УДК 539.3 https://doi.org/10.26160/2542-0127-2022-10-85-90

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАТАСТРОФИЧЕСКОЙ СТАДИИ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ ДРЕВЕСИНЫ ПРИ ОДНООСНОМ СЖАТИИ

Гаврилов Т.А.
Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск

Ключевые слова: квазихрупкие материалы, деревянные конструкции, памятники архитектуры, функция поврежденности, катастрофическая стадия поврежденности, разрушение.

Аннотация. Статья посвящена вопросу разрушения квазихрупких материалов, на примере древесины. Особенностью квазихрупких материалов являются микро- и мезомасштабные поры и трещины, развитие которых с ростом нагрузки проявляется в катастрофической стадии накопления повреждений и разрушении. Авторами предложена модель для определения характеристик поврежденности древесины, изменений скорости и ускорения процесса накопления повреждений. Результаты моделирования согласуются с известными по литературе данными.

SIMULATION OF THE CATASTROPHIC STAGE OF WOOD DAMAGE ACCUMULATION UNDER UNIAXIAL COMPRESSION

Gavrilov T.A.
Petrozavodsk State University, Petrozavodsk

Keywords: quasi-brittle materials, wooden structures, architectural monuments, damage function, catastrophic damage stage, destruction.

Abstract. The article is devoted to the issue of destruction of quasi-brittle materials, on the example of wood. A feature of quasi-brittle materials is micro- and mesoscale pores and cracks, the development of which, with increasing load, manifests itself in a catastrophic stage of damage accumulation and destruction. The authors proposed a model for determining the characteristics of wood damage, changes in the rate and acceleration of the process of damage accumulation. The simulation results are consistent with the data known from the literature.

В настоящее время остаются актуальными проблемы прочности квазихрупких материалов, например, древесины. Древесина является ценным, возобновляемым и наиболее доступным строительным материалом. При несоблюдении правильного температурно-влажностного режима конструкции зданий и сооружений из древесины подвергаются биоразрушению. Основной причиной биоразрушения является изменение физико-механических свойств древесины под действием дереворазрушающих грибов. Биоразрушение древесины в строительных конструкциях значительно сокращает срок их эксплуатации и вызывает большие материальные потери. Не менее важной, чем материальные потери, является проблема частичной или полной утраты объектов культурного наследия в процессе биоразрушения деревянных конструкций памятников архитектуры.

Особенностью структуры квазихрупких материалов являются микро- и мезомасштабные поры и трещины, развитие которых с ростом нагрузки ведет к постепенной деструкции конгломерата частиц материала, что проявляется в нелинейности диаграммы нагрузка-деформация. Известно, что процесс деструкции твердых тел упорядочен, причем иерархия масштабов деструкции начинается с размеров кристаллической решетки и продолжается вплоть до размеров тектонических плит в геосредах. С учетом данных обстоятельств массив квазихрупкого материала можно рассматривать как некоторую конструкцию, механическое состояние и свойства которой зависят от воздействия на нее [1, 2]. Такую конструкцию можно рассматривать как макрообъект, состоящий из мезомасштабных элементов, механическое состояние которых и их взаимодействие друг с другом определяет прочность и жесткость квазихрупкого материала.

С увеличением нагрузки на конструкцию разрушаются наиболее «слабые» мезомасштабные элементы или их конгломераты, вследствие чего нагрузка перераспределяется на другие элементы, оставшиеся неразрушенными. Механические напряжения в этих элементах возрастают, что ведет к разрушению очередного «слабого» звена и т. д. Следовательно, среднестатистические значения напряжений в таком процессе непрерывно возрастают до завершения стадии разрушения квазихрупкого материала. Среднестатистические напряжения в испытаниях образца при одноосном сжатии или растяжении в каждый момент времени теоретически должны определяться путем деления величины нагрузки на площадь поперечного сечения образца, которая, вследствие повреждений мезомасштабных элементов, непрерывно уменьшается. Площадь, определенную с учетом повреждений называют эффективной площадью, а соответствующие напряжения – эффективными напряжениями. Эффективные свойства квазихрупких материалов определяют с использованием параметра поврежденности. Значения данного параметра изменяются в интервале [0, 1], т. е. параметр является функцией, зависящей от свойств материала и истории внешнего воздействия.

В стандартных методиках, например ASTM-C39, результат деления внешней для образца силы на начальную площадь поперечного сечения образца отождествляется с внутренним напряжением в материале образца. При таком подходе не учитывается отмеченное выше уменьшение площади поперечного сечения образца, поэтому найденное таким способом напряжение называют в литературе [3] кажущимся. Другими словами, в известных подходах предполагается, что закон изменения внешней для образца силы не имеет принципиальных отличий от закона изменения внутренних напряжений при деформировании образца. Однако известно, что на некоторой стадии деформирования процессы накопления повреждений существенно ускоряются, что сопровождается уменьшением эффективной площади поперечного сечения образца. Проблемы моделирования такой стадии деформирования материала относятся к наиболее актуальным и весьма сложным, для их решения используются современные численные и экспериментальные методы. Целью работы является разработка модели накопления повреждений квазихрупких материалов при одноосном сжатии.

Исходной точкой описания физической модели послужила известная интерпретация квазихрупкого материала как макроструктуры с несущими мезомасштабными элементами [1]. Предлагаемая модель построена с использованием следующих предположений: материал каждого элемента (до появления в нем трещин) подчиняется закону Гука; модуль упругости, прочность и другие физико-механические свойства материала каждого элемента без трещин не зависят от его размеров и истории силового воздействия; с увеличением внешней нагрузки на макроструктуру отдельные мезомасштабные элементы или их конгломераты достигают предельного состояния и разрушаются, вследствие чего эффективная площадь уменьшается и нагрузка перераспределяется на элементы, оставшиеся неразрушенными. Как следствие, среднестатистическое значение эффективных напряжений в материале оставшихся неразрушенными мезомасштабных элементов возрастает; разрушение мезомасштабных элементов и их конгломератов ведет к уменьшению эффективной площади и снижению сопротивления макроструктуры внешнему силовому воздействию, что соответствует нисходящей ветви диаграммы «нагрузка – перемещение». Хорошо известный феномен разрушения названной выше макроструктуры на нисходящей ветви диаграммы позволяет предположить, что эффективные напряжения (т.е. напряжения в материале мезомасштабных элементов) растут. Рост эффективных напряжений ограничен прочностью мезомасштабных элементов.

Как отмечено выше, разрушение квазихрупких образцов идет в режиме с обострением, когда на некоторой стадии деформирования процессы накопления повреждений существенно ускоряются. В работах по механике разрушения процесс накопления повреждений характеризуется функцией поврежденности. Функция поврежденности может быть получена различными способами; в данной работе кратко рассмотрены два способа, один из которых позволил определить количественные характеристики скорости и ускорения процесса с обострением.

Одна из таких функций, которую рассмотрим более подробно, базируется на известных по литературе результатах испытаний мрамора, песчаника и гранита. Соответствующий, обзор приведен в статье [3]. Указанное выше уменьшение эффективной площади количественно определяется с использованием функции поврежденности $D\,(\varepsilon)$ где ε – относительная деформация ($\varepsilon = \Delta L \,/\, L_0$ для образца длиной L_0). Функция $D\,(\varepsilon)$ изменяется от нуля (повреждений нет) до единицы (материал полностью поврежден). Замечено, что адекватной моделью функции $D = D\,(\varepsilon)$, может быть кривая, относящаяся к классу сигмоид; такие функции часто появляются в различных приложениях. Существование множества функций данного класса предопределяет, соответственно, не единственность функции поврежденности.

В работе [3] сигмоидальная функция $D\,(\varepsilon)$ получена с использованием следующей логики. Пусть при некотором значении ε количество дефектов (поврежденность) определено значением D. По мере увеличения деформации ε количество дефектов возрастает, т.е. $\mathrm{d}D \,/\, \mathrm{d}\varepsilon = rD$, где r – коэффициент пропорциональности. Однако количество неповрежденного материала (как и эффективная площадь) уменьшается с увеличением ε. В почти полностью поврежденном образце рост дефектов прекратится. Такой процесс в работе [3] моделируется с использованием уравнения $\mathrm{d}D \,/\, \mathrm{d}\varepsilon = rD\,(1 - D)$. Решение этого уравнения: $D = 1 / (1 + \exp(a - r\varepsilon))$, где a и r – параметры подгонки модели. Относительно этой функции появляется вопрос: не являются ли параметры a и r избыточными (пусть и не для всех материалов и условий)? Правомерность такого вопроса объясняется следующим. Скорее всего, эти параметры зависят от экспериментально найденных деформаций $\varepsilon_{extr}^{test}$ и напряжений σ_{extr}^{test}, соответствующих экстремуму функции $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ (если такой экстремум существует). Деформации ε и эффективные напряжения $\tilde{\sigma}$, в свою очередь, связаны с потенциальной энергией деформации, приходящейся на единицу объема линейно деформируемого материала $w = \tilde{\sigma}\varepsilon / 2 = \tilde{\sigma}^2 / (2\tilde{E}) = \varepsilon^2 \tilde{E} / 2$. Поэтому, в рамках эвристического подхода, можно предположить, что результаты испытаний содержат информацию, достаточную для построения функции поврежденности. Такая возможность была проверена в работе [4], в которой предложена функция изменения эффективной площади $\tilde{A}$ в виде:

$$\tilde{A} = A_0 e^{-\frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{extr}^{test}}\right)^3}. \tag{1}$$

Здесь A_0 – начальная площадь поперечного сечения.

Из (1) следует, что функция $\Theta = \tilde{A} / A_0$ является функцией остаточного ресурса:

$$\Theta = e^{-\frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{extr}^{test}}\right)^3}. \tag{2}$$

Используя функцию (2), определим функцию поврежденности как $D = 1 - \Theta$:

$$D = 1 - e^{-\frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{extr}^{test}}\right)^3}. \tag{3}$$

Адекватность подхода, использованного при обосновании функции (1), была подтверждена в работах [4] сравнением результатов моделирования с известными по литературе экспериментальными данными. Однако функции (1), (2), (3) не применялись к моделированию режимов с обострением.

В рассматриваемой задаче необходимым элементом математического описания физической модели является функция, определяющая изменение эффективной площади в зависимости от деформации. Выбор переменной ε в качестве аргумента функций (1)–(3) объясняется тем, что в современных испытательных машинах скорость деформирования при одноосном сжатии может быть задана постоянной или переменной; графики изменения нагрузки F от смещения её точки приложения автоматически строятся в осях ΔL (или ε) и F (или σ). Поэтому, при необходимости, можно преобразовать аргумент в единицы времени. Заметим также, что в ряде работ также используются функции поврежденности $D = D(\varepsilon)$ [3].

Применение соотношений (1)–(3) рассмотрим на примере. В качестве исходных данных воспользуемся результатами решения модельных задач из работы [2] (с. 85). В данной работе приведены характеристики для четырех образцов. Рассмотри три образца, обозначенные на графике в цитируемой работе номерами 1, 2, 4. Для этих образцов определим $\varepsilon_{extr}^{test}$, соответственно: 0,0080; 0,0077; 0,0082.

Результаты моделирования показывают, что разрушение образцов происходит, если ε находится в интервале от 0,0079 до 0,0093, а D меньше ~ 40 %.

Характеристику скорости разрушения ν можно определить численно (с использованием значений функции (3)) или аналитически:

$$v = \frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}\varepsilon} = \frac{\varepsilon^2 e^{-\frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{extr}^{test}}\right)^3}}{\left(\varepsilon_{extr}^{test}\right)^3}. \tag{4}$$

Из соотношения (4) следует, что скорость процесса разрушения возрастает пропорционально кубу уменьшения обозначенного выше значения $\varepsilon_{extr}^{test}$.

Результаты моделирования показывают, что скорость роста поврежденности неравномерна, быстро возрастает с увеличением деформации и достигает экстремума примерно в середине теоретической продолжительности всего процесса деформирования. Полностью теоретическая зависимость (4) не реализуется, т.к. разрушение образцов происходит в окрестности точки экстремума функции $\nu(\varepsilon)$. При этом величина скорости приближается к экстремуму, но не достигает его. В точке экстремума функции (4) объемы поврежденного и неповрежденного материала одинаковы. После прохождения точки экстремума рост повреждений замедляется по той причине, что уменьшается количество неповрежденного материала, в котором только и могут появляться новые повреждения.

Фокусируя внимание на обострении процесса разрушения, отметим следующее. На старте процесса, когда $\varepsilon = 0{,}001$, характеристика скорости $\nu \approx 0{,}65$. В точке экстремума $\nu \approx 105$. Таким образом, режим обострения характеризуется катастрофическим увеличением скорости роста повреждений материала (примерно в 160 раз).

Характеристику ускорения процесса разрушения можно определить численно (с использованием значений функции (4)) или аналитически:

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\varepsilon} = -\frac{\varepsilon e^{-\frac{1}{3}\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{extr}^{test}}\right)^3}\left(-2(\varepsilon_{extr}^{test})^3 + \varepsilon^3\right)}{\left(\varepsilon_{extr}^{test}\right)^6}. \tag{5}$$

Из соотношения (5) следует, что ускорение процесса разрушения возрастает пропорционально кубу уменьшения обозначенного выше значения $\varepsilon_{extr}^{test}$.

Результаты моделирования показывают, что ускорение процесса повреждений, быстро возрастает с увеличением деформации и достигает максимума до разрушения образца. На старте процесса, когда $\varepsilon = 0{,}001$, характеристика ускорения $a \approx 650$, $a_{max} \approx 15900$. Таким образом, в рассмотренном случае режим обострения характеризуется увеличением ускорения роста повреждений материала примерно в 24 раза.

Исследования, описанные в данной работе, были проведены в рамках проекта «Исследование состояния деревянных конструкций памятников архитектуры с использованием многосенсорных систем автоматизированного дистанционного мониторинга», поддержанного в рамках Программы поддержки НИОКР студентов и аспирантов ПетрГУ, обеспечивающих значительный вклад в инновационное развитие отраслей экономики и социальной сферы Республики Карелия, в 2022 году, финансируемой Правительством Республики Карелия (Договор №4-Г21 от 27.12.2021 между ФГБОУ ВО "Петрозаводский государственный университет" и Фондом венчурных инвестиций Республики Карелия).

Список литературы

1. Kolesnikov G., Gavrilov T. Modeling the Drying of Capillary-Porous Materials in a Thin Layer: Application to the Estimation of Moisture Content in Thin-Walled Building Blocks // Applied Sciences. 2020, no. 10, p. 6953.
2. Смолин И.Ю., Еремин М.О., Макаров П.В., Буякова С.П., Кульков С.Н., Евтушенко Е.П. Численное моделирование механического поведения модельных хрупких пористых материалов на мезоуровне // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2013. – №5(25). – С. 78-90.
3. Liu D., He M., Cai M. A damage model for modeling the complete stress–strain relations of brittle rocks under uniaxial compression // International Journal of Damage Mechanics. 2018, no. 27(7), pp. 1000-1019.
4. Kolesnikov G.N., Meltser R.A. Damage model to trabecular bone and similar materials: residual resource, effective elasticity modulus, and effective stress under uniaxial compression // Symmetry. 2021, no. 13, pp. 1051.

Сведения об авторе:

Гаврилов Тиммо Александрович – к.т.н., доцент, доцент кафедры технологии и организации строительства.