

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ СТАТИКИ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ОБУЧАЮЩЕЙ ПРОГРАММНОЙ СИСТЕМЫ

*Ермак В.М., Лазарев А.Е., Пасько У.Н., Иванова Ю.Е., Лаптева А.А.
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток*

Ключевые слова: теоретическая механика, статика, реакция опоры, балка, равновесие конструкции, граф, программная система.

Аннотация. Работа посвящена разработке специализированной программной системы, которая позволяет собирать конструкции из балок и опор, прикладывать нагрузки и автоматически рассчитывать реакции опор для систем из одного, двух и трех тел. Механическая конструкция представляется в виде графа, что позволяет универсально формировать системы уравнений равновесия для конструкций любой сложности, используя алгоритм обхода графа в ширину.

APPLICATION OF GRAPH THEORY TO SOLVE STATIC PROBLEMS IN THE DEVELOPMENT OF AN EDUCATIONAL SOFTWARE SYSTEM

*Ermak V.M., Lazarev A.E., Pasko U.N., Ivanova Yu.E., Lapteva A.A.
Far Eastern Federal University, Vladivostok*

Keywords: theoretical mechanics, statics, support reaction, beam, structural equilibrium, graph, software system.

Abstract. This work is devoted to the development of specialized software that allows users to assemble structures from beams and supports, apply loads, and automatically calculate support reactions for systems consisting of one, two, and three bodies. The mechanical structure is represented as a graph, which enables the universal formation of systems of equilibrium equations for structures of any complexity using a breadth-first search (BFS) algorithm.

При изучении раздела «Статика» в курсе «Теоретическая механика», посвящённого равновесию балок под действием нагрузок, важно не только освоить основные методы решения задач, но и отработать этот навык на большом количестве примеров. Для этого эффективно использовать специализированные программные приложения, которые позволяют быстро генерировать и решать множество задач в рамках одной темы [1]. При этом приложение должно служить лишь инструментом для проверки готового ответа, в то время как весь алгоритм решения студент выполняет самостоятельно. В этом случае использование приложения позволяет сконцентрироваться на исследовании зависимости конечного результата от параметров конструкции и приложенных сил.

Анализ доступных программных продуктов показал [2], что большинство из них обладают рядом недостатков, включая требование постоянного интернет-соединения, отсутствие функции произвольной постановки задач и ограничение функционала платным доступом. Для преодоления этих ограничений было принято решение о разработке специализированного приложения, которое является автономным, гибким и наглядным. Оно предназначено для расчёта реакций опор в системах из одного, двух и трёх тел в рамках учебного курса «Теоретическая механика». Программная система должна содержать комплексный функционал, включающий сборку конструкций из балок и

различных видов опор, задание их размеров, приложение нагрузок (сил и моментов) с указанием углов действия, а также автоматический расчёт реакций в опорах и демонстрацию результатов.

Программная система для визуального конструирования и решения задач статики включает три ключевых компонента: модуль графического интерфейса, вычислительный модуль «Решатель» и модуль визуализации результатов. Задача программного средства «Решатель» – сборка и обработка систем уравнений в символьном виде, причем количество уравнений в системе является переменным параметром, определяемым числом балок в конструкции. Для обеспечения универсальности компонента в его основе лежит теория графов. Графы используются в статике для моделирования систем, где важны связи между элементами. Механическая конструкция в рассматриваемых задачах статики может быть формально представлена в виде неориентированного графа, в котором отражаются топологические связи между элементами [3, 4]. Такая модель позволяет последовательно формировать уравнения равновесия для расчёта реакций опор. При расчёте не учитываются второстепенные геометрические факторы, такие как толщина сечения, форма элементов или гибкость соединений. В данной постановке вершины графа соответствуют узлам – точкам, в которых соединяются балки. Именно в этих точках могут размещаться опоры, шарниры и связи между элементами конструкции. Рёбра графа представляют собой балки – отрезки, соединяющие пары узлов. На каждом сегменте могут быть приложены внешние воздействия: распределённые нагрузки, силы и моменты.

Для последовательного анализа системы используется обход графа в ширину. Он начинается с произвольно выбранного узла и позволяет пошагово охватить всю конструкцию, переходя от одного тела к другому через соединённые узлы. Это гарантирует, что каждое тело будет учтено ровно один раз, а структура уравнений будет согласована с топологией всей схемы. По мере обхода по графу система формирует три уравнения равновесия для каждого тела (сумма проекций сил на оси X и Y , а также сумма моментов сил), учитывает реакции в опорах, исходя из типов закреплений, заданных в соответствующих узлах, и дополнительные уравнения для каждого шарнира, выражающие равенство суммы сил, действующих на этот узел, нулю. Предполагается, что для заданной конструкции возможно построение полной системы линейных алгебраических уравнений, количество которых достаточно для однозначного определения всех реакций. Все силы предполагаются известными по величине и направлению, кроме реакций, которые подлежат вычислению. Такое представление позволяет формировать систему уравнений независимо от количества балок и сложности конструкции. После формирования системы уравнений равновесия происходит их символьное решение. На выходе формируется словарь с найденными реакциями, пригодный для отображения в пользовательском интерфейсе.

Программная система реализована на языке Python и обеспечивает проверку корректности входных данных, автоматическую генерацию системы уравнений, ее символьное решение, вывод результатов и обработку ошибок через собственную систему исключений. Приложение служит инструментом для

проверки конечного результата, но не подсказывает алгоритм решения. Это позволяет студенту сконцентрироваться на анализе физической сути явлений — исследовании зависимости реакций опор от параметров конструкции и приложенных нагрузок.

Список литературы

1. Нечаев Л.М., Киреева А.Е. Повышение качества подготовки студентов по учебному курсу «Теоретическая механика» при использовании компьютерных технологий обучения // Успехи современного естествознания. – Пенза: ООО "Издательский Дом Академия Естествознания", 2010. – №3. – С. 91-92.
2. Ермак В.М., Лазарев А.Е., Лебединский И.В., Пасько У.Н. Обзор программных средств для автоматизации разработки обучающих материалов в задачах статики теоретической механики // Региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных по естественным наукам, Владивосток, 15-30 апреля 2024 г. – Владивосток: Дальневост. федерал. ун-т, 2024. – С. 168.
3. Буркатовская Ю.Б. Теория графов. Часть 1: учеб. пособие. – Томск: Изд-во Томского политехн. ун-та, 2014. – 200 с.
4. Замятин А.П. Графы и сети: учеб. пособие. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2004. – 160 с.

Сведения об авторах:

Ермак Владислав Маркович – студент;

Лазарев Алексей Евгеньевич – студент;

Пасько Ульяна Николаевна – студент;

Иванова Юлия Евгеньевна – к.ф.-м.н., доцент департамента Программной инженерии и искусственного интеллекта Института математики и компьютерных технологий

Лаптева Анастасия Александровна – к.ф.-м.н., доцент департамента Программной инженерии и искусственного интеллекта Института математики и компьютерных технологий.