УДК 621.822 https://doi.org/10.26160/2542-0127-2026-18-119-125

РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ РАДИАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОЙ КОНСТРУКЦИИ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ ФАКТОРОВ И ПРИТОКА ТЕПЛА

Ростовцева Д.А., Мукутадзе М.А.
Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону

Ключевые слова: радиальный подшипник скольжения, модифицированная конструкция, нелинейные факторы, полимерное покрытие, приток тепла.
Аннотация. Статья посвящена рассмотрению процессов, протекающих в радиальном подшипнике скольжения. Установлено, что одновременный учет нелинейных факторов и притока тепла приводит к более точному определению рабочих характеристик подшипника и увеличению износостойкости путем снижения коэффициента трения. При разработке расчетной модели использовались нелинейные уравнения движения смазочной среды, учитывающие влияние температуры. В ходе работы проведен анализ распределения давления в рабочем зазоре.

A COMPUTATIONAL MODEL OF A RADIAL PLAIN BEARING OF A MODIFIED DESIGN, TAKING INTO ACCOUNT NONLINEAR FACTORS AND HEAT INFLOW

Rostovtseva D.A., Mukutadze M.A.
Rostov State Transport University, Rostov-on-Don

Keywords: radial plain bearing, modified design, non-linear factors, polymer coating, heat generation.
Abstract. The article is devoted to the consideration of the processes occurring in a radial sliding bearing. It has been established that taking into account nonlinear factors and heat input simultaneously leads to a more accurate determination of the bearing's operating characteristics and an increase in wear resistance by reducing the friction coefficient. When developing the computational model, nonlinear equations of lubricant fluid motion were used, taking into account the influence of temperature. During the work, an analysis of the pressure distribution in the working clearance was carried out.

Введение. При составлении расчетных моделей подшипников свойства смазочных материалов учитываются как постоянные, либо описываются с учетом влияния одного определяющего параметра. Однако такой подход не допустим в случаях, когда рассматривается работа системы при высоких скоростях и больших нагрузках. Поскольку игнорирование ряда параметров приводит к снижению точности модели и ошибочному определению физических процессов, протекающих в рабочем зазоре [1-5]. Температура и давление оказывают прямое воздействие на вязкость и плотность смазочного материала. В результате этого меняется распределение давления в смазочном слое, скорость расхода смазки и износостойкость трибоузла.

Связь между параметрами нагрузки и рабочими характеристиками подшипника имеет нелинейный характер. При разработке расчетной модели важно учитывать изменение вязкости смазочного материала при одновременном увеличении давления и температуры. При значительном повышении температуры в ходе работы трибоузла происходит изменение поведения смазочной среды.

Такие изменения невозможно описать, используя стандартную модель ньютоновской жидкости [6, 7].

Снижение вязкости, происходящее при повышении температуры, не только уменьшает сопротивление движению в смазочном слое, но и приводит к истончению смазочного слоя. В результате может возникнуть прямой контакт поверхностей трения.

В статье предлагается расчетная модель, одновременно учитывающая влияние нелинейных факторов и притока тепла на рабочие характеристики подшипника.

Постановка задачи. Рассматривается радиальный подшипник скольжения модифицированной конструкции. При оценке износостойкости учитывается, что втулка подшипника неподвижна, а вал вращается со скоростью Ω.

Исходя из расчетной схемы (рис. 1) уравнения контуров вала с полимерным покрытием C_1, вала без покрытия (с канавкой) C_0, подшипниковой втулки C_2 запишутся в виде:

$$r' = r_0(1+H); \quad r' = r_1; \quad r' = r_1 - \tilde{h}, \tag{1}$$

где r_0 – радиус вала; r_1 – радиус подшипниковой втулки; $\tilde{h}$ – высота канавки; H – толщина смазочного слоя.

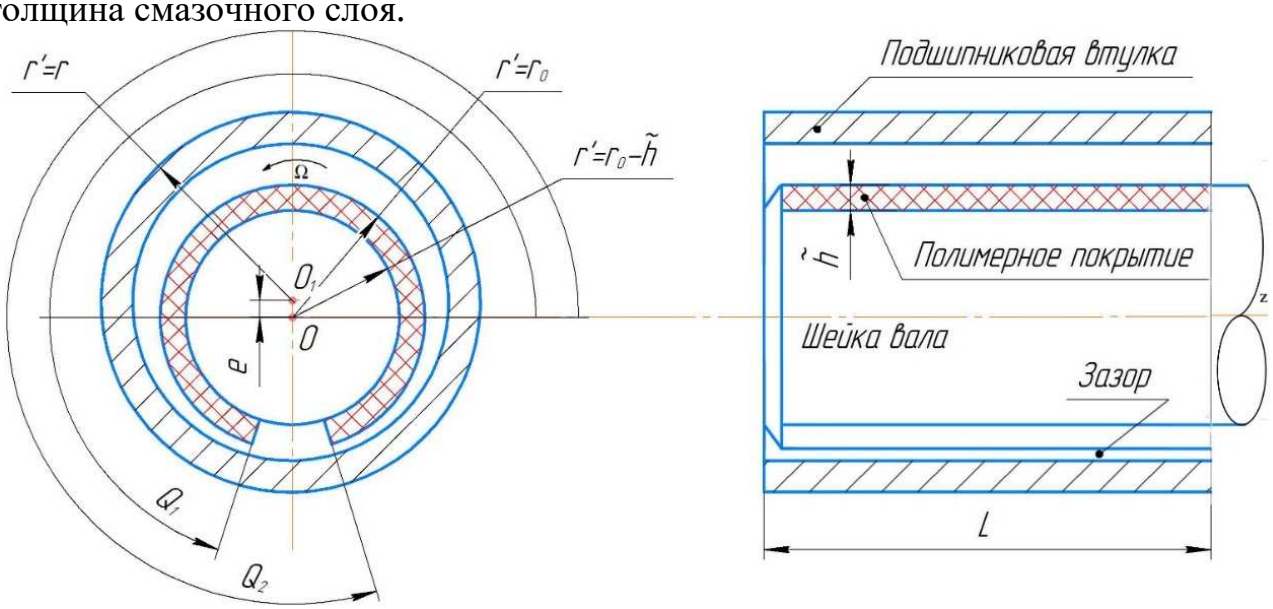


Рис. 1. Расчетная схема трибоконтакта

Зависимость вязкости микрополярного смазочного материала от температуры учитывается в виде:

$$\mu' = \mu_0 e^{-\beta'(T'-T_{cp})}, \ \kappa' = \kappa_0 e^{-\beta'(T'-T_{cp})}, \ \gamma' = \gamma_0 e^{-\beta'(T'-T_{cp})}, \tag{2}$$

где μ' – коэффициент динамической вязкости смазочного материала; μ_0 – характерная вязкость; e – эксцентриситет; β' – постоянная экспериментальная величина; T' – температура; T_{cp} – температура смазочной среды; κ', γ' – коэффициенты вязкости микрополярного смазочного материала; κ_0, γ_0 – характерная вязкость микрополярного смазочного материала.

В качестве исходных уравнений с учетом асимптотического разложения функции $e^{-\beta'(T'-T_{cp})}$ с точностью до членов $O(\beta^2)$ используем безразмерные

нелинейные уравнения Навье-Стокса, уравнение неразрывности и притока тепла для «тонкого смазочного слоя:

$$\frac{\partial p}{\partial r}=0;\ \left[1-\beta(T-\frac{T_{cp}}{T^*})\frac{\partial \nu}{\partial r}\right]\frac{\partial^2 u_i}{\partial r^2}+N^2\frac{\partial \upsilon_i}{\partial r}=\frac{dp_i}{d\theta}+\mathrm{Re}\left(u\frac{\partial \nu}{\partial r}+v\frac{\partial v}{\partial \theta}\right);$$

$$\frac{\partial^2 \upsilon_i}{\partial r^2}=\frac{\upsilon_i}{N_1}+\frac{1}{N_1}\cdot\frac{du_i}{dr};\ \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}=\left[1-\beta\left(T-\frac{T_{cp}}{T^*}\right)\right]\left(\frac{\partial \nu}{\partial r}\right)^2;\ \frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial \theta}=0, \quad (3)$$

где p – гидродинамическое давление в смазочном слое; β – параметр, характеризующий зависимость вязкости смазочного материала от температуры; N, N_1 – структурно-вязкостный параметр микрополярного смазочного материала; u, v – компоненты вектора скорости смазочной среды; θ – угловая величина; υ – вектор скорости вращения микрочастиц.

Граничные условия, определяющие поведение скорости жидкости на границах объема:

$$v=1,\ u=-\eta\sin\theta,\ \upsilon=1 \text{ при } r=1-\eta\cos\theta=h(\theta);$$

$$v=0,\ u=0,\ \upsilon=0 \text{ при } r=0,\ \theta_1<\theta<\theta_2,$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}=0 \text{ при } r=1-\eta\cos\theta;\ \frac{\partial T'}{\partial R}=\frac{T'-T_{\text{ср}}}{I\lambda}\gamma_1 \text{ при } r=0,\ \theta_1<\theta<\theta_2;$$

$$v=v^*(\theta),\ u=u^*(\theta) \text{ при } r=\eta_2,\ \theta<\theta<\theta_1,\ \theta_2<\theta<2\pi;$$

$$\frac{\partial T'}{\partial R}=\frac{T'-T_{\text{ср}}}{I\lambda}\gamma_2 \text{ при } r=\eta_2,\ \theta<\theta<\theta_1,\ \theta_2<\theta<2\pi,$$

$$p(0)=p(\theta_1)=p(\theta_2)=p(2\pi)=\frac{p_g}{p^*}. \quad (4)$$

где η_2 – конструктивный параметр, характеризующий канавку; η – конструктивный параметр подшипника со стандартным опорным профилем; $u^*(\theta)$ и $v^*(\theta)$ – известные функции, обусловленные наличие полимерного покрытия на поверхности втулки; I – механический эквивалент тепла; θ_1 и θ_2 – угловые координаты канавки, p_g – давление подачи смазочного материала.

Асимптотическое решение системы (3) с учетом (4) найдено в виде рядов по степеням параметра β:

$$u=\sum_{k=0}^{\infty}u_k\beta^k;\ v=\sum_{k=0}^{\infty}v_k\beta^k;\ p=\sum_{k=0}^{\infty}p_k\beta^k;\ T=\sum_{k=0}^{\infty}T_k\beta^k. \quad (5)$$

Дифференциальное уравнение для нулевого приближения получено после подстановки (5) в выражение (3) с учетом (4):

$$\frac{\partial^2 u_{0i}}{\partial r^2}+N^2\frac{\partial \upsilon_{0i}}{\partial r}=\frac{dp_{0i}}{d\theta}+D_{0i};\ \frac{\partial^2 \upsilon_{0i}}{\partial r^2}=\frac{\upsilon_{0i}}{N_1}+\frac{1}{N}\cdot\frac{du_{0i}}{dr};\ \frac{\partial u_{0i}}{\partial r_{0i}}+\frac{\partial v_{0i}}{\partial \theta_{0i}}=0;$$

$$\frac{\partial^2 T_{0i}}{\partial {r_{0i}}^2}=\left(\frac{\partial v_{0i}}{\partial r_{0i}}\right)^2. \quad (6)$$

Полученные граничные условия:

$$v=1,\ u=-\eta\sin\theta \text{ при } r=1-\eta\cos\theta=h(\theta);$$

$$v=0,\ u=0 \text{ при } r=0,\ \theta_1<\theta<\theta_2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{\delta\gamma_1}{I\lambda}\left(\frac{T_0-T_{cp}}{T^*}\right)\left(1+\eta\sin\theta+2\eta\cos\theta\right) \text{ при } r=0,\ \theta_1<\theta<\theta_2;$$

$$v=\frac{1}{h(\theta)-\eta_2},\ u=\frac{\eta\sin\theta}{h(\theta)-\eta_2} \text{ при } r=\eta_2,\ \theta<\theta<\theta_1,\ \theta_2<\theta<2\pi;$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{\delta\gamma_2}{I\lambda}\left(\frac{T_0-T_{\text{ср}}}{T^*}\right)\left(1+\eta\sin\theta+2\eta\cos\theta\right) \text{ при } r=\eta_2,\ \theta<\theta<\theta_1,\ \theta_2<\theta<\theta_{2\pi};$$

$$p(0)=p(\theta_1)=p(\theta_2)=p(2\pi)=\frac{p_g}{p^*}. \qquad (7)$$

Решение для системы (6) с учетом (7) найдем по методике [8]:

$$v_{0i}=\frac{\partial\psi_{0i}}{\partial r_{0i}}+V_{0i}(r,\theta),\ u_{0i}=-\frac{\partial\psi_{0i}}{\partial\theta_{0i}}+U_{0i}(r,\theta),\ \psi_{0i}(r,\theta)=\tilde{\psi}_{0i}(\varepsilon_{0i});$$

$$V_{0i}(r,\theta)=\tilde{V}_{0i}(\varepsilon_{0i}),\ U_{0i}=-\tilde{u}_{0i}(\varepsilon_{0i})h'_{0i}(\theta).$$

$$\varepsilon_{02}=\frac{r_{02}-\eta_2}{h(\theta)-\eta_2} \text{ при } \theta_1\le\theta\le\theta_2;\ \varepsilon_{0i}=\frac{r_{0i}}{h(\theta)} \text{ при } 0\le\theta\le\theta_1 \text{ и } \theta_2\le\theta\le2\pi;$$

$$T_{0i}(r,\theta)=\tilde{T}_{0i}(\varepsilon,\theta). \qquad (8)$$

Решая полученное уравнение с точностью до членов $O\left(\eta^2\right)$ второго порядка малости, имеем:

$$p_{01}=\frac{p_g}{p^*}+\mathrm{Re}\frac{-72}{40\left(1+\eta(\cos\theta-1)\right)}+6(\theta-2\eta\sin\theta)-\frac{24}{1+\mathrm{Re}(0{,}135)}(\theta-3\eta\sin\theta);$$

$$p_{02}=\frac{p_g}{p^*}+\mathrm{Re}\frac{-0{,}66}{40\left(1-\eta_2+\eta(\cos\theta-\cos\theta_1)\right)}+6\frac{\theta-\theta_1-2\tilde{\eta}(\sin\theta-\sin\theta_1)}{(1-\eta_2)^2}-$$

$$-\frac{0{,}22}{1-\mathrm{Re}(0{,}027)}\cdot\frac{\theta-\theta_1-3\tilde{\eta}(\sin\theta-\sin\theta_1)}{(1-\eta_2)^3};$$

$$p_{03}=\frac{p_g}{p^*}+\mathrm{Re}\frac{0{,}642}{40\left(1+\eta(\cos\theta-\cos\theta_2)\right)}+6\left(\theta-\theta_2-2\eta(\sin\theta-\sin\theta_2)+\right.$$

$$\left.+\frac{0{,}214}{1+\mathrm{Re}(0{,}007)}\cdot(\theta-\theta_2-3\eta(\sin\theta-\sin\theta_2),\right.$$

$$T_{01}=\frac{J\lambda}{\delta\gamma_2}\left[\frac{a_{01}^2}{12}(1+\eta\sin\theta-\eta\cos\theta)+a_{01}(1+\eta\sin\theta)+4(1+\eta\sin\theta+\eta\cos\theta)\right]+\frac{T_{cp}}{T^*};$$

$$T_{02}=\frac{J\lambda}{\delta\gamma_1}\left[\frac{a_{02}^2\left(1+\eta\sin\theta+2\eta\cos\theta-3\tilde{\eta}\cos\theta\right)}{12\left(1-\eta_2\right)^3}+\frac{a_{02}}{\left(1-\eta_2\right)^2}\left(1+\eta\sin\theta+2\eta\cos\theta-2\tilde{\eta}\cos\theta\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{4}{\left(1-\eta_2\right)}\left(1+\eta\sin\theta+2\eta\cos\theta-\tilde{\eta}\cos\theta\right)\right]+\frac{T_{cp}}{T^*};$$

$$T_{03}=\frac{J\lambda}{\delta\gamma_2}\left[\frac{a_{03}^2}{12}\left(H\eta\sin\theta-\eta\cos\theta\right)+a_{03}\left(1+\eta\sin\theta\right)+4\left(1+\eta\sin\theta+\eta\cos\theta\right)\right]+\frac{T_{cp}}{T^*}. \quad (9)$$

В результате подстановки (5) в (3) и при учете (4) для первого приближения получим:

$$\frac{\partial p_{1i}}{\partial r}=0,\ \frac{\partial^2 u_{1i}}{\partial r_{1i}}-\frac{dp_{1i}}{d\theta_{1i}}-\mathrm{Re}\left(u_{1i}\frac{\partial v_{0i}}{\partial r_{0i}}+v_{0i}\frac{\partial v_{1i}}{\partial\theta_{1i}}\right)=\frac{\partial T_{0i}}{\partial r_{0i}}\cdot\frac{\partial u_{0i}}{\partial r_{0i}}-\frac{\partial^2 u_{0i}}{\partial r_{0i}^2}\left(T_0-\frac{T_{cp}}{T^*}\right);$$

$$\frac{\partial u_{1i}}{\partial r_{1i}}+\frac{\partial v_{1i}}{\partial\theta_{1i}}=0;\ \frac{\partial^2 T_{1i}}{\partial r_{1i}^2}+2\frac{\partial u_{0i}}{\partial r_{0i}}\frac{\partial u_{1i}}{\partial r_{1i}}=\left(\frac{\partial u_{0i}}{\partial r_{0i}}\right)^2\left(T_0-\frac{T_{cp}}{T^*}\right). \quad (10)$$

Граничные условия:

$$u_1=0,\ v_1=0 \text{ при } r=1-\eta\cos\theta,\ 0\le\theta\le\theta_1 \text{ и } \theta_2\le\theta\le 2\pi;$$

$$u_1=0,\ v_1=0 \text{ при } r=1-\eta\cos\theta-\eta_2,\ \theta_1\le\theta\le\theta_2;$$

$$\frac{\partial T_{12}}{\partial r}=T_{12}\frac{\delta\gamma_1}{J\lambda}\left(1+\sin\theta+2\eta\cos\theta\right) \text{ при } r=1-\eta\cos\theta-\eta_2,\ \theta_1\le\theta\le\theta_2;$$

$$\frac{\partial T_{1i}}{\partial r}=T_{1i}\frac{\delta\gamma_2}{J\lambda}\left(1+\eta\sin\theta+2\eta\cos\theta\right) \text{ при } r=1-\eta\cos\theta,\ 0\le\theta_1\le\theta_2,\ \theta_2\le\theta\le 2\pi,\ i=1,3,$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial r}=0 \text{ при } r=0. \quad (11)$$

Точное автомодельное решение (10) с учетом (11) позволило получить следующее дифференциальное уравнение:

$$T_{11}=\frac{J\lambda}{\delta\gamma_2}\left[-\frac{a_{01}e_{11}}{6}\left(1+\eta\sin\theta-\eta\cos\theta\right)-e_{11}\left(1+\eta\cos\theta\right)+B_{11}\left(1+\eta\sin\theta+\eta\cos\theta\right)\right];$$

$$T_{12}=\frac{J\lambda}{\delta\gamma_1}\left[-\frac{a_{02}e_{12}}{6\left(1-\eta_2\right)^3}\left(1+\eta\sin\theta+2\eta\cos\theta-3\tilde{\eta}\cos\theta\right)-\frac{e_{12}}{\left(1-\eta_2\right)^2}\left(1+\eta\sin\theta+2\eta\cos\theta-2\tilde{\eta}\cos\theta\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{B_{12}}{1-\eta_2}\left(1+\eta\sin\theta+2\eta\cos\theta-\tilde{\eta}\cos\theta\right)\right];$$

$$T_{13}=\frac{J\lambda}{\delta\gamma_2}\left[-\frac{a_{03}e_{13}}{6}\left(1+\eta\sin\theta-\eta\cos\theta\right)-e_{13}\left(1+\eta\sin\theta\right)+B_{13}\left(1+\eta\sin\theta+\eta\cos\theta\right)\right];$$

$$p_{11}=e_{11}\left(\theta-3\eta\sin\theta\right)-\mathrm{Re}\frac{3e_{11}}{40\left(1+\eta\left(\cos\theta-1\right)\right)}-A_{11}\theta;$$

$$p_{12}=e_{12}\frac{\theta-\theta_1-3\tilde{\eta}\left(\sin\theta-\sin\theta_1\right)}{\left(1-\eta_2\right)^3}-\mathrm{Re}\frac{3e_{12}}{40\left(1-\eta_2\right)\left(1+\tilde{\eta}\left(\cos\theta-\cos\theta_1\right)\right)}-A_{12}\left(\theta-\theta_2\right);$$

$$p_{13} = e_{13}\left(\theta - \theta_2 - 3\eta\left(\sin\theta - \sin\theta_2\right)\right) - \mathrm{Re}\frac{3e_{13}}{40\left(1+\eta\left(\cos\theta - \cos\theta_2\right)\right)} - A_{13}\left(\theta - \theta_2\right). \quad (12)$$

Графики, представленные на рисунках 2 и 3, характеризуют влияние нелинейных факторов и температуры на рабочие характеристики рассматриваемого подшипника.

Анализ графика (рис. 2) показал, что учет вязкости микрополярного смазочного материала способствует увеличению вертикальной составляющей подшипника.

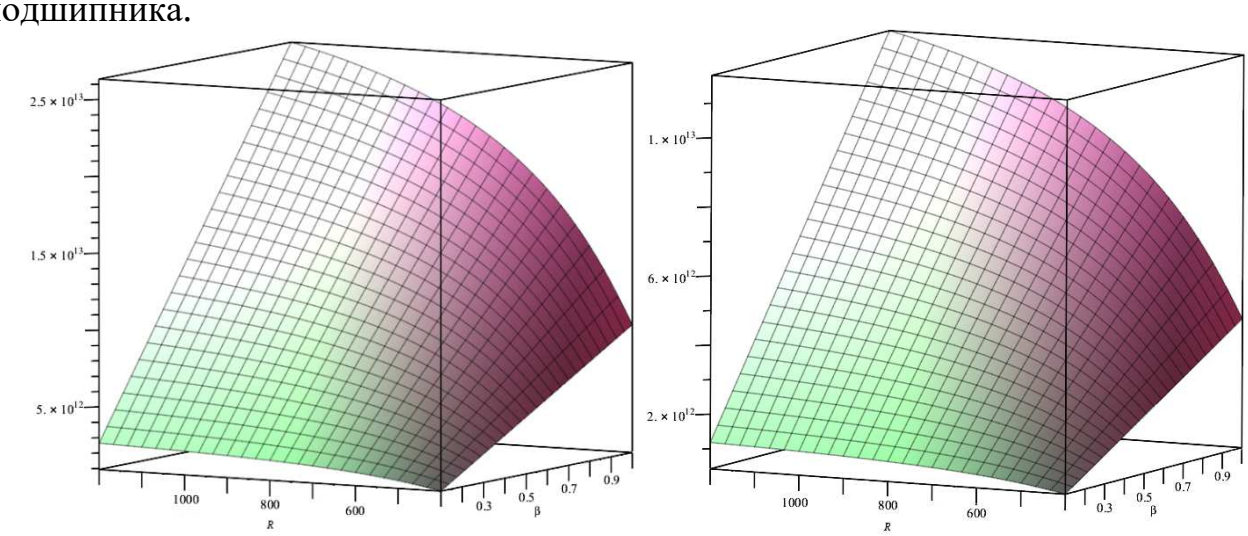


Рис. 2. График зависимости вертикальной составляющей от: а) числа Рейнольдса и параметра β с учетом κ_0; б) числа Рейнольдса и параметра β без учета κ_0

График, представленный на рисунке 3, показывает зависимость коэффициента трения от параметра κ_0. Видно, что вязкость микрополярного смазочного материала приводит к изменению коэффициента трения.

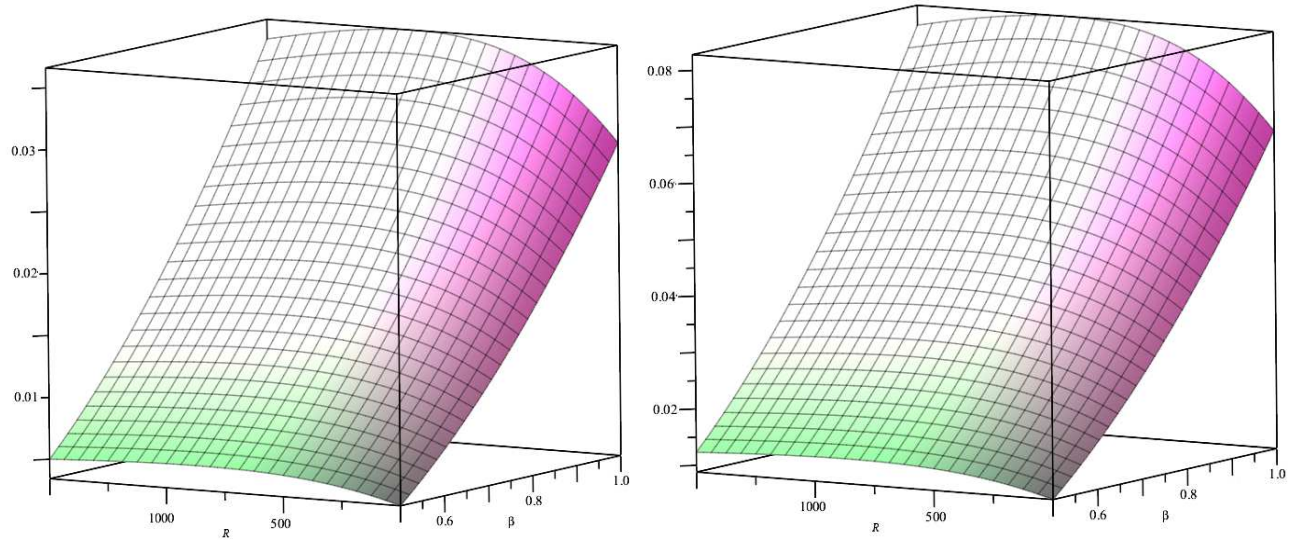


Рис. 3. График зависимости коэффициента трения от: а) числа Рейнольдса и параметра β без учета κ_0; б) числа Рейнольдса и параметра β с учетом κ_0

В результате можно сделать вывод о том, что учет нелинейных факторов и притока тепла позволяет детально описать процессы, протекающие в ходе работы трибоузла. Полученные сведения могут применяться при дальнейшем улучшении

расчетных моделей и оценке износостойкости радиальных подшипников скольжения.

Список литературы

1. Колесников И.В., Мотренко П.Д., Колесников В.И., Мантуров Д.С. Повышение износостойкости металлических и металлополимерных трибосистем путём формирования структуры и свойств их поверхностного слоя. – М.: ВИНИТИ РАН, 2021. – 168 с.
2. Албагачиев А.Ю., Буяновский И.А., Самусенко В.Д., Чурсин А.А. Температурная стойкость космических смазок российского производства // Вестник машиностроения. – 2019. – №9. – С. 34-36.
3. Иваночкин П.Г., Четверик М.М., Больших Е.П. Исследование механических характеристик антифрикционного полимерного композиционного покрытия, содержащего ПТФЭ // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2025. – №2(98). – С. 64-73. – DOI: 10.46973/0201-727X_2025_2_64.
4. Колесников В.И., Беляк О.А., Суворова Т.В., Колесников И.В., Данильченко С.А. Исследование вязкоупругих свойств композиционных материалов на основе метода индентирования // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2023. – №4(92). – С. 25-33. – DOI: 10.46973/0201-727X_2023_4_25.
5. Албагачиев А.Ю., Михеев А.Н., Тананов М.А., Тохметова А.Б. Определение температуры нагрева смазочного слоя при трении // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2022. – №5. – С. 93-98. – DOI: 10.31857/S0235711922050029.
6. Албагачиев А.Ю., Ставровский М.Е., Сидоров М.И., Рагуткин А.В., Александров И.А. Температурные зависимости скорости реакции в трибохимической кинетике // Проблемы машиностроения и надежности машин. –2022. – №6. – С. 37-45. – DOI: 10.31857/S0235711922060025.
7. Зиновьев Н.В., Харламов П.В. Определение компонентов наноструктурированного смазочного материала для открытых тяжелонагруженных узлов трения // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2025. – №3(99). – С. 205-213. – DOI: 10.46973/0201-727X_2025_3_205.
8. Mukutadze M.A., Vasilenko V.V., Mukutadze A.M., Opatskikh A.N. Mathematical model of a plain bearer lubricated with molten metal // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2019, vol. 378, p. 012021. DOI: 10.1088/1755-1315/378/1/012021.

Сведения об авторах:

Ростовцева Диана Андреевна – аспирант;

Мукутадзе Мурман Александрович – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Высшая математика».