

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ ИНЖЕНЕРНОГО АНАЛИЗА В  
ОСВОЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ» СТУДЕНТАМИ ВТОРОГО КУРСА  
СПЕЦИАЛИТЕТА**

*Зеньков Е.В.*

*Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск*

**Ключевые слова:** теория упругости, компьютерное моделирование, модельная задача.

**Аннотация.** В статье рассматривается подход, используемый в процессе подготовки инженеров-мостовиков по дисциплине теория упругости. Суть подхода заключается в использовании для повышения наглядности и конкретности специальных профессиональных дисциплин, в частности при изучении теории упругости, технологий инженерного анализа в построении математических моделей физических процессов, рассматриваемых в рамках дисциплины. Приведен пример решения модельной задачи теории упругости при изучении явления концентрации механических напряжений вблизи вытянутых (эллиптических) отверстий.

**APPLICATION OF ENGINEERING ANALYSIS TECHNOLOGIES IN THE  
DEVELOPMENT OF THE EDUCATIONAL PROGRAM FOR THE  
DISCIPLINE «THEORY OF ELASTICITY» BY STUDENTS SECOND YEAR  
SPECIALTY**

*Zenkov E.V.*

*Irkutsk State Transport University, Irkutsk*

**Keywords:** elasticity theory, computer simulation, model problem.

**Abstract.** The article discusses the approach used in the process of training bridge engineers in the discipline of elasticity theory. The essence of the approach lies in the use of special professional disciplines to increase the visibility and specificity, in particular, in the study of the theory of elasticity, engineering analysis technologies in the construction of mathematical models of physical processes considered within the framework of the discipline. An example of solving a model problem of elasticity theory in studying the phenomenon of mechanical stress concentration near elongated (elliptical) holes is given.

Основной трудностью в изучении фундаментальных явлений и процессов, происходящих в деформируемых телах и объектах материального мира, при освоении таких технических дисциплин как «Теория упругости», «Теория упругости с элементами пластичности и ползучести» и т. д. является низкая наглядность и информативность рассматриваемых физических процессов, изучение которых основывается на описании подробных решений модельных задач, т.е. задач, имеющих аналитически описываемое напряжённо-деформируемые состояния (НДС). Сложность восприятия информации в этом случае обеспечивается использованием математических выкладок, абстрактных теорий и гипотез, существенно затрудняющих качество освоения обучающимися тем в рамках изучаемой дисциплины и приобретение соответствующих компетенций. Получаемый в этом случае большой объём теоретической

информации, её принципиальная разнородность значительно осложняют процесс обучения, а значит и должное освоение материала дисциплины.

Современное положение дел в преподавания технических дисциплин механического профиля показывает, что применение компьютерных технологий инженерного анализа (CAE – систем) [1, 2], в частности, выполнение виртуальных лабораторных работ, может существенно повысить эффективность формирования компетенций в рамках изучаемой дисциплины за счёт особой информативности и наглядности таких технологий, а также возможности отработки исследовательских навыков.

Идея, на основе которой реализуется предлагаемый подход, заключается в привлечении для повышения наглядности и конкретности специальных профессиональных дисциплин построения математических моделей физических процессов [2]. Такие модели позволяют в рамках выполнения виртуальных работ сопоставить результаты расчётного моделирования и данные, полученные в процессе аналитического решения рассматриваемой абстрактной теории или физического эксперимента. Наглядность такого сравнения существенно упрощает и углубляет процесс формирования у обучающихся необходимых компетенций. Поясним сказанное на примере рассмотрения одной из тем, изучаемой в ходе освоения дисциплины «Теория упругости».

Дисциплина «Теория упругости» изучает напряжения и деформации упругих тел, возникающие под действием на них внешних сил (нагрузки). Одной из тем данной дисциплины является изучение явления концентрации механических напряжений вблизи вытянутых (эллиптических) отверстий [4]. Рассмотрение эллиптического отверстия в несущих элементах конструкций и сооружений имеет особое значение для механики разрушения. Связано это с тем, что предельный случай эллиптического отверстия при уменьшении одной из его полуосей до нуля даёт возможность теоретически оценить поведение элементов сооружений при наличии в них трещин. Анализ напряжений вблизи вытянутых (в частности, эллиптических) отверстий необходим также для численной оценки влияния конструктивных концентраторов напряжений и дефектов на прочность различных конструкций и сооружений.

Для выполнения задачи о концентрации напряжений предлагается выполнить следующие обязательные задания. Во-первых, изучить положения теории упругости о распределении механических напряжений вблизи малого эллиптического отверстия на плоское однородное НДС прямоугольных растягиваемых пластин (изучить аналитическое решение задачи Колосова-Инглиса [4]). Во-вторых, построить вычислительные дискретные модели деформирования прямоугольных пластин с эллиптическими отверстиями с соотношением полуосей эллипса 1:2, растягиваемых вдоль их оси симметрии напряжениями (вдоль малой полуоси эллиптического отверстия), равномерно распределёнными по внешним краям рассматриваемых пластин.

При создании в растягиваемой пластине эллиптического отверстия с относительно малыми размерами (рис. 1, а) в НДС пластины вблизи отверстия возникают существенные изменения. Соответствующие формулы установлены российским исследователем Колосовым (1909 г.) и английским исследователем

Инглисом (1913). Полученные ими формулы для прямоугольной пластины определяют значения максимальных напряжений  $\sigma_y^{\max}$ , возникающих в точках наибольшей кривизны контура эллиптического отверстия (на концах его большой оси)

$$k_\sigma = \frac{\sigma_y^{\max}}{\sigma_\infty} = 1 + 2\frac{a}{b}, \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  – длины большой и малой полуоси эллипса соответственно. Величина  $k_\sigma$  в левой части равенства (1) представляет собой коэффициент концентрации нормальных напряжений в растягиваемой пластине с эллиптическим отверстием, при  $a/b=2$  – равенство  $k_\sigma = 5$ . Указанные значения точного решения рассматриваемых задач позволяют оценить для них погрешность численного определения величины  $k_\sigma$  с помощью используемого программного комплекса инженерного анализа *Feap*.

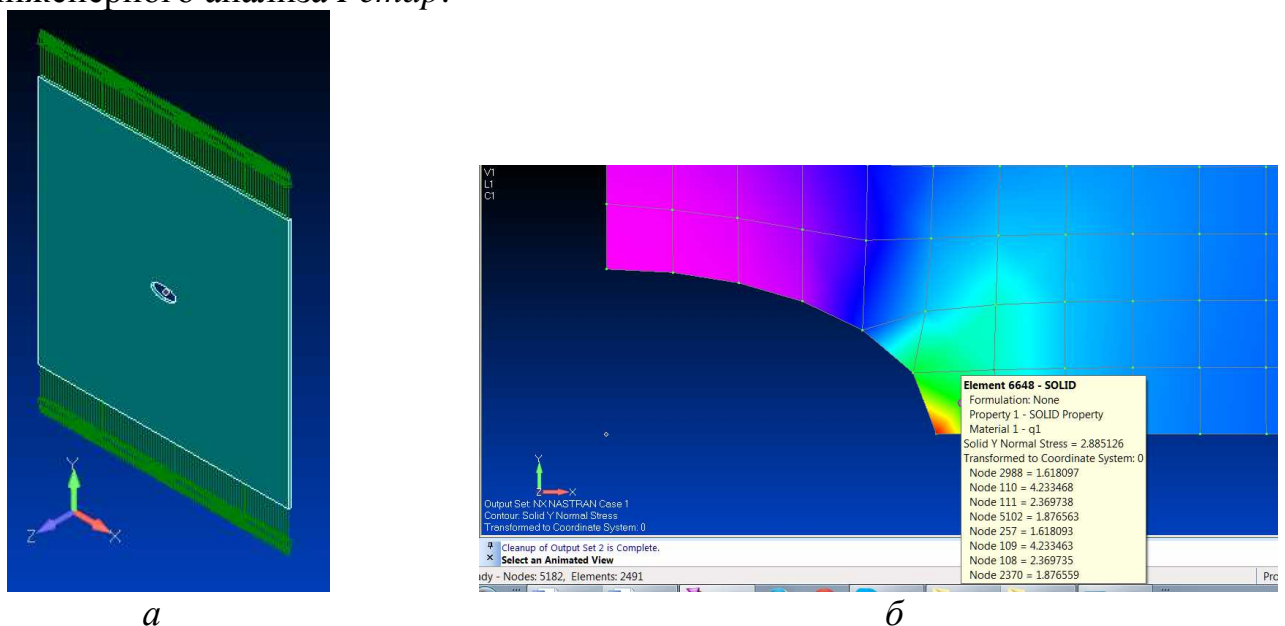


Рис. 1. Модель растягиваемой пластины с малым эллиптическим отверстием:  $a$  – геометрическая;  $b$  – численная по МКЭ

При удалении от малого отверстия напряжённо-деформированное состояние (НДС) пластины приближается к однородному и на расстоянии порядка нескольких полуосей отверстия от центра пластины увеличение уровня напряжений становится несущественным по сравнению со случаем равномерного растяжения прямоугольной пластины без отверстия. Это обстоятельство характерно для различных малых отверстий, выступов, выточек, вырезов, галтельных переходов, скачкообразных изменений толщин несущих элементов конструкции или сооружения – они являются концентраторами напряжений.

При выполнении всех этапов построения виртуальной модели пластины детальный анализ распределения интенсивности напряжений вблизи кромки отверстия в зоне максимальной кривизны его контура (на конце большой полуоси эллипса) наблюдается максимальная концентрация напряжений  $\sigma_y$ , характеризуемая таблицей узловых значений напряжений, приведённой на рисунке 1, б.

Полученное распределение интенсивности напряжений показывает, что вблизи кромки отверстия растягиваемой плоской пластины наблюдается существенный подъём уровня напряжений. При этом, вдали от кромки (на расстояниях порядка диаметра отверстия) уровень напряжений практически совпадает с полем напряжений в аналогичной растягиваемой пластине без отверстия. Указанное свойство совпадает с особенностями напряженного состояния, определяемого для рассматриваемой пластины формулой (1) (формулой Колосова-Инглиса).

Представленный результат показывает, что вместо точного расчётного значения  $k_{\sigma} = 5$  применение построенной дискретной модели даёт значение 4,23, что составляет величину меньшую, чем точное расчётное значение на 15%.

В-третьих, обучающийся формулирует выводы об уровне и локализации концентрации напряжений, далее составляет отчёт по выполненной работе.

В заключение представленного материала следует отметить, что применение технологий инженерного позволяет более качественно анализировать и оценивать аналитические теории в рамках изучаемых тем дисциплин, в частности теории упругости, и полученные результаты вычислительных расчётов для принятия обоснованных инженерных решений.

#### Список литературы

1. Цвик Л.Б., Зеньков Е.В. Физические основы теории упругости и метода конечных элементов: учебное пособие. – Иркутск: ИрГУПС, 2022. – 116 с.
2. Цвик Л.Б., Зеньков Е.В. Трёхмерный инженерный анализ модельных напряженных состояний упругих тел: лабораторный практикум. – Иркутск: Изд-во ИРНИТУ, 2017. – 132 с.
3. Цвик Л.Б., Кулешов А.В., Зеньков Е.В. Роль виртуальных лабораторных работ в совершенствовании подготовки инженера-вагонника // Проблемы и пути развития инженерного образования в Российской Федерации: сборник статей научно-методической конференции. – Иркутск: ИрГУПС, 2014. – С. 96-102.
4. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
5. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности: учебник для строит. спец. вузов. – М.: Высш. шк., 1990. – 400 с.

#### Сведения об авторе:

*Зеньков Евгений Вячеславович* – к.т.н., доцент, доцент кафедры управления качеством и инженерной графики.