

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕНЗОРА СТРУКТУРЫ ДЛЯ ПОРИСТЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Киченко А.А., Сотин А.В., Южаков К.Н.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

Ключевые слова: математическое моделирование, анизотропный материал, пористый материал, губчатая костная ткань, газобетон, методы стереологии, тензор анизотропии, тензор структуры, эллипс структуры, программный комплекс.

Аннотация. Использование специальных тензорных величин для описания стереометрических характеристик структурно-анизотропных материалов позволяет в компактном виде выразить значимые структурные параметры исследуемых объектов. Преимущественная ориентация пор внутри образца хорошо описывается тензором структуры. Алгоритмизация известного из стереологии метода построения среднего расстояния между порами позволяет формализовать процесс вычисления всех необходимых параметров и лежит в основе специализированного программного обеспечения для построения тензора структуры. В качестве демонстрации практического использования разработанного программного комплекса представлены результаты исследования образцов автоклавного и неавтоклавного газобетона. Из полученных результатов видно, что тензор структуры способен описывать анизотропные свойства структуры искусственных пористых строительных материалов, а пакет проблемно-ориентированных программ позволяет автоматизировать процесс определения всех необходимых параметров.

DETERMINATION OF THE FABRIC TENSOR FOR POROUS BUILDING MATERIALS

Kichenko A.A., Sotin A.V., Yuzhakov K.N.

Perm National Research Polytechnic University, Perm

Keywords: mathematical modelling, anisotropic material, porous material, cancellous bone tissue, aerated concrete, stereological methods, anisotropy tensor, fabric tensor, fabric ellipse, software package.

Abstract. The using of special tensor quantities to describe the stereometric characteristics of structurally anisotropic materials makes it possible to express in a compact form the significant structural parameters of the studying objects. The predominant orientation of pores inside the sample is well described by means of the fabric tensor. Algorithmization of the known stereological method for determining the mean intercept length allows formalizing the process of calculating all necessary parameters and formed the basis for the specialized software for calculating of the fabric tensor. To demonstrate the practical using of the developed software package, the work presents the results of studying of the autoclaved aerated concrete and non-autoclaved aerated concrete sample. From the results it is clear that the structure tensor is capable to describe the anisotropic properties of artificial porous building materials, and the software package allows us to automate the process of determining all necessary parameters.

Существует большое количество структурно-неоднородных материалов как естественного (горные породы, трабекулярная костная ткань), так и искусственного происхождения (пеностекло, газобетон, высокопористый пироуглерод), физические свойства которых во многом определяются их внутренним строением [1-4]. Методы количественной стереологии широко применяются для описания структурных особенностей анизотропных пористых и зернистых материалов [1, 5, 6].

Одним из наиболее удачных способов описания внутренней структуры пористых материалов является симметричный, положительно определенный тензор второго ранга, известный как тензор структуры (*fabric tensor*) \mathbf{H} [1, 2, 6, 7]. Тензор структуры позволяет компактно в тензорной форме описать структурную анизотропию пористых материалов, причем его главные значения характеризуют приоритетные направления распределения элементов структуры исследуемого образца.

В общем случае процедура измерения параметров, необходимых для построения тензора структуры, достаточно трудоемка, поэтому компьютерная автоматизация данного процесса является актуальной проблемой, способной существенно облегчить обработку изображений внутренней структуры образцов исследуемого материала.

Алгоритм построения тензора структуры, реализован в виде проблемно-ориентированного программного комплекса, который позволяет автоматизировать процедуру построения тензора структуры для различных пористых материалов [2, 7, 9].

Для построения тензора структуры необходимо определить ряд вспомогательных стереометрических величин. В результате может быть определена величина, известная как среднее расстояние между порами L_b :

$$L_b(\theta) = 2 \frac{\sum l}{I(\theta)} A_{Ab}, \quad (1)$$

где $\sum l$ – суммарная длина тестовых линий, $I(\theta)$ – число пересечений между линиями сетки и границами «материал – пора», A_{Ab} – относительная площадь кости в исследуемом образце [1, 4] (рис. 1).

Известно [5, 7, 8], что в трехмерном случае среднее расстояние между порами $L_b(\theta)$ может быть представлено в виде эллипсоида. Поэтому можно ввести эквивалентный симметричный, положительно определенный тензор второго ранга – тензор анизотропии \mathbf{M} . Тензор структуры, алгебраически связанный с тензором анизотропии, принято [1, 5, 7] определять как:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{M}^{-1})^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

Для поиска среднего расстояния между порами и построения тензоров анизотропии и структуры был разработан алгоритм поиска, подробно описанный в работах [2, 6]. Описанная измерительная процедура была реализована в виде комплекса проблемно-ориентированных программ.

Для верификации разработанной программы было проведено стереологическое исследование ряда абстрактных тестовых идеализированных структур, чью степень анизотропии не представляет труда определить визуально [6, 7]. Также был исследован образец трабекулярной костной ткани, для которого тензор структуры был определен ранее в полуавтоматическом режиме [6].

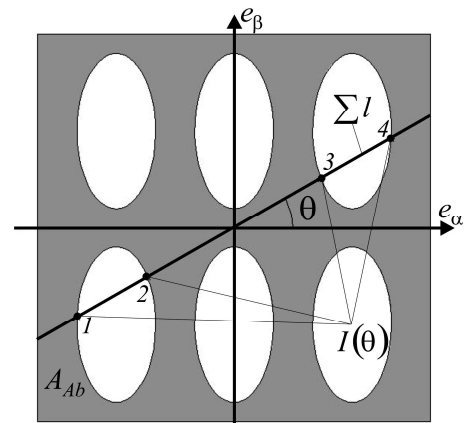


Рис. 1. Определение среднего расстояния между порами для одной тестовой линии в системе координат $(e_\alpha - e_\beta)$ [6]

Полученные результаты не противоречили природной действительности, совпадали с ранее полученными данными для аналогичных пористых структур и описывали степень анизотропии исследованных структур с высокой степенью точности.

После того как результаты верификации были признаны удовлетворительными, программный продукт был использован для анализа структуры образцов пористых строительных материалов (автоклавного и неавтоклавного газобетона) (рис. 2-4).



Рис. 2. Образцы пористых материалов: автоклавный и неавтоклавный газобетон

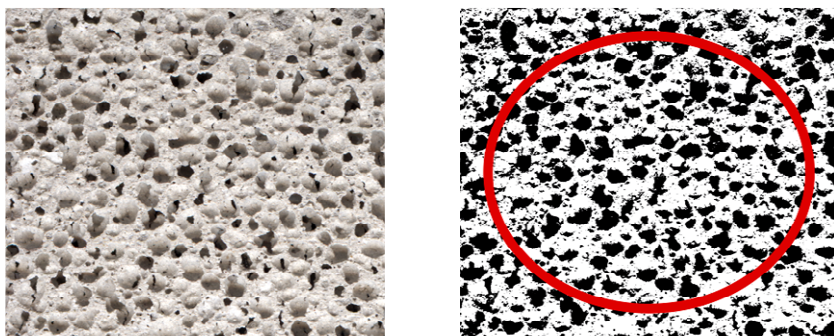


Рис. 3. Образец автоклавного газобетона и бинаризованное изображение представленной структуры (справа) с изображенным эллипсом структуры

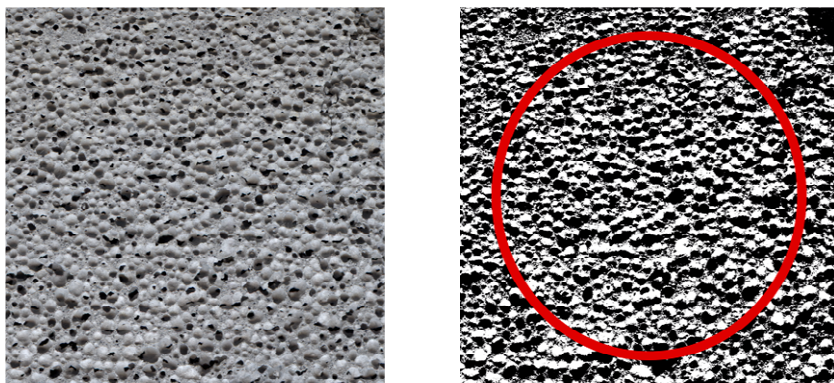


Рис. 4. Образец неавтоклавного газобетона и бинаризованное изображение представленной структуры (справа) с изображенным эллипсом структуры

Из полученных результатов видно, что тензор структуры может быть использован для описания стереометрических характеристик ячеистых бетонов, а разработанный программный комплекс позволяет автоматизировать процесс определения требуемых параметров.

Финансирование. Исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № FSNM-2023-0003.

Список литературы

1. Cowin S.C. Bone mechanics handbook. Second edition. – New York: CRC Press, 2001. – 1136 p.
2. Киченко А.А., Тверье В.М., Сотин А.В. Математическое моделирование структуры губчатой костной ткани с использованием тензора структуры // Математические методы в технологиях и технике. – 2023. – № 9. – С. 41-44.
3. Южаков К.Н., Мезенцева Ю.А. Дисперсное армирование ячеистых бетонов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Урбанистика. – 2011. – № 3 (3). – С. 83-90.
4. Южаков К.Н., Пермьяков А.С., Семейных Н.С., Мезенцева Ю.А. Ячеистые бетоны совмещенного структурообразования, модифицированные нанокремнеземными системами // Master's Journal. – 2013. – № 1. – С. 202-209.
5. Harrigan T.P., Mann R.W. Characterization of microstructural anisotropy in orthotropic materials using a second rank tensor // Journal of Materials Science. 1984, vol. 19, pp. 761-767.
6. Киченко А.А., Тверье В.М., Няшин Ю.И., Заборских А.А. Экспериментальное определение тензора структуры трабекулярной костной ткани // Российский журнал биомеханики. – 2011. – Т. 15, № 4. – С. 78-93.
7. Киченко А.А. Перестройка структуры губчатой костной ткани: математическое моделирование // Российский журнал биомеханики. – 2019. – Т. 23, № 3. – С. 336-358.
8. Киченко А.А. Математическое моделирование адаптации губчатой костной ткани применительно к зубочелюстной системе человека // Прикладная математика и вопросы управления. – 2020. – № 3. – С. 35-48.
9. Киченко А.А. Описание адаптации трабекулярной костной ткани посредством тензора структуры на примере зубочелюстной системы человека // XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике: сборник тезисов докладов в 4-х томах, Санкт-Петербург, 21-25 августа 2023 г. – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. – Т. 4. – С. 58-60.

Сведения об авторах:

Киченко Александр Александрович – старший преподаватель кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика»;

Сотин Александр Валерьевич – к.т.н., доцент кафедры «Вычислительная математика, механика и биомеханика»;

Южаков Константин Николаевич – к.пед.н., доцент кафедры «Строительный инжиниринг и материаловедение».