

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ НАГРУЗКИ И ГЕОМЕТРИИ БАЛКИ НА ВЕЛИЧИНУ ПРОГИБА

Абдуаминов Р.Х., Мавлонзода М.М., Комарь Е.В.

Томский государственный архитектурно-строительный университет, Томск

Ключевые слова: балка переменного сечения, перемещение, прогиб, потенциальная энергия, теорема Кастильяно.

Аннотация. В статье представлены результаты исследовательской работы студентов второго курса по сопротивлению материалов. В работе получены зависимости изменения прогиба и горизонтального перемещения свободного конца балки переменного сечения от начальной ширины балки и от угла, под которым сила действует на свободный конец балки.

RESEARCH OF THE INFLUENCE OF LOAD PARAMETERS AND GEOMETRY OF THE BEAM ON THE VALUE OF DEFLECTION

Abdouaminov R.H., Mavlonzoda M.M., Komar E.V.

Tomsk State University of Architecture and Building, Tomsk

Keywords: variable-section beam, displacement, deflection, potential energy, Castigliano's theorem.

Abstract. The article presents the results of research work by second-year students in the field of resistance of materials. The work obtained the dependence of the change in deflection and horizontal displacement of the free end of a variable-section beam on the initial width of the beam and on the angle at which the force acts on the free end of the beam.

При подготовке специалистов в области строительства одним из актуальных приемов обучения является исследовательская работа студентов [1, 2], которая позволяет развивать навыки самообучения и саморазвития, что, несомненно, пригодится в практической профессиональной деятельности. При изучении сопротивления материалов расчеты нестандартных конструкций не включены в рабочую программу, поэтому знакомство студентов с такими конструкциями проводится при самостоятельной исследовательской работе.

В данной работе рассмотрена балка переменного сечения (рис. 1), свободный конец которой нагружен силой F под углом α к оси балки. Применение балок такого типа позволяют снизить вес и себестоимость конструкций, в которых они используются.

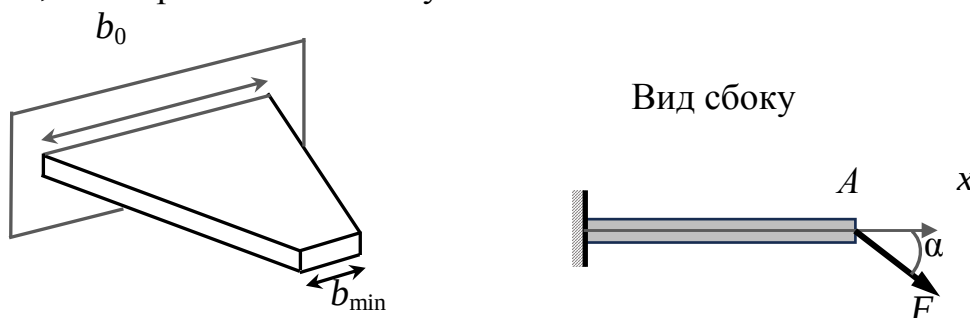


Рис. 1. Расчетная схема

Перемещение свободного конца балки (точки A) определим по теореме Кастильяно: частная производная от потенциальной энергии системы по сосредоточенной внешней нагрузке равна перемещению точки этой нагрузки по направлению ее действия [3]:

$$\Delta_F = \frac{\partial U}{\partial F}, \quad (1)$$

где U – потенциальная энергия системы, Δ_F – перемещение точки приложения силы F .

Выражение для потенциальной энергии можем записать [3]:

$$U = \int_0^l \frac{N^2(x)}{2EA(x)} dx + \int_0^l \frac{M_z^2(x)}{2EJ(x)} dx + \int_0^l \frac{kQ_y^2(x)}{2GA(x)} dx. \quad (2)$$

Здесь E – модуль Юнга, G – модуль сдвига, l – длина балки, $A(x)$ и $J(x)$ – площадь и момент инерции поперечного сечения в зависимости от координаты x (координата x изменяется от 0 до l), k – коэффициент, характеризующий поперечное сечение (для прямоугольника $k=6/5$), $N(x)$, $Q_y(x)$ и $M_z(x)$ – продольная сила, поперечная сила и изгибающий момент в поперечном сечении балки, на расстоянии x от зашпеленного конца.

Внутренние усилия в поперечном сечении равны:

$$N(x) = F \cos \alpha; \quad Q_y(x) = F \sin \alpha; \quad M_z(x) = -xF \sin \alpha. \quad (3)$$

Для определения перемещения точки приложения силы F подставим выражения (3) в формулу (2) и проинтегрируем каждое слагаемое, затем по формуле (1) возьмем частную производную по F , получим перемещение Δ_F .

Прогиб свободного конца балки (вертикальное перемещение точки A) равен:

$$y_F = \Delta_F \sin \alpha.$$

Основные параметры для расчетов: $l = 1,5$ м; $b_0 = 0,3$ м; $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $G = 8 \cdot 10^4$ МПа; $F = 15$ кН.

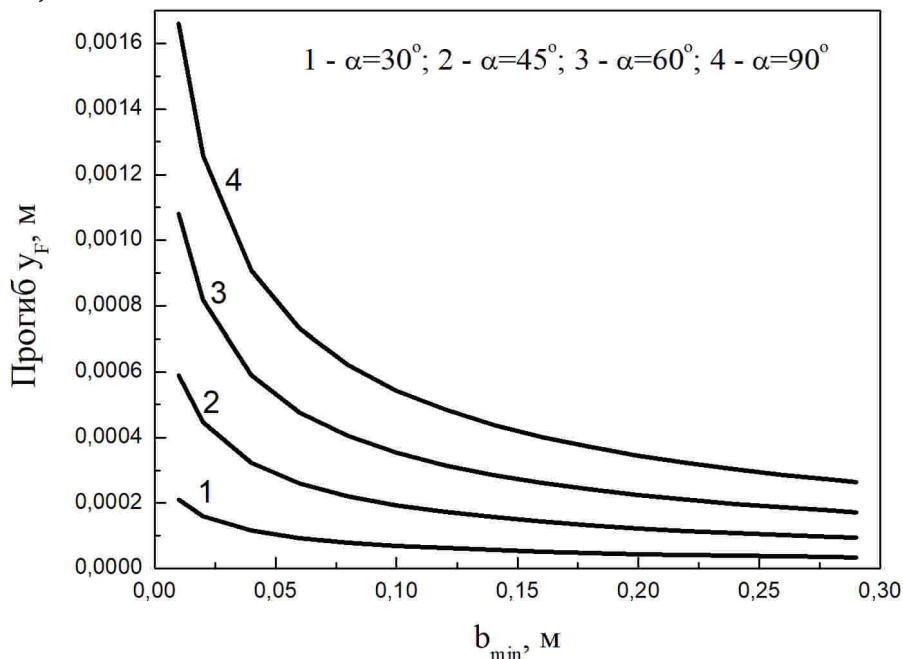


Рис. 2. Зависимость прогиба свободного конца балки от значений его ширины и угла приложения силы F

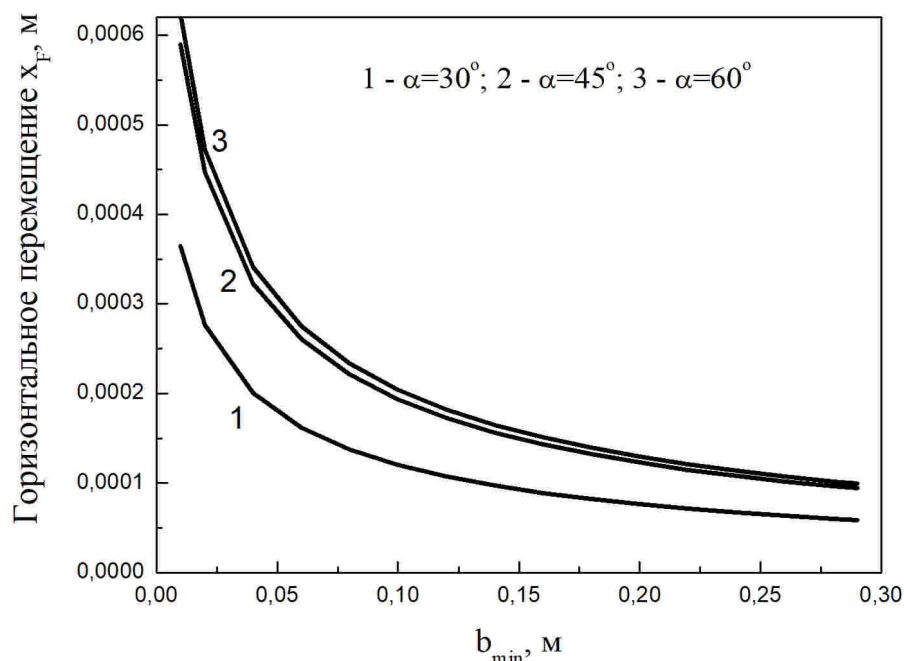


Рис. 3. Зависимость горизонтального перемещения свободного конца балки от значений его ширины и угла приложения силы F

Таким образом, показано, что при увеличении угла между силой, приложенной к концу балки, и осью x прогибы увеличиваются. При этом отметим, что вертикальные перемещения конца балки примерно в два раза больше, чем горизонтальные.

Дополнительно рассмотрели изменение высоты балки при постоянной ширине. Отметим, что вертикальные перемещения свободного конца балки (прогиб) при изменении высоты (при постоянной ширине) значительно больше, чем при изменении ширины.

Список литературы

1. Комарь Е.В., Ковалевская Т.А., Земченков А.П., Цепяев Д.К. Развитие исследовательских способностей у студентов при изучении теоретической механики // *Фундаментальные основы механики*. – 2018. – №3. – С. 17-19.
2. Зудилов Е.Р., Комарь Е.В. Исследование влияния конфигурации трехэтажного здания на внутренние усилия при сейсмических воздействиях // *Избранные доклады 69-й Университетской научно-технической конференции студентов и молодых ученых*. – Томск: Изд-во Томск. гос. архит.-строит. ун-та, 2023. – С. 15-19.
3. Дарков А.В. *Соппротивление материалов*. – М.: Высшая школа, 1989. – 622 с.

Сведения об авторах:

Абдуаминов Рийз Хамидович – студент;

Мавлонзода Мунис Мавлон – студент;

Комарь Елена Васильевна – к.ф.-м.н., доцент.