирована эволюционная задача механики растущих деформируемых твердых тел для послойно сооружаемого тяжелого цилиндрического толстостенного свода. Разработан алгоритм численного решения этой задачи с привлечением метода конечных элементов. Осуществлена программная реализация разработанного алгоритма и выполнено ее тестирование с помощью известных аналитических решений для растущих сводов. Проведены вычислительные эксперименты для рассматриваемой сооружаемой конструкции при различных переменных профилях ее стенки. Исследовано влияние профиля стенки на уровни предсказываемых напряжений. Проведены традиционные расчеты аналогичных конструкций без учета процесса их сооружения для сопоставления с прогнозируемым состоянием постепенно сооружаемых конструкций, сделаны практически значимые выводы.

COMPUTATION OF STRESSES IN A GRADUALLY CONSTRUCTED THICK-WALLED HEAVY VAULT OF VARIABLE THICKNESS USING METHODS OF MECHANICS OF GROWING SOLIDS

Parshin D.A.
Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow

Keywords: growing solid, layer-by-layer construction, cylindrical vault, gravitational forces, non-classical evolutionary problem in mechanics, finite element method.

Abstract. The evolutionary problem of the mechanics of growing deformable solids is formulated for a heavy cylindrical thick-walled vault constructed layer by layer. An algorithm for the numerical solution of this problem is developed using the finite element method. The developed algorithm is implemented in software, and its functionality is tested using known analytical solutions for growing vaults. Computational experiments are carried out for the constructed structure under consideration, with various variable profiles of its wall. The influence of the wall profile on the levels of predicted stresses is investigated. Traditional calculations of similar structures were carried out without taking into account the construction process, in order to compare them with the predicted state of structures constructed gradually; practically significant conclusions were drawn.

Работа посвящена исследованию с позиций механики деформируемого твердого тела (МДТТ) процесса постепенного сооружения конструкции в форме цилиндрического свода с переменной толщиной стенки. Актуальность подобных исследований как для инженерных приложений, так и с точки зрения фундаментальных вопросов механики, обусловлена тем, что для напряженно-деформированного состояния (НДС) любой постепенно сооружаемой крупной конструкции решающее значение имеет ее деформирование под действием гравитационных сил. Пренебрегать учетом влияния этих сил на конструкцию во

время процесса ее сооружения некорректно, так как добавление к конструкции новых тяжелых элементов приводит не только к увеличению ее общего веса, но и к изменению напряжений во всей конструкции из-за ее догружения весом этих элементов. Характер развития НДС всей конструкции определяется при этом очередностью добавления новых элементов.

Между тем, учету влияния процесса сооружения на итоговое НДС крупных конструкций уделяется недостаточно внимания в существующих методиках их расчетов. Такой учет может быть корректно произведен в рамках матмоделей механики растущих тел (с рядом основополагающих работ в этом направлении МДТТ можно ознакомиться, например, по библиографии к [1]).

В настоящей работе осуществлено матмоделирование процесса развития упругого НДС описанной конструкции вследствие действия гравитационных сил непосредственно во время ее сооружения методом послойного добавления нового материала к наружной поверхности. Принципиальным в предлагаемой модели является отсутствие предположения о малости толщины стенки свода и произвольность ее задаваемого профиля – изменения толщины стенки по окружной координате. В качестве основного аппарата для постановки и решения соответствующей неклассической задачи МДТТ используются современные методы механики растущих тел. Дается математическая постановка эволюционной задачи, описывающей процесс развития НДС конструкции во время ее сооружения. Разрабатывается алгоритм численного решения поставленной задачи в растущей со временем области пространства с применением надлежащей модификации метода конечных элементов. Созданы вычислительные программы, реализующие этот алгоритм. Их тестирование выполнено на основе построенных ранее [2, 3] аналитических решений неклассических задач механики для цилиндрических сводов с постоянной толщиной стенки, сооружаемых по аналогичной технологической схеме. С помощью созданных программ проведены численные расчеты для сводов с переменной толщиной стенки различных окружных профилей, ограниченной эллиптическими цилиндрическими поверхностями. Дан анализ напряженного состояния исследуемой постепенно сооружаемой тяжелой конструкции.

Дополнительно рассчитаны классические распределения напряжений в сводах с аналогичными геометрией и механическими свойствами, загруженных собственным весом уже в полностью готовом виде, – распределения, не учитывающие влияние процесса сооружения. Эти распределения сопоставлены с полученными распределениями для послойно сооруженных сводов. Пример такого сопоставления можно увидеть на рисунке 1, показывающем изменение наибольшего значения $T^{\max}$ интенсивности касательных напряжений в своде, отнесенной к произведению его полуширины и удельного веса, в зависимости от коэффициента K пологости свода (отношения высоты к полуширине) – для сводов, сооруженных вне действия и при действии гравитационных сил.

Полученные в работе результаты демонстрируют принципиальную недопустимость расчета постепенно сооружаемых тяжелых конструкций только на основании информации об их итоговой форме – без учета очередности добавления материала в процессе достижения этой формы. Данный вывод обосновывается тем, что, как хорошо видно из рисунка 1, такие расчеты могут весьма сильно занижать

предсказываемый уровень действующих в конструкции напряжений. Кроме того, проведенные вычисления явно демонстрируют, что такой расчет может давать совершенно иные места локализации высоких напряжений в конструкции, чем расчет с учетом процесса сооружения.

Из представленных на рисунке 1 графиков также следует, что существует оптимальное значение коэффициента пологости постепенно сооруженного свода, при котором касательные напряжения, действующие в нем, будут наименьшими. Этот результат, как видно по поведению штриховой кривой на рисунке 1, также не может быть предсказан расчетом свода по его итоговой форме.

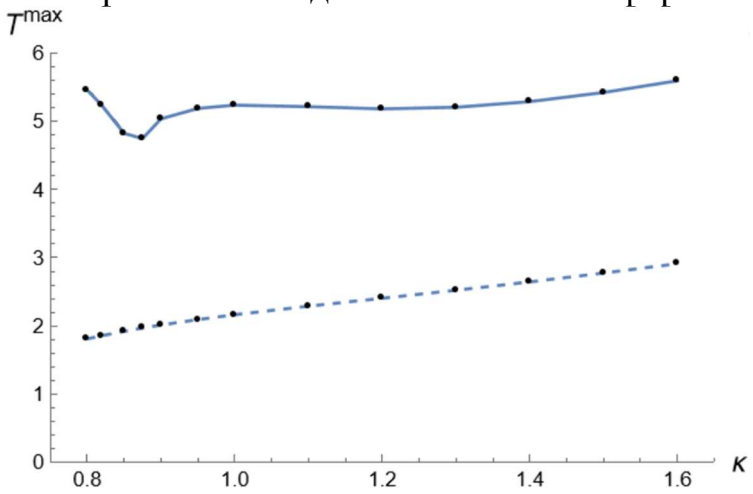


Рис. 1. Зависимость максимального значения интенсивности касательных напряжений в своде от коэффициента его пологости с учетом (*сплошная линия*) и без учета (*штриховая линия*) процесса его сооружения (на линиях отмечены расчетные точки)

Финансирование. Работа выполнена по теме государственного задания (номер госрегистрации 124012500437-9).

Список литературы

1. Manzhirov A.V. Advances in the theory of surface growth with applications to additive manufacturing technologies // Procedia Engineering. 2017, vol. 173, pp. 11-16. doi.org/10.1016/j.proeng.2016.12.008.
2. Manzhirov A.V., Parshin D.A. Arch structure erection by an additive manufacturing technology under the action of the gravity force // Mechanics of Solids. 2015, vol. 50, no. 5, pp. 559-570. doi.org/10.3103/S0025654415050076.
3. Parshin D.A. Problems on controlling the stress state of large-sized structures being consecutively constructed of materials with rheological properties // Procedia Structural Integrity. 2023, vol. 50, pp. 320-326. doi.org/10.1016/j.prostr.2023.10.057.

Сведения об авторе:

Паршин Дмитрий Александрович – к.ф.-м.н., старший научный сотрудник лаборатории моделирования в механике деформируемого твердого тела.