

## СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ДИСЛОКАЦИИ И ДИСЛОКАЦИОННОЕ ВНУТРЕННЕЕ ТРЕНИЕ В БЕЗДИССИПАТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ТОЧЕЧНЫМИ ДЕФЕКТАМИ

*Дежин В.В.*

*Воронежский государственный технический университет, Воронеж*

**Ключевые слова:** краевая дислокация, точечные дефекты, обобщенная восприимчивость, собственные колебания, внутреннее трение.

**Аннотация.** Рассмотрены малые колебания прямолинейной краевой дислокации в долине Пайерлса бездиссипативного кристалла с учетом упругого взаимодействия с точечными дефектами. Записана соответствующая обобщенная восприимчивость краевой дислокации. Получено уравнение для собственных частот колебаний краевой дислокации и выражение для дислокационного внутреннего трения. Для конкретного материала найдены собственные частоты колебаний краевой дислокации и построены графики частотной зависимости внутреннего трения.

## NATURAL OSCILLATIONS OF RECTILINEAR EDGE DISLOCATION AND DISLOCATION INTERNAL FRICTION IN NON-DISSIPATIVE CRYSTAL UPON INTERACTION WITH POINT DEFECTS

*Dezhin V.V.*

*Voronezh State Technical University, Voronezh*

**Keywords:** edge dislocation, point defects, generalized susceptibility, natural oscillations, internal friction.

**Abstract.** Small oscillations of a rectilinear edge dislocation in the Peierls valley of a non-dissipative crystal are considered, taking into account elastic interaction of the dislocation with point defects. Corresponding generalized susceptibility of the edge dislocation is written down. Equation for natural frequencies of edge dislocation oscillations and expression for dislocation internal friction are obtained. For specific material, natural frequencies of edge dislocation oscillations are found and graphs of frequency dependence for internal friction are plotted.

При циклических нагрузках на кристаллические материалы возбуждаются колебания дислокаций (линейных дефектов кристалла). Впервые закон дисперсии таких колебаний найден в работе [1] без учета кристаллического рельефа и взаимодействия с точечными дефектами. Колебания дислокации исследованы также в работе [2]. Наиболее полно условия возникновения локальных и квазилокальных колебаний дислокации проанализированы в книге [3]. В работах [4, 5] с использованием функции линейного отклика (обобщенной восприимчивости) исследованы малые колебания дислокации в изотропной сплошной среде и в долине кристаллического рельефа (рельефа Пайерлса). Влияние близлежащих точечных дефектов (облаков Коттрелла) на колебательный спектр дислокации не рассматривалось. Колебание дислокации (в общем случае ускоренное движение) сопровождается излучением упругих волн [6-8], которое приводит к радиационному торможению дислокации. Торможение дислокаций вызывает в свою очередь внутреннее трение в кристалле [9-11].

В настоящей работе на основе работ [12, 13, 5] исследовано влияние упругого взаимодействия краевой дислокации с точечными дефектами [14-16] на собственные частоты колебаний краевой дислокации и дислокационное внутреннее трение.

Из работ [5, 13] находим выражение для обратной обобщенной восприимчивости краевой дислокации с учетом рельефа Пайерлса и взаимодействия с цепочкой точечных дефектов, расположенных вдоль дислокации. Получаем  $\alpha_{\omega}^{-1}(q) = Ac + \pi\sigma_P + g_{\omega}^{-1}(q)$ , где  $\omega$  – частота колебаний краевой дислокации,  $q$  – компонента волнового вектора вдоль линии дислокации,  $c$  – линейная плотность точечных дефектов,  $A = \frac{2}{3\pi} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\mu b |\Omega|}{d^3}$ ,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\mu$  – модуль сдвига,  $b$  – длина вектора Бюргера дислокации,  $\Omega$  – изменение объема кристалла, вызванное одним точечным дефектом,  $d$  – расстояние между точечным дефектом и плоскостью скольжения краевой дислокации,  $\sigma_P$  – напряжение Пайерлса для краевой дислокации,  $g_{\omega}^{-1}(q)$  – обратная обобщенная восприимчивость изолированной краевой дислокации [12]. В случае прямолинейной краевой дислокации  $q = 0$  и обратная обобщенная восприимчивость примет вид

$$\alpha_{\omega}^{-1}(0) = \frac{\mu b^2}{8\pi} \left[ \frac{16}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{|\Omega|c}{bd^3} + \frac{8\pi^2 \sigma_P}{\mu b^2} - \frac{\omega^2}{s_t^2} \ln \frac{\omega_t^2}{\omega^2} - \gamma \frac{\omega^2}{s_l^2} \ln \frac{\omega_l^2}{\omega^2} - i\pi(1+\gamma^2) \frac{\omega^2}{s_t^2} \right]. \quad (1)$$

Здесь  $s_t$  и  $s_l$  – скорости поперечных и продольных звуковых волн,  $\gamma = s_t^2/s_l^2$ ,  $\omega_{t,l} = s_{t,l}q_m$ ,  $q_m$  – максимальное волновое число. Частоты собственных колебаний краевой дислокации находим из решения уравнения  $\text{Re} \alpha_{\omega}^{-1}(0) = 0$ :

$$\frac{16}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{|\Omega|cs_t^2}{bd^3} + \frac{8\pi^2 \sigma_P s_t^2}{\mu b^2} = \omega^2 \left( \ln \frac{\omega_t^2}{\omega^2} + \gamma^2 \ln \frac{\omega_l^2}{\omega^2} \right). \quad (2)$$

Заменой переменных

$$\frac{16}{3} \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{|\Omega|cs_t^2}{bd^3} = \omega_c^2, \quad \frac{8\pi^2 \sigma_P s_t^2}{\mu b^2} = \omega_P^2, \quad \frac{\omega_c^2}{\omega_t^2} = \zeta_c, \quad \frac{\omega_P^2}{\omega_t^2} = \zeta_P, \quad \frac{\omega^2}{\omega_t^2} = \zeta \quad (3)$$

Преобразуем уравнение (2) к виду

$$\zeta_c + \zeta_P = \varphi(\zeta) = -\zeta[(1+\gamma^2)\ln \zeta + \gamma^2 \ln \gamma]. \quad (4)$$

Рассмотрим внутреннее трение  $Q^{-1}$ , вызванное радиационным торможением прямолинейной краевой дислокации. Для энергии, диссипируемой за период колебаний, используя формулу из [17], получим

$$\Delta W = \pi \text{Im}[\alpha_{\omega}(0)](\sigma b)^2 = \frac{8\pi^2 \sigma^2}{\rho} \frac{\pi(1+\gamma^2)\omega|\omega|}{[\omega_c^2 + \omega_P^2 - \omega^2 m(\omega)]^2 + \pi^2(1+\gamma^2)^2 \omega^4}, \quad (5)$$

где  $\sigma$  – амплитуда внешнего напряжения, действующего на дислокацию,  $\rho$  – плотность кристалла,  $m(\omega) = \ln(\omega_t^2/\omega^2) + \gamma^2 \ln(\omega_l^2/\omega^2)$ . Тогда имеем

$$Q^{-1} = \frac{\Delta W}{W} \rho_d = \frac{16\pi^3(1+\gamma^2)s_t^2 \theta \rho_d \omega^2}{[\omega_c^2 + \omega_P^2 - \omega^2 m(\omega)]^2 + \pi^2(1+\gamma^2)^2 \omega^4}. \quad (6)$$

Здесь  $W = \sigma_0^2 / (2\mu)$  – общая колебательная энергия на единицу объема кристалла,  $\sigma_0$  – амплитуда внешнего напряжения,  $\rho_d$  – плотность краевых дислокаций в кристалле,  $\theta = \sigma^2 / \sigma_0^2$  – ориентационный фактор дислокаций.

В качестве конкретного материала рассмотрим кристалл алюминия, легированный медью. Кристаллы алюминия и меди имеют ГЦК решетку, атомы меди являются точечными дефектами типа «атомы замещения». Плоскость скольжения краевой дислокации (111), вектор Бюргера расположен вдоль направления (110). Атомные объемы для алюминия и меди  $1.66 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$  и  $1.18 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$ ; для кристалла алюминия:  $a = 4.05 \cdot 10^{-10} \text{ м}$  – параметр решетки,  $d_{111} = a / \sqrt{3} = 2.34 \cdot 10^{-10} \text{ м}$  – расстояние между плоскостями скольжения,  $b = 2.86 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $\mu = 2.65 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ,  $\nu = 0.33$ ,  $s_t = 3130 \text{ м/с}$ ,  $s_l = 6400 \text{ м/с}$  [18, 19],  $\sigma_p / \mu = 5 \cdot 10^{-5}$  [20, 21].

Примем  $q_m = 10^{10} \text{ м}^{-1}$  и из формул (3) вычислим  $\omega_p^2 = 4.73 \cdot 10^{23} \text{ с}^{-2}$  и  $\zeta_p = 4.83 \cdot 10^{-4}$ . Найдем частоты  $\omega_0$  собственных колебаний прямолинейной краевой дислокации из графического решения уравнения (4) (рис. 1).

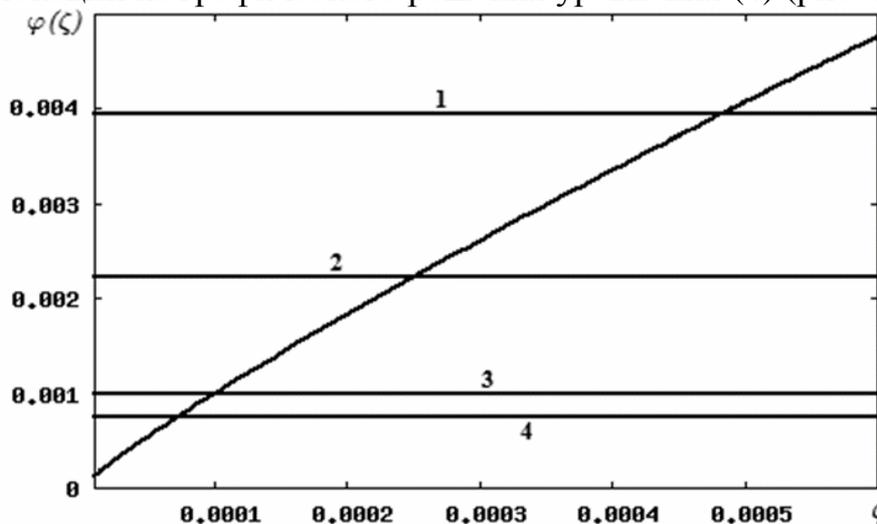


Рис. 1. Графическое решение уравнения (4) для различных значений  $d$  и  $c$ :

1 –  $d = 4.68 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $c = 2 \cdot 10^8 \text{ м}^{-1}$ ; 2 –  $d = 4.68 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $c = 10^8 \text{ м}^{-1}$ ;

3 –  $d = 7.01 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $c = 10^8 \text{ м}^{-1}$ ; 4 –  $d = 7.01 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $c = 5 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$

Из рисунка 1 получаем: 1) при  $d = 4.68 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $c = 2 \cdot 10^8 \text{ м}^{-1}$  собственная частота  $\omega_0 = 6.89 \cdot 10^{11} \text{ Гц}$ ; 2) при  $d = 4.68 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $c = 10^8 \text{ м}^{-1}$  собственная частота  $\omega_0 = 4.97 \cdot 10^{11} \text{ Гц}$ ; 3) при  $d = 7.01 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $c = 10^8 \text{ м}^{-1}$  собственная частота  $\omega_0 = 3.13 \cdot 10^{11} \text{ Гц}$ ; 4) при  $d = 7.01 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $c = 5 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  собственная частота  $\omega_0 = 2.67 \cdot 10^{11} \text{ Гц}$ . Видно, что при увеличении расстояния между краевой дислокацией и точечными дефектами и увеличении расстояния между точечными дефектами значение частоты собственных колебаний прямолинейной краевой дислокации уменьшается. Это объясняется уменьшением взаимодействия краевой дислокации с точечными дефектами, а, следовательно, и уменьшением эффективной жесткости краевой дислокации.

Заметим, что значения расстояния от краевой дислокации до точечных дефектов были взяты в интервале  $b < d < 4a$ . Условие  $d > b$  соответствует тому, что уравнение (4) получено в приближении линейной теории упругости, поэтому должно выполняться  $d > r_0$ , где  $r_0$  – радиус ядра дислокации, а  $r_0 \sim b$ . При расстояниях  $d > 4a$  энергия термических флуктуаций становится сравнимой с энергией взаимодействия между краевой дислокацией и точечными дефектами и цепочка точечных дефектов размывается.

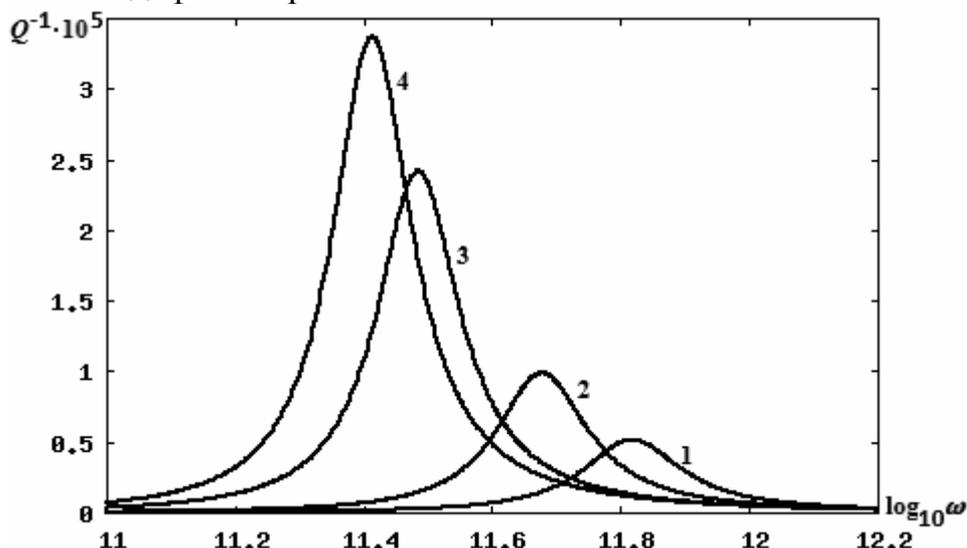


Рис. 2. Частотная зависимость внутреннего трения для различных  $d$  и  $c$  :

1 –  $d = 4.68 \cdot 10^{-10}$  м,  $c = 2 \cdot 10^8$  м<sup>-1</sup>; 2 –  $d = 4.68 \cdot 10^{-10}$  м,  $c = 10^8$  м<sup>-1</sup>;

3 –  $d = 7.01 \cdot 10^{-10}$  м,  $c = 10^8$  м<sup>-1</sup>; 4 –  $d = 7.01 \cdot 10^{-10}$  м,  $c = 5 \cdot 10^7$  м<sup>-1</sup>

Используя формулу (6) находим внутреннее трение, вызванное излучением упругих волн колеблющейся прямолинейной краевой дислокацией. Примем значения  $\rho_d = 10^{10}$  м<sup>-2</sup>,  $\theta = 0.5$  и построим частотную зависимость  $Q^{-1}(\omega)$  для различных значений  $d$  и  $c$  (рис. 2). Из рисунка 2 видно существование пиков внутреннего трения резонансного типа. Получим значения частот, соответствующих максимумам внутреннего трения (пикам кривых на рис. 2) для различных  $d$  и  $c$ : 1)  $\omega_m = 6.58 \cdot 10^{11}$  Гц, 2)  $\omega_m = 4.76 \cdot 10^{11}$  Гц, 3)  $\omega_m = 3.06 \cdot 10^{11}$  Гц, 4)  $\omega_m = 2.59 \cdot 10^{11}$  Гц. Заметим, что частоты  $\omega_m$  меньше соответствующих частот  $\omega_0$  собственных колебаний прямолинейной краевой дислокации. Это обусловлено наличием радиационного трения прямолинейной краевой дислокации. Малые значения разницы  $\omega_0 - \omega_m$  объясняются малой величиной радиационного трения. С увеличением расстояния между прямолинейной краевой дислокацией и точечными дефектами, и увеличением среднего расстояния между точечными дефектами высота пиков внутреннего трения увеличивается и пики смещаются влево по частоте. Такое поведение кривых частотной зависимости внутреннего трения объясняется уменьшением взаимодействия краевой дислокации с точечными дефектами. При уменьшении взаимодействия амплитуда колебаний краевой дислокации увеличивается и соответственно потери энергии за период колебаний увеличиваются.

**Список литературы**

1. Lifshitz I.M., Kosevich A.M. The dynamics of a crystal lattice with defects // Reports on Progress in Physics. 1966, vol. 29, pp. 217-254.
2. Ninomiya T. Eigenfrequencies in a dislocated crystal // Fundamental aspects of dislocations theory. – New York: National Bureau of Standards, Spec. Publ. 317, 1970. – V. I. – P. 315-357.
3. Kosevich A.M. The Crystal Lattice: Phonons, Solitons, Dislocations, Superlattices. – Weinheim: Wiley-VCH, 2005. – 345 p.
4. Bataronov I.L., Dezhin V.V. On the natural small vibrations of dislocation in an isotropic medium // Journal of Physics: Conference Series. 2017, vol. 936, pp. 012035.
5. Батаронов И.Л., Дежин В.В. Обобщенная восприимчивость и колебания дислокации в рельефе Пайерлса // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2018. – Т. 15, № 4. – С. 500-505.
6. Eshelby J.D. Dislocations as a cause of mechanical damping in metals // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. 1949, vol. 197, is. 1050, pp. 396-416.
7. Нацик В.Д. Радиационное торможение дислокационных петель // Физика твердого тела. – 1966. – Т. 8, № 7. – С. 2244-2246.
8. Vinogradov A., Yasnikov I.S., Merson D.L. Phenomenological approach towards modelling the acoustic emission due to plastic deformation in metals // Scr. Mater. 2019, vol. 170, pp. 172-176.
9. Granato A.V., Lucke K. Theory of mechanical damping due to dislocations // Journal of Applied Physics. 1956, vol. 27, no. 6, pp. 583-593.
10. Granato A.V., Lucke K. Application of dislocation theory to internal friction phenomena at high frequencies // Journal of Applied Physics Phys. 1956, vol. 27, no. 7, pp. 789-805.
11. Blanter M.S., Golovin I.S., Neuhäuser H., Sinning H.-R. Internal Friction in Metallic Materials. – Berlin: Springer-Verlag, 2007. – 539 p.
12. Батаронов И.Л., Дежин В.В., Рошупкин А.М. Влияние центров пиннинга и рельефа Пайерлса на обобщенную восприимчивость дислокаций в реальных кристаллах // Известия РАН. Серия физическая. – 1993. – Т. 57, № 11. – С. 97-105.
13. Батаронов И.Л., Дежин В.В., Рошупкин А.М. Функция отклика дислокации, взаимодействующей с точечными дефектами // Известия РАН. Серия физическая. – 1995. – Т. 59, № 10. – С. 60-64.
14. Nabarro F.R.N. Theory of crystal dislocations. – Oxford: Clarendon Press, 1967. – 821 p.
15. Судзуки Т., Есинага Х., Такеути С. Динамика дислокаций и пластичность. – М.: Мир, 1989. – 296 с.
16. Gremaud G., Dislocation-point defect interactions // Materials Science Forum. 2001, vol. 366, pp. 178-246.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. V. Статистическая физика. Ч. I. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 616 с.
18. Свойства элементов. Ч. 1. Физические свойства / Под ред. Г.В. Самсонова. – М.: Металлургия, 1976. – 600 с.
19. CRC Handbook of Chemistry and Physics / Ed. by W.M. Haynes. – Boca Raton: Taylor & Francis, 2014. – 2663 p.
20. Shin I., Carter E. A. Possible origin of the discrepancy in Peierls stresses of fcc metals: first-principles simulations of dislocation mobility in aluminum // Physical Review B. 2013, vol. 88, p. 064106.
21. Xu S., Mianroodi J.R., Hunter A., Svendsen B., Beyerlein I.J., Comparative modeling of the disregistry and Peierls stress for dissociated edge and screw dislocations in Al // International Journal of Plasticity. 2020, vol. 129, pp. 102689.

**Сведения об авторе:**

*Дежин Виктор Владимирович* – к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики и физико-математического моделирования.