

ГРАВИТАЦИОННАЯ ПРОПИТКА «ХОЛОДНОЙ» ПОЛУОГРАНИЧЕННОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ «ГОРЯЧИМ» ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ В РЕЖИМЕ ИДЕАЛЬНОГО ВЫТЕСНЕНИЯ

Куликова О.В., Рязских В.И.

Воронежский государственный технический университет, Воронеж

Ключевые слова: фильтрация, пористая среда, закон Дарси, температура, нагрев.

Аннотация. Представлена математическая модель нестационарного температурного поля при пропитке слоем вязкой несжимаемой жидкости через свободную поверхность полуограниченной пористой среды, основанная на уравнениях Дарси-Бринкмана и конвективного теплопереноса в рамках локального равновесия температур фаз. Получено аналитическое решение сформулированной начально-краевой задачи методом интегрального преобразования Лапласа. Приведены результаты вычислительного эксперимента, позволяющие идентифицировать динамику изменения температуры по глубине пористой среды.

GRAVITATIONAL IMPREGNATION OF A "COLD" SEMI-BOUNDED POROUS MEDIUM WITH A "HOT" LIQUID FLOW IN THE IDEAL DISPLACEMENT MODE

Kulikova O.V., Ryazhskikh V.I.

Voronezh State Technical University, Voronezh

Keywords: filtration, porous medium, Darcy's law, temperature, heating.

Abstract. A mathematical model of a transient temperature field during impregnation with a viscous incompressible fluid layer through the free surface of a semi-infinite porous medium is presented. This model is based on the Darcy-Brinkman equations and convective heat transfer under local phase temperature equilibrium. An analytical solution to the formulated initial-boundary value problem is obtained using the integral Laplace transform. The results of a computational experiment are presented, allowing one to identify the dynamics of temperature change across the depth of the porous medium.

Конвективный перенос теплоты потоком жидкости в пористой структуре имеет определяющее значение при насыщении связующим материалом в технологии композитов [1]. Гидротермический перенос несжимаемой вязкой жидкости описывается уравнением Дарси-Бринкмана [2], а в случае ламинарного просачивания жидкости в пористом слое приемлемо приближение локального теплового равновесия [3].

В связи с этим актуально решение задачи об идентификации времени и глубины охлаждения (нагрева) в пористом слое при миграции ньютоновской жидкости в условиях гравитационной движущейся силы.

Для этого анализируется проникновение из слоя вязкой несжимаемой жидкости высотой h_0 в полуограниченную пористую среду с пористостью ε и проницаемостью k . Теплофизические характеристики жидкости и пористой среды $\rho_{f,s}$, $c_{p_{f,s}}$, $\lambda_{f,s}$, μ_f – плотность, массовая теплоемкость, теплопроводность, динамическая вязкость считаются постоянными (нижние индексы f , s относятся соответственно к жидкости и пористой среде). Геометрия принимается

одномерной (ось x направлена по вектору ускорения свободного падения $\bar{g}$ с началом на границе раздела жидкости и пористой среды). Уравнение неразрывности трансформируется в

$$\partial u / \partial x = 0, \quad (1)$$

где u – скорость жидкости в поровом пространстве; уравнение переноса количества движения приобретает вид

$$\varepsilon^{-1} \partial u / \partial \tau = g - \rho_f^{-1} \partial p / \partial x - \mu_f u / (\rho_f k), \quad (2)$$

где τ – время; p – давление жидкости в пористом слое, а уравнение конвективного теплопереноса становится следующим

$$\sigma \partial t / \partial \tau + u \partial t / \partial x = a_{eff} \partial^2 t / \partial x^2, \quad (3)$$

где $\sigma = \left[\varepsilon (\rho c_p)_f + (1 - \varepsilon) (\rho c_p)_s \right] / (\rho c_p)_f$, $a_{eff} = \left[\varepsilon \lambda_f + (1 - \varepsilon) \lambda_s \right] / (\rho c_p)_f$,
 t – температура.

В такой постановке очевидно, что $u = \rho_f g k / \mu_f$, т.к. $\partial^2 p / \partial x^2 = 0$ при отсутствии деформации пористой матрицы и несжимаемости жидкости [4] и следовательно, $p(x, \tau) = a(\tau)x + b(\tau)$, где $b(\tau) = \rho_f g (h_0 - u\tau)$, но $a(\tau)x = b(\tau)$, поэтому в первом приближении $\partial p / \partial x \approx 0$. Это означает, что гидродинамика жидкости в пористой среде под действием гравитационной движущей силы близка к режиму идеального вытеснения.

Т.о. если к (3) добавить начальное

$$t(x, 0) = t_c \quad (4)$$

и граничные условия

$$t(0, \tau) = t_h, \quad (5)$$

$$\frac{\partial t(\infty, \tau)}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

то начально-краевая задача (3)-(6) описывает нестационарное одномерное температурное поле в пористой среде при гравитационном течении жидкости.

В безразмерном виде система (3)-(6) такова:

$$\partial T / \partial \theta + \partial T / \partial X = \partial^2 T / \partial X^2; \quad (7)$$

$$T(X, 0) = 0; \quad (8)$$

$$T(0, \theta) = 1; \quad (9)$$

$$\partial T(\infty, \theta) / \partial X = 0, \quad (10)$$

где $\theta = \tau / \bar{\tau}$; $X = x / \bar{x}$; $T(X, \theta) = [t(x, \tau) - t_c] / (t_h - t_c)$; $\bar{\tau} = \sigma a_{eff} / u^2$; $\bar{x} = a_{eff} / u$.

Решение (7)-(10) получено с помощью интегрального преобразования Лапласа [5] по переменной θ :

$$T(X, \theta) = \begin{cases} 1, & X = 0 \\ \frac{X}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(\frac{X}{2}\right) \int_0^\theta \frac{\exp\left[-\frac{(\theta-\xi)}{4} - \frac{X^2}{4(\theta-\xi)}\right]}{(\theta-\xi)^{3/2}} d\xi, & X > 0 \end{cases} \quad (11)$$

Вычислительный эксперимент по (11) (см. рис. 1) показывает, что температура по глубине пористого слоя неоднородна.

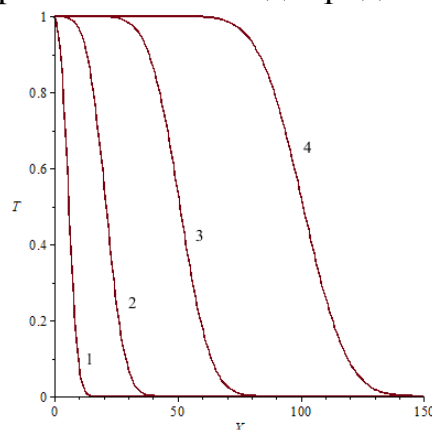


Рис. 1. Безразмерные профили температур в пористом слое по глубине при различных θ : 1 – 5; 2 – 20; 3 – 50; 4 – 100

Размытость хвостовых зон профилей температур при различных безразмерных временах свидетельствует о существенном влиянии эффективной температуро-проводности системы жидкость-пористая матрица.

Список литературы

1. Machado N.D., Masqueta J.E., Martini R.E., Goni M.L., Ganán N.A. Supercritical CO₂-assisted impregnation / deposition of polymeric materials with pharmaceutical, nutraceutical, and biomedical applications: A review (2015-2021) // The Journal of Supercritical Fluids. 2022, vol. 191, p. 105763. doi.org/10.1016/j.supflu.2022.105763.
2. Hsu C.T., Cheng P. Thermal dispersion in porous medium // International Journal Heat Mass Transfer. 1990, vol. 33, no. 8, pp. 1587-1597. doi.org/10.1016/0017-9310(90)90015-m.
3. Bear J., Bachmat Y. Introduction to modeling of transport phenomena in porous media. – Dordrecht: Kluwer, 1991. – 553 p.
4. Zimmermann R.W. Fluid flow in porous media: Vol. 5. – New Jarscy: Word Scientific Publishing. Europ Ltd., 2018. – 220 p.
5. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования. – М.: Изд-во «Наука», 1971. – 289 с.

Сведения об авторах:

Куликова Оксана Валерьевна – старший преподаватель кафедры нефтегазового оборудования и транспортировки;

Ряжских Виктор Иванович – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой прикладной математики и механики.