

## КОНТАКТНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС В КОНТАКТНОЙ ОБЛАСТИ

*Нахатакян Д. Ф.*

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук,  
Москва*

**Ключевые слова:** деформация зубьев, деформация в зоне контакта, контактная область, контактная деформация, сжатие цилиндра, полуширина площадки контакта.

**Аннотация.** В настоящей работе исследована проблема контактной деформации зубьев зубчатых колес в зоне их касания. По предложенной методике определена деформация  $\alpha_k$  зубьев зубчатых колес в зоне их контакта, и показано, что эта величина не зависит от радиуса кривизны в зоне контакта. Сопоставление полученных результатов с имеющимися в литературе теоретическими и экспериментальными исследованиями показало удовлетворительное их соответствие.

## CONTACT DEFORMATION OF THE TEETH OF THE GEARS IN THE AREA OF THEIR CONTACT

*Nakhatakyan D.F.*

*Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences,  
Moscow*

**Keywords:** deformation of the teeth, deformation in the contact area, contact area, contact deformation, compression of the cylinder, half-width of the contact area.

**Abstract.** In this paper, the problem of contact deformation of the teeth of gears in the zone of their contact is investigated. According to the proposed method, the deformation of the teeth of the gears in the contact zone is determined, and it is shown that this value does not depend on the radius of curvature in the contact zone. comparison of the results obtained with the theoretical and experimental studies available in the literature showed their satisfactory correspondence.

Задача о контакте двух цилиндров с параллельными осями имеет важное практическое значение. На основе ее решения можно определить контактную жесткость в зубчатых зацеплениях, роликовых опорах качения, цилиндрических катках, в том числе и мостовых опорах и т.д.

Для определения контактной деформации круговых цилиндров, в научной литературе используются различные теоретические и экспериментальные методы и подходы [1-6]. Их можно разделить на две группы. Одни определяют контактную деформацию цилиндра (рис. 1), это относительное смещение точек  $O_1$  и  $O_2$  при сжатии цилиндра абсолютно жесткими пластинами, например в работе [2] приведено аналитическое решение, в [5] приведено приближенное решение, а в [6] – точное решение.

А другие, по сути определяют суммарную деформацию цилиндра и упругих плит, это сближение точек  $A$  и  $B$ , например [3] (рис. 2).

Однако нужно отметить, что для решения некоторых прикладных задач сопряжений при силовом контакте, (зубчатые передачи, задачи трибологии, опоры качения, мостовые катки, и т.д.), необходимо располагать данными о

величине деформации в зоне контакта [7], т.е. без учета сжатия остальной части цилиндра.

Здесь следует подчеркнуть, что, несмотря на то, что выделить границу, где «контактная» область, а где «остальная часть» цилиндра, невозможно, тем не менее, исследования [8] показали, что основная доля деформации приходится на близкую к поверхности область.

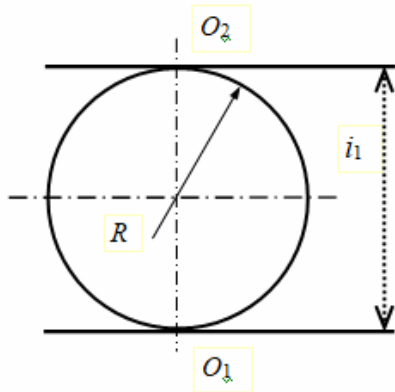


Рис.1 Сжатие кругового цилиндра абсолютно жесткими пластинами

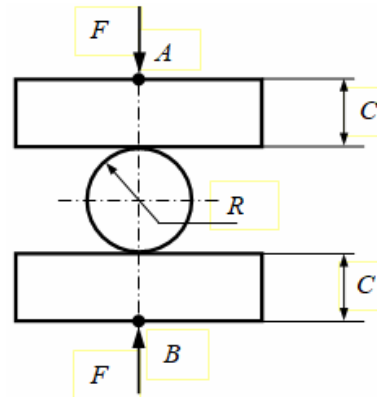


Рис.2. Сжатие ролика двумя плоскими пластинами

Для определения деформации в зоне контакта, поступим следующим образом. Пусть упругий цилиндр сжимается абсолютно жесткими пластинами, (рис. 3,а), и пусть ширина полоски контакта будет герцевская –  $2b_H$ , где  $b_H = 2\sqrt{2qR_{np}\bar{\theta}}$ , здесь  $\bar{\theta} = (\theta_1 + \theta_2)/2$ ,  $\theta = (1 - \nu^2)/\pi E$ ;  $E, \nu$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона материалов соответственно;  $q$  – погонная нагрузка, [2]. На рисунке 3,б длина отрезка  $AB$  и есть указанная ширина. Тогда внедрение одного тела в другое -  $\alpha_K$ , в силу того что плита абсолютно жесткая, по сути, это и будет упругая деформация цилиндра в контактной области.

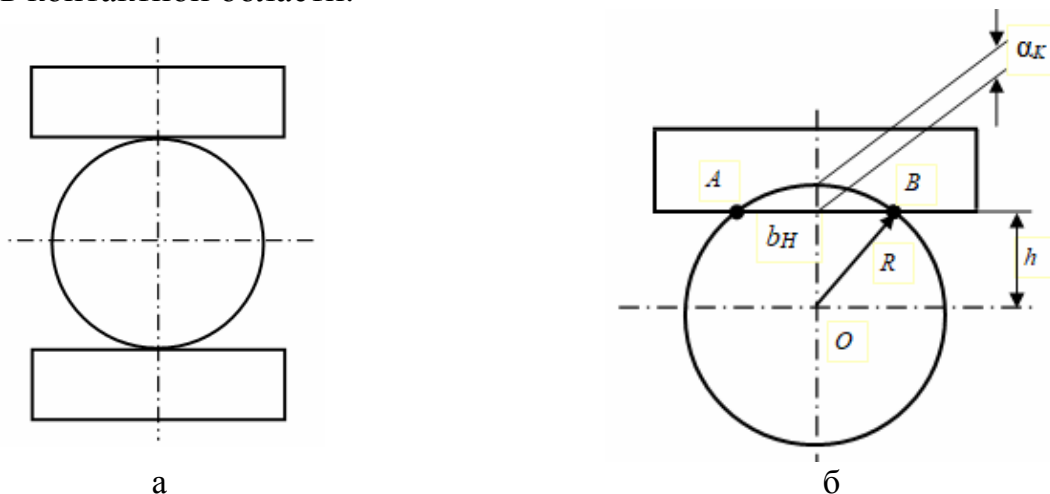


Рис. 3. Сжатие абсолютно жесткими пластинами кругового упругого цилиндра

Следовательно, можно записать (рис. 3, б)  $\alpha_K = R - h$ , где  $h = \sqrt{R^2 - b_H^2}$ . В силу того, что  $b_H \ll R$ , из последней зависимости получим,  $h = R(1 - b_H^2/2R^2)$ . Тогда с учетом последней зависимости, получаем  $\alpha_K = b_H^2/2R$ .

С другой стороны, полуширина площадки контакта по Герцу с учетом приведенных зависимостей будет определяться  $b_H = 1,52\sqrt{qR/E}$ . С учетом последней зависимости из полученных соотношений легко получим зависимость для деформации в контактной области на одном контакте следующую формулу  $\alpha_K = 1,16q/E$ . Следовательно, для сближения за счет деформации на двух концах окончательно получим формулу  $\alpha_K = 2,32q/E$ , из которой следует, в частности, что деформация в зоне контакта не зависит от радиуса кривизны в точке их касания. Из последней зависимости для упругих тел из стали ( $E = 2,15 \cdot 10^5$  МПа), получаем  $\alpha_K = 1,08 \cdot 10^{-5} \cdot q$ .

Отметим, что в научной литературе имеются исследования по определению этого параметра  $\alpha_K$ , [7, 9]. Сопоставление показало, что результаты, полученные по предложенной методике в настоящей работе вполне согласуются с имеющимися в литературе результатами научных исследований.

### Список литературы

1. Матлин М.М., Мозгунова А.И., Сотникова А.И. и др. Жесткость первоначально линейного контакта деталей машин // Известия ВолгГТУ. – 2015. – №12. – С. 80-83.
2. Динник А.Н. Избранные труды. – Киев: АН УССР, 1952. – Т. 1. – 151 с.
3. Орлов А.В. Упругие деформации и напряжения на линейном контакте // Проблемы машиностроения и надежности машин – 2006. – № 6. – С. 31-36.
4. Нахатакян Ф.Г. Сближение упругих тел конечных размеров при начальном касании по линии // Вестник машиностроения. – 2014. – № 2. – С. 24-27.
5. Нахатакян Ф.Г., Косарев О.И. Сближение упругих тел в контактной задаче герца // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2010. – № 1. – С. 102-106.
6. Нахатакян Ф.Г. Об одном методе точного решения контактной задачи герца для круговых цилиндров с параллельными осями // Вестник машиностроения. – 2011. – № 3. – С. 3-6.
7. Матлин М.М., Мозгунова А.И., Стариков А.А., Куликова М.А. К вопросу расчетного определения упругого сближения при первоначально линейном контакте деталей машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2009. – № 1. – С. 44-46.
8. Ишлинский А.А. О перемещениях упругой полуплоскости. // Ученые записки МГУ. – 1940. – Вып. 39. – С. 83-86.
9. Кистьян Я.Г., Френкель И.Н. Экспериментальное определение жесткости зубьев прямозубых цилиндрических колес внешнего зацепления. – М.: ЦНИИТМАШ-Машгиз, 1956. – С.172-182.

### Сведения об авторе:

*Нахатакян Давид Филаретович* – младший научный сотрудник.