

## К ВОПРОСУ О ФОТОФОРЕЗЕ ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ КАПЛИ В ВЯЗКОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СРЕДЕ

*Малай Н.В., Сохань П.В., Шостак Ю.И.*

*Белгородский государственный национальный исследовательский университет,  
Белгород*

**Ключевые слова:** фотофорез, движение капель в поле электромагнитного излучения, движение частиц под действием внутренних источников тепла, фотофорез испаряющейся капли, обтекание неравномерно нагретой капли, поведение нагретых летучих частиц в вязких газообразных средах.

**Аннотация.** В квазистационарном приближении при малых числах Рейнольдса и Пекле исследовано влияние на фотофорез нагрева поверхности испаряющейся капли сферической формы. При описании свойств газообразной среды учитывался степенной вид зависимости коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности, диффузии) и плотности газообразной среды от температуры. Численные оценки показали нелинейный характер зависимости силы и скорости фотофореза от средней температуры поверхности капли

## ON THE ISSUE OF PHOTOPHORESIS OF AN EVAPORATING DROPLET IN A VISCOUS NON-ISOTHERMAL BINARY GAS MEDIUM

*Malai N.V., Sohan P.V., Shostak Yu.I.*

*Belgorod State National Research University, Belgorod*

**Keywords:** photophoresis, movement of droplets in the field of electromagnetic radiation, movement of particles under the action of internal heat sources, photophoresis of an evaporating droplet, flow around an unevenly heated droplet, behavior of heated volatile particles in viscous gaseous media

**Abstract.** The effect of heating the surface of an evaporating spherical droplet on photophoresis is investigated in the quasi-stationary approximation for small Reynolds and Pecle numbers. When describing the properties of a gaseous medium, a power-law type of dependence of the coefficients of molecular transport (viscosity, thermal conductivity, diffusion) and the density of the gaseous media on temperature was taken into account. Numerical estimates have shown the nonlinear nature of the dependence of the strength and speed of photophoresis on the average temperature of the droplet surface

Явление фотофореза возникает при взаимодействии электромагнитного излучения с частицей. Внутри частицы происходит выделение тепловой энергии, с некоторой объемной плотностью  $q_i$ , которая неоднородно нагревает ее поверхность. Газ, взаимодействуя с неоднородно нагретой поверхностью, начинает двигаться вдоль поверхности в направлении возрастания температуры. Это явление называется тепловым скольжением газа, и оно вызывает появление фотофоретической силы. Под действием фотофоретической силы частица начинает двигаться. Наряду с фотофоретической силой на частицу действует сила вязкого сопротивления среды. Когда обе эти силы уравниваются по величине, частица начинает двигаться равномерно с постоянной скоростью, которую называют фотофоретической скоростью.

Интерес к исследованию этого явления (несмотря на то, что оно было открыто в начале 20 века) не ослабевает, а только растет. Открываются все новые

области применения, например, [1, 2]. Все это делает фотофорез привлекательным методом, как для фундаментальных исследований, так и для практических приложений.

В последнее время возрос интерес к изучению фотофореза при значительных перепадах температуры в окрестности частицы, т.е. случай, когда средняя температура поверхности частицы по величине существенно отличается от температуры газообразной среды вдали от нее.

Рассмотрим крупную летучую каплю сферической формы радиуса  $R$  с плотностью  $\rho_i$ , теплопроводностью  $\lambda_i$ , вязкостью  $\mu_i$ , взвешенную в вязкой неизотермической бинарной газовой смеси с плотностью  $\rho_e$ , теплопроводностью  $\lambda_e$ , коэффициентом взаимной диффузии  $D_{12}$ , вязкостью  $\mu_e$  и внутри которой действуют тепловые источники плотностью  $q_i$ .

При описании свойств газовой смеси, учитывается степенной вид зависимости коэффициентов молекулярного переноса от температуры:  $\mu_e(t_e) = \mu_\infty t_e^\beta$ ,  $\lambda_e(t_e) = \lambda_\infty t_e^\alpha$ ,  $D_{12}(t_e) = D_\infty t_e^{1+\omega}$ ,  $\lambda_i(t_i) = \lambda_{i0} t_i^\gamma$ ,  $\rho_e = \rho_\infty / t_e$ ,  $t_e = T_e / T_\infty$ ,  $t_i = T_i / T_\infty$ , где  $\mu_\infty = \mu_e(T_\infty)$ ,  $\rho_\infty = \rho_e(T_\infty)$ ,  $\lambda_\infty = \lambda_e(T_\infty)$ ,  $D_\infty = D_{12}(T_\infty)$ ,  $\lambda_{i0} = \lambda_i(T_\infty)$ ,  $0.5 \leq \alpha, \beta, \omega \leq 1$ ,  $-1 \leq \gamma \leq +1$ . Индексы “ $e$ ” и “ $i$ ” здесь и далее относятся к бинарной газовой смеси и частице соответственно; индексом “ $S$ ” обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы и индексом “ $\infty$ ” – физические величины, характеризующие газовую среду вдали от капли.

Система газодинамических уравнений, включающая линеаризованную по скорости систему уравнений Навье-Стокса, уравнения теплопроводности и диффузии

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} P_e &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu_e \left[ \frac{\partial U_k^{(e)}}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^{(e)}}{\partial x_k} - \frac{2}{3} \delta_k^j \frac{\partial U_n^{(e)}}{\partial x_n} \right] \right\}, \operatorname{div}(\rho_e U_e) = 0, \\ \mu_i \Delta U_i &= \nabla P_i, \operatorname{div} U_i = 0, \\ \operatorname{div}(\lambda_e \nabla T_e) &= 0, \operatorname{div}(\lambda_i \nabla T_i) = -q_i, \operatorname{div} \left( \frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e} D_{12} \nabla C_1 \right) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

решалась в сферической системе координат методом, разработанный в работах [3, 4]. Здесь введены следующие обозначения:  $C_1 = n_1 / n_e$ ,  $C_2 = n_2 / n_e$ ,  $n_e = n_1 + n_2$  – полное количество молекул в единице объема смеси,  $\rho_1 = n_1 m_1$ ,  $\rho_2 = n_2 m_2$ ,  $\rho_e = \rho_1 + \rho_2$ ,  $m_1, n_1$  и  $m_2, n_2$  масса и численная концентрация молекул первого и второго компонентов смеси. Первая компонента удовлетворяет условию  $C_1 \ll C_2$ . Это неравенство означает, что испарение капли протекает в диффузионном режиме, т.е. основное влияние на процесс тепло- и массопереноса в окрестности капли оказывает молекулярная диффузия. Молекулы конденсированной фазы испаряются или конденсируются при числах Маха, много меньших единицы.

Система уравнений (1) решалась со следующими краевыми условиями:

$$\lim_{y=1} \left( n_2 U_r^{(e)} + D_{12} \frac{n_e^2 m_1}{\rho_e R} \frac{\partial C_1}{\partial y} \right) = 0, \quad \lim_{y=1} \left( n_1 U_r^{(e)} - D_{12} \frac{n_e^2 m_2}{\rho_e R} \frac{\partial C_1}{\partial y} \right) = \lim_{y=1} (n_{1i} U_r^{(i)}), \quad (2)$$

$$\lim_{y=1} (U_\theta^{(e)} - U_\theta^{(i)}) = \lim_{y=1} \left( K_{TS}^{(o)} \frac{v_e}{RT_e} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} + K_{DS}^{(o)} \frac{D_{12}}{R} \frac{\partial C_1}{\partial \theta} \right), \quad (3)$$

$$\lim_{y=1} \left( -\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial y} + \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial y} \right) = \lim_{y=1} \left( L \frac{n_e^2 m_1 m_2}{\rho_e} D_{12} \frac{\partial C_1}{\partial y} \right) - \lim_{y=1} (\sigma_0 \sigma_1 R (T_i^4 - T_\infty^4)), \quad (4)$$

$$\lim_{y=1} T_e = \lim_{y=1} T_i, \quad \lim_{y=1} C_1 = \lim_{y=1} (C_{1S}^{(H)}(T_{iS}) + C_{1S}^*(T_{iS}) \delta T_i), \quad (5)$$

$$\lim_{y=1} \left[ \mu_e \left( \frac{\partial U_\theta^{(e)}}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^{(e)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(e)}}{y} \right) + \frac{\partial \sigma}{\partial T_i} \frac{\partial T_i}{\partial \theta} \right] = \lim_{y=1} \left[ \mu_i \left( \frac{\partial U_\theta^{(i)}}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^{(i)}}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^{(i)}}{y} \right) \right], \quad (6)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} (U_r^{(e)} - U_\infty \cos \theta) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} (U_\theta^{(e)} + U_\infty \sin \theta) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} (P_e - P_\infty) = 0, \quad (7)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} (T_e - T_\infty) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} (C_1 - C_{1\infty}) = 0, \quad (8)$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} T_i \neq \infty, \quad \lim_{y \rightarrow 0} P_i \neq \infty, \quad \lim_{y=0} |U_i| \neq \infty. \quad (9)$$

Здесь  $x_k$  – декартовы координаты,  $U_k$  – компоненты массовой скорости в сферической системе координат ( $k = r, \theta$ ),  $y = r/R$ ,  $C_{1S}^{(H)}(T_{iS}) = n_{1S}^{(H)}/n_e$ ,  $n_{1S}^{(H)}$  – насыщенная концентрация молекул первого (испытывающего фазовый переход) компонента бинарной смеси, зависящая от средней температуры поверхности капли  $T_{iS}$ ,  $K_{TS}^{(o)}$ ,  $K_{DS}^{(o)}$  – коэффициенты теплового и диффузионного скольжений, которые определяются из решения в слое Кнудсена уравнения Больцмана. При коэффициентах аккомодации по энергии и тангенциального импульса равных единицы  $K_{TS}^{(o)} = 1.161$ ,  $K_{DS}^{(o)} = 0.3$  [3, 4],  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\sigma_0$  – постоянная Стефана-Больцмана,  $\sigma_1$  – интегральная степень черноты частицы,  $C_{1S}^* = \frac{1}{n_e} \frac{\partial n_{1S}^{(H)}}{\partial T_i}$  производная от насыщенной концентрации насыщенных паров капли, взятая при средней температуре поверхности капли,  $\delta T_i$  находится из граничных условий на поверхности капли;  $L$  – удельная теплота фазового перехода,  $U_\infty$  – величина скорости набегающего потока ( $U_\infty = |U_\infty|$ ),  $n_{1i}$  – число молекул в единице объема капли.

На поверхности капли ( $y = 1$ ) выполняются следующие краевые условия: непроницаемость поверхности для второго и непрерывность радиального потока для первого компонентов бинарной газовой смеси (2); разность касательных составляющих скоростей внутренней и внешней сред, равная сумме тепловой и диффузионной скоростей скольжений учтено в (3); в (4) учтено непрерывность радиальных потоков тепла с учетом тепла, идущего на фазовый переход вещества капли в первый компонент бинарной газовой смеси и излучение; равенство

температур и зависимость насыщенной концентрации от температуры при фазовом переходе учтены в (5) и непрерывность касательных составляющих тензора вязких напряжений с учетом зависимости коэффициента поверхностного натяжения от температуры учтено в (6). На большом расстоянии от испаряющейся капли (при  $y \rightarrow \infty$ ) справедливы граничные условия (7)-(8) и конечность физических величин (при  $y \rightarrow 0$ ), характеризующих каплю учтено в (9).

На основе проведенного исследования получены формулы для фотофоретической сила и скорости:

$$F_{ph} = -6\pi R \mu_{\infty} f_{ph} J_1 n_z, \quad U_{ph} = -\frac{f_{ph}}{f_{\mu}} J_1 n_z.$$

Здесь

$$f_{ph} = \frac{4}{3} \frac{G_1(1)}{\delta \lambda_{iS} T_{\infty} \left( N_1(1) + N_4(1) \frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}} \right)} \left\{ K_{TS}^{(0)} \frac{v_{eS}}{t_{eS}} + K_{DS}^{(0)} D_{12}^{(S)} C_{1S}^* T_{\infty} + \frac{R}{3\mu_{iS}} \frac{\partial \sigma}{\partial t_i} - \frac{D_{12}^{(S)} n_{\infty}^2}{n_{2\infty}} \frac{\Phi_1'(1)}{\Phi_1(1)} \left[ C_{1S}^* T_{\infty} \left( \frac{1}{n_{1i} t_{eS}} - a_1 \right) - (1 + \alpha - \omega) M_0 t_{eS}^{1+\alpha-\omega} \left( \left( \frac{1}{n_{1i} t_{eS}} - a_1 \right) \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. \times \left( 1 + 2 \frac{\Phi_1(1)}{\Phi_1'(1)} \right) - \frac{\ell^{(S)} \Phi_1(1)}{1 + \alpha \Phi_1'(1)} a_1 \right) \right] \right\}, \quad f_{\mu} = \frac{2}{3} \frac{N_2(1) + N_3(1) \frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}}{N_1(1) + N_4(1) \frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}}}, \\ a_0 = 1 + 4\sigma_0 \sigma_1 \frac{RT_{\infty}^3 t_{iS}^3}{\lambda_{iS}}, \\ N_1(1) = G_1(1)G_2'(1) - G_2(1)G_1'(1), \quad v_{eS} = v_e(T_{eS}), \quad \mu_{eS} = \mu_e(T_{iS}), \quad \mu_{iS} = \mu_i(T_{iS}), \\ N_3(1) = G_3(1)G_1''(1) - G_1(1)G_3''(1) + \left( 2 + \frac{\ell^{(S)}}{1 + \alpha} \right) \left( G_3(1)G_1'(1) - G_1(1)G_3'(1) \right), \\ N_4(1) = G_2(1)G_1''(1) - G_1(1)G_2''(1) + \left( 2 + \frac{\ell^{(S)}}{1 + \alpha} \right) \left( G_2(1)G_1'(1) - G_1(1)G_2'(1) \right), \\ N_2(1) = G_1(1)G_3'(1) - G_3(1)G_1'(1), \quad a_1 = \frac{m_1 G_4(1)}{\rho_{\infty} G_1(1)} \left( 1 - \frac{\mu_{eS}}{3\mu_{iS}} \frac{G_4'(1) + G_1(1) - G_4(1)}{G_4(1)} \right), \\ \delta = a_0 + 2 \frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} - L \frac{n_{\infty}^2 m_1 m_2}{\rho_{\infty} T_{\infty} \lambda_{iS} t_{eS}} D_{12}^{(S)} \frac{\Phi_1'(1)}{\Phi_1(1)} \left( C_{1S}^* T_{\infty} - (1 + \alpha - \omega) \left( 1 + 2 \frac{\Phi_1(1)}{\Phi_1'(1)} \right) M_0 t_{eS}^{\alpha-\omega} \right),$$

$n_z$  – единичный вектор в направлении оси  $Oz$ ,  $dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi$ ,

$J_1 = \frac{1}{V} \int_V q_i z dV$ ,  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ ,  $z = r \cos \theta$ ,  $\int_V q_i z dV$  – дипольный момент плотности

тепловых источников, через  $G_1(1)$ ,  $G_2(1)$  и т.д. обозначены значения

соответствующих функций, взятые при  $y=1$ , а через  $G_1'$ ,  $G_1''$  и т.д. первые и вторые производные от соответствующих функций. Явный вид функций, входящих в коэффициент  $f_{ph}$ , приведен в [3, 4].

Для иллюстрации влияния нагрева поверхности испаряющейся капли на силу фотофореза на рисунке 1 приведены графики зависимости функций  $f_{ph}^* = f_{ph} / f_{ph}|_{T_{iS}=800K}$ ,  $f_{phm}^* = f_{phm} / f_{phm}|_{T_{iS}=800K}$  от средней температуры поверхности частицы  $T_{iS}$  ( $800K \leq T_{iS} \leq 1300K$ ) крупной капли лития радиусом  $R = 30 \cdot 10^{-6}m$ , взвешенной в воздухе ( $T_\infty = 288K$ ,  $P_\infty = 10^5 Pa$ ,  $C_{1\infty} = 0.01$ ,  $\alpha = 0.765$ ,  $\beta = 0.693$ ,  $\omega = 0.652$ ).

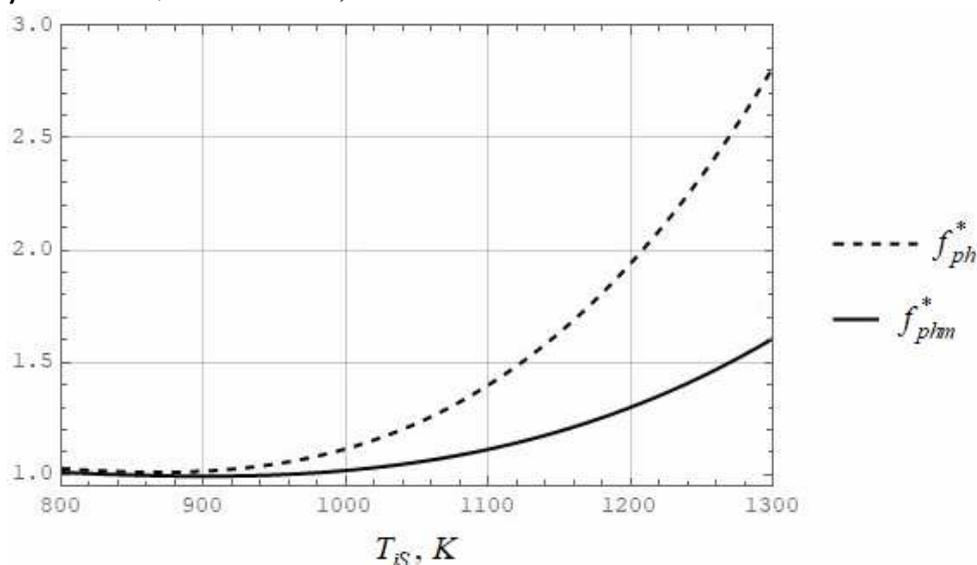


Рис. 1. Графики зависимости функций  $f_{ph}^*$  и  $f_{phm}^*$  от средней температуры поверхности частицы  $T_{iS}$

Функция  $f_{phm}^*$  оценивалась по формулам при малых относительных перепадах температуры [5], но коэффициенты молекулярного переноса брались при средней температуре поверхности капли. Из графиков видно, что формулы для силы и скорости фотофореза, полученные при малых относительных перепадах температуры дают существенную погрешность в случае неизотермической вязкой газообразной среды.

### Список литературы

1. Cortes J., Stanczak C., Azadi M., Narula M. et al. Photophoretic Levitation: Photophoretic Levitation of Macroscopic Nanocardboard Plates // *Advanced Materials*. 2020, vol. 32(16), pp. 207-227.
2. Schafer B., Kim J., Vlassak J., Keith D. Towards photophoretically levitating macroscopic sensors in the stratosphere // *Applied Physics (physics. app-ph.)*. 2022, pp. 1-39.
3. Малай Н.В., Рязанов К.С., Щукин Е.Р., Стукалов А.А. О силе, действующей на нагретую сферическую каплю, движущуюся в газообразной среде // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2011. – Т. 52, № 4. – С. 63-71.
4. Малай Н.В., Лиманская А.В., Щукин Е.Р. Решение краевой задачи для линеаризованного по скорости уравнения Навье-Стокса в случае неизотермического обтекания равномерно

нагретой сферы газообразной средой // Дифференциальные уравнения. – 2015. – Т. 51, № 10. – С. 1328-1338.

5. Yalamov Yu.I., Kutukov V.B., Shchukin, E.R. Theory of the photophoretic motion of the large-size volatile aerosol particle // Journal of Colloid and Interface Science. 1976, vol. 57(3), pp. 564-571.

Сведения об авторах:

*Малай Николай Владимирович* – д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры теоретической и экспериментальной физики;

*Сохань Павел Витальевич* – аспирант;

*Шостак Юлия Ивановна* – аспирант.