

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ С УЧЕТОМ ПУЛЬСАЦИОННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ СКОРОСТИ

*Кривоногов А.А.*

*Южно-Уральский государственный университет, Челябинск*

**Ключевые слова:** гипотеза Дж. Тейлора, замороженная турбулентность, частотно-волновой спектр, скорость конвекции вихрей, вихреразрешающая модель турбулентности.

**Аннотация.** В связи с разработкой методов определения объемно-массовых параметров «жидкость-газ», выполняемой командой ученых Южно-Уральского государственного университета, в публикации представлен новый метод измерения конвективной скорости турбулентного потока. Дано краткое описание гипотезы «о замороженной турбулентности» Дж. Тейлора, на основе которой работает метод. Обозначены научные проблемы, связанные с ее доказательством применительно к задаче определения скорости конвекции турбулентности. Представлен математический метод обработки сигнала, основанный на двумерной частотно-волновой спектральной обработке и пространственно-временной фильтрации сигнала. Выполнено математическое моделирование в пакете вычислительной гидрогазодинамики с применением гибридной вихреразрешающей модели турбулентности SBES.

## SIMULATION OF TRANSIENT VORTEX FLOW WITH PULSATING VELOCITY COMPONENT

*Krivosnogov A.A.*

*South Ural State University, Chelyabinsk*

**Keywords:** J. Taylor's hypothesis, frozen turbulence, frequency-wavenumber spectrum, vortex convection velocity, eddy-resolving turbulence model.

**Abstract.** Regarding to the methods development for determining the volume-mass parameters of "liquid-gas" carried out by a team of scientists from the South Ural State University, a new method for measuring the convective velocity of a turbulent flow is presented in the publication. A brief description of the hypothesis of "frozen turbulence" by J. Taylor, on the basis of which the method works, is given. The scientific problems associated with its proof in relation to the problem of determining the velocity of turbulence convection are outlined. A mathematical method of signal processing based on two-dimensional frequency-wavenumber spectral processing and spatio-temporal filtering of the signal is presented. Mathematical modeling is performed in the computational fluid dynamics package using the hybrid eddy-resolving turbulence model SBES.

### 1. Введение

Дж. Тейлор был первым исследователем, который предложил статистические методы для исследования турбулентности, основанные на корреляционных зависимостях и преобразованиях Фурье. В своих работах [1] он выдвигает предположение, что турбулентность является случайным процессом, а затем представляет статистические инструменты для анализа однородной изотропной турбулентности. Наиболее ценным вкладом для анализа экспериментальных данных стало выдвижение «Гипотезы о замороженной турбулентности» [2, 3], которая связывает пространственные и временные параметры турбулентности.

Гипотеза Тейлора (о замороженной турбулентности) утверждает, что в турбулентном потоке, для которого величина колебаний не слишком велика, можно вывести величины пространственной турбулентности из временных рядов, измеренных в одной точке. Таким образом, гипотеза Тейлора может быть использована для получения пространственной информации о турбулентных колебаниях с использованием временных рядов измерений в одной точке или в последовательности точек, в которых измерения не проводились одновременно.

С точки зрения практической интерпретации гипотезы Дж. Тейлора наиболее применимое определение представлено в работе Garde [4]. В ней утверждается, что если величина пульсационной скорости  $u'(t)$  (1) намного меньше средней скорости потока  $U_{cp}$ , то пространственные параметры турбулентности  $x$  можно определить по временным  $t$  значениям:

$$u'(t) = u(t) - \bar{u}, \quad (1)$$

где  $u(t)$  – скорость, измеренная в точке,  $\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_1^N u_i$ .

Связь между временными и пространственными параметрами осуществляется через зависимость (2):

$$\frac{\partial}{\partial t} = -U_{cp} \frac{\partial}{\partial x}. \quad (2)$$

Знак минус перед  $U_{cp}$  означает, что изменение в текущий момент времени и в пространстве соответствует замороженному шаблону, который ранее находился выше по течению относительно осевого направления  $x$ .

Другими словами, гипотезу Тейлора можно интерпретировать следующим образом, что если средняя скорость  $U_{cp}$  потока намного больше пульсационной скорости  $u'(t)$ , то скорость конвекции турбулентных вихрей  $U_c$  равна средней скорости потока. Таким образом, зная частоту прохождения вихря –  $\omega$  в точке и волновое число –  $k$  можно определить скорость конвекции (3). Что является достаточным условием для вычисления объемного расхода.

$$U_c = \frac{\omega}{k}. \quad (3)$$

В настоящее время широко известны экспериментальные методы определения конвективной скорости с помощью набора последовательно установленных сенсоров, контактирующих с потоком. Но есть существенный недостаток, сенсоры контактирующие с потоком сами вносят возмущения в пограничный слой, тем самым нарушая его целостность.

Источником сигнала являются вихри, движущиеся в пограничном слое или вблизи него, в турбулентном потоке, которые можно определить как мгновенное значение давления (4):

$$P(x,t) = P(x) + p'(x,t), \quad (4)$$

где  $P(x)$  – статическое давление,  $p'(x,t)$  – центрированная функция описывающая случайные по пространству и времени пульсации давления, которая в свою очередь может быть представлена в виде суммы (5) гидродинамической  $p'(x,t)_{гд}$ , акустической  $p'(x,t)_{ак}$  и остальных составляющих пульсационного давления  $p'(x,t)_{др}$ .

$$p'(x, t) = p'(x, t)_{z0} + p'(x, t)_{ak} + p'(x, t)_{op} \quad (5)$$

Для измерения конвективной скорости, полезным источником сигнала является гидродинамическая составляющая  $p'(x, t)_{z0}$  пульсирующего давления, поскольку конвекция вихрей происходит именно в этой области сигнала. Для вычисления скорости конвекции необходимо определить параметры конвертирующего вихря, такие как частота пульсаций вихря –  $f$  и его волновое число –  $k$ .

Для визуализации применяется двумерный энергетический частотно-волновой спектр (6).

$$S(k, f) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} p'(x_m, t_n) e^{-i2\pi \left( \frac{f_n t}{N} + \frac{k_m x}{M} \right)}, \quad (6)$$

где  $S$  – частотно-волновой спектр,  $k$  – волновое число,  $f$  – частота,  $N$  – количество отсчетов,  $M$  – количество сенсоров,  $p$  – пульсирующее давление,  $n$  – строки,  $m$  – столбцы,  $x$  – расстояние между сенсорами,  $t$  – время.

На этом спектре отображается конвективный фронт, по углу наклона которого определяется скорость конвертирующих вихрей в потоке и скорость потока соответственно.

Научная проблема заключается в том, что пульсации давления в турбулентном потоке являются наиболее сложным, со стороны математической интерпретации, процессом. Как известно система уравнений Навье-Стокса, описывающая турбулентные течения, имеет только численное решение. Поскольку прямое численное моделирование – DNS требует трехпараметрической сетки высокой плотности и колоссальных вычислительных ресурсов, которые, по оценочным прогнозам, будут достигнуты во второй половине 21 века, применяются модели турбулентности, позволяющие снизить требовательность модели к плотности расчетной сетки и вычислительным ресурсам. Однако модели турбулентности имеют ряд ограничений по применимости, ресурсозатратности и точности решения. К настоящему моменту разработано большое количество моделей турбулентности, но их можно разделить на три типа: вихреразрешающие (LES, DES), с осреднением по Рейнольдсу ( $k$ - $\epsilon$ , SST) и гибридные (SAS SST, SBES). Наиболее перспективными являются гибридные модели турбулентности поскольку позволяют моделировать сложные гидродинамические течения по типу вихреразрешающих моделей LES или DES, за приемлемое с инженерной точки зрения время, как это могут модели с рейнольдсовым осреднением типа RANS.

Альтернативой численным методам моделирования выступают стохастические способы описания процессов [5, 6], происходящих в пограничном слое турбулентного течения. Такие стохастические модели по своей природе являются полуэмпирическими и требуют определения локальных параметров турбулентного пограничного слоя с помощью эксперимента или численного моделирования. Такие модели имеют много ограничений по применимости, работают для определенных типов течений, однако менее требовательны к вычислительным ресурсам. Наиболее известные модели Коркоса [7, 8], Чейса [9], Смолякова-Ткаченко [10].

В рамках этого исследования выбран подход, основанный на численном моделировании с применением вихреразрешающих моделей турбулентности, поскольку обеспечивает качественную идентификацию моделируемого процесса и высокую точность.

## 2. Численное моделирование

Моделирование выполнено в двумерной постановке в программной среде ANSYS CFX. Расчетная область представляет собой плоский канал длиной 1 метр, высотой 14 миллиметров с заданными условиями симметрии [11]. Таким образом имитируется плоский канал бесконечной ширины. Тем самым возможно получить течение жидкости вдоль плоской поверхности. Модель турбулентности SBES (scale based eddy simulation) [12], позволяющая моделировать турбулентные пульсации давления и скорости в потоке, не усредняя их полностью. В результате получается пульсирующее течение, при этом не требуется сетка высокой плотности в параллельных стенке канала координатах, как для LES модели турбулентности. Отдельно следует отметить, что в модели нет стенки трубопровода в отличие от натурального прототипа, поэтому вибрации, переотражения волн и прочие физические явления, влияющие на качество результата, отсутствуют.

Модель содержит 36 расчетных точек для записи амплитуды пульсаций давления во времени, расположенных вдоль оси канала с шагом 3 миллиметра. Таким образом достигается максимальное разрешение полей пульсаций давления по длине волны (волновому числу  $k$ ).

Расчеты выполнены для двух скоростей потока жидкости 5 и 3,25 м/с. В процессе моделирования для каждого расчетного случая записано по 5000 отсчетов (сэмплов) с шагом по времени 0,0005 с.

По результатам обработки по вышеизложенной зависимости (6) построены двумерные графики частотно-волновых спектров (рис. 1), на которых отчетливо виден конвективный фронт, угол его наклона соответствует средней скорости потока в канале.

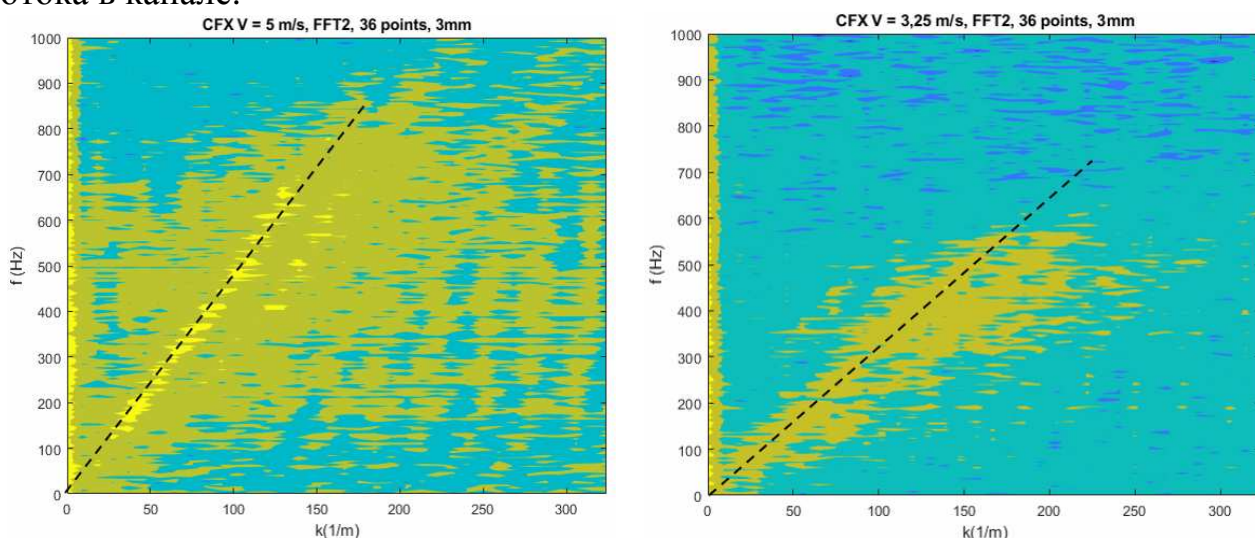


Рис. 1. Частотно-волновой спектр, определяющий фазовую скорость перемещения турбулентных полей в конвективной области

Если разделить значение частоты на волновое число для точки, лежащей в границах конвективного фронта, то получим скорость набегающего потока.

Например,  $200 \text{ Гц}/40(\text{м}^{-1}) = 5 \text{ м/с}$ , что соответствует заданной в расчете скорости  $5 \text{ м/с}$ . Аналогично себя ведет конвективный фронт для скорости  $3,25 \text{ м/с}$ , только угол его наклона меньше.

По результатам моделирования установлено, что при помощи гибридной модели турбулентности SBES, возможно получать поя пульсаций давления, как по времени, так и по пространству.

### 3. Заключение

Таким образом, с помощью моделирования с применением гибридной вихререзающей модели SBES подтверждена справедливость гипотезы Дж. Тейлора «о замороженной турбулентности» для определения конвективного фронта в трубопроводе. В свою очередь угол наклона конвективного фронта позволяет определить скорость конвекции вихрей и скорость потока соответственно.

При этом требуется проводить дальнейшие исследования с целью определения ограничений по минимальной скорости потока, при которой гипотеза будет справедлива.

**Финансирование.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-10151, <https://rscf.ru/project/23-29-10151/>

### Список литературы

1. Taylor G.I. Statistical theory of turbulence // Proc. Roy. Soc. London A. 1935, vol. 151, pp. 421-478.
2. Taylor G.I., Green A.E. Mechanism of the Production of Small Eddies from large Ones / Proc. Roy. Soc. London A. 1937, vol. 158, pp. 499-521. DOI: 10.1098/rspa.1937.0036.
3. Taylor G.I. Production and Dissipation of Vorticity in a Turbulent Fluid // Proc. Roy. Soc. London A. 1938, vol. 164, no. 916, pp. 15-23.
4. Garde R. J. Turbulent Flow, John Wiley & Sons, New York, 1994.
5. William K. Blake. Mechanics of flow-induced sound and vibration. Volume II: Complex flow-structure interactions. 1986.
6. Bull M.K. Wall-Pressure Fluctuations Beneath Turbulent Boundary Layers: Some Reflections on Forty Years of Research // Journal of Sound and Vibration. 1996, vol. 190, no. 3, pp. 299-315.
7. Corcos G.M. Pressure fluctuations in shear flows. Tech. rep., Institute of Engineering Research, University of California, 1962.
8. Corcos G.M. The structure of the turbulent pressure field in boundarylayer flows // Journal of Fluid Mechanics. 1964, vol. 18, no. 03, pp. 353-375.
9. Chase D.M. Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure // Journal of Sound and Vibration. 1980, vol. 70, no. 1, pp. 29-67.
10. Smol'yakov A.V., Tkachenko V.M. Model of a Field of Pseudosonic Turbulent Wall Pressures and Experimental Data // Soviet Physics-Acoustics. 1991, vol. 37, no. 6, pp. 627-631.
11. Krivonogov A., Non-Invasive Flow Measurement Technology Based on Taylor's Frozen Turbulence Hypothesis // 2021 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), 2021, pp. 450-454.
12. Frank T. Validation of URANS SST and SBES in ANSYS CFD for the Turbulent Mixing of Two Parallel Planar Water Jets Impinging on a Stationary // Conference: ASME 2017 Verification and Validation Symposium, At: May 3-5, 2017, Las Vegas, Nevada, USA No. VVS2017-4047.

### Сведения об авторе:

*Кривоногов Алексей Александрович* – к.т.н., старший научный сотрудник управления научной и инновационной деятельности.