

НЕКОТОРЫЕ ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО РАЗРАБОТКЕ КОНЦЕПЦИИ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЕЙ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ СВЯЗНОСТИ ВНЕШНИХ СИЛОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Елисеев А.В., Миронов А.С.

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск

Ключевые слова: механические колебательные системы, структурные математические модели, передаточная функция, динамическое гашение колебаний, интегральные характеристики, частотная функция обнуления.

Аннотация. Развивается системный подход для решения задач оценки состояний и форм динамических взаимодействий технических объектов транспортного и технологического назначения, находящихся в условиях вибрационных воздействий силовой природы. Цель исследования заключается в разработке подходов для оценки совокупности динамических особенностей механической колебательной системы с учетом коэффициента связности внешних возмущений, рассматриваемого в качестве настроечного параметра. В рамках методологии структурного математического моделирования механическим колебательным системам, используемым в качестве расчетных схем технических объектов, сопоставляются структурные схемы эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления. Для механической колебательной системы цепного типа с двумя степенями свободы разработан метод построения интегральных характеристик, отображающих совокупность динамических особенностей системы в зависимости от коэффициента связности внешних силовых возмущений.

SOME PROPOSALS FOR THE DEVELOPMENT OF THE CONCEPT OF INTEGRAL CHARACTERISTICS OF DYNAMIC FEATURES OF MECHANICAL OSCILLATORY SYSTEMS UNDER CONDITIONS OF CONNECTIVITY OF EXTERNAL FORCE EXCITATIONS

Eliseev A.V., Mironov A.S.

Irkutsk State Transport University, Irkutsk

Keywords: mechanical oscillatory systems, structural mathematical models, transfer function, dynamic vibration damping, integral characteristics, frequency zeroing function.

Abstract. A systematic approach is being developed to solve the problems of assessing the states and forms of dynamic interactions of technical objects of transport and technological purpose. It is assumed that the system is under the influence of coherent force disturbances. The purpose of the study is to develop approaches for evaluating the totality of dynamic features of a mechanical oscillatory system. Structural schemes of dynamically equivalent automatic control systems are compared to mechanical oscillatory systems. A method for constructing integral characteristics has been developed for a chain-type mechanical oscillatory system with two degrees of freedom.

Введение. В настоящее время существенное значение приобретают задачи, связанные с обеспечением безопасности работы технических объектов транспортного и технологического назначения [1]. Существенное внимание уделяется динамическому качеству работы технических объектов, находящихся в условиях вибрационных нагружений [2]. Создание средств оценки и контроля за

динамическим состоянием технических объектов предопределяет развитие теоретических методов математического моделирования динамических особенностей с учетом характера связности внешних силовых воздействий. Расчетными схемами широкого круга задач динамики служат механические колебательные системы с сосредоточенными параметрами. Среди методов математического моделирования особое место занимают структурные подходы, в рамках которых, механическим колебательным системам сопоставляются структурные схемы эквивалентных в динамическом отношении систем автоматического управления [3]. Структурное математическое моделирование используется в решении широкого круга задач вибрационной защиты и виброизоляции [4], для решения динамики сочленений [5], в моделировании вибрационных взаимодействий с учетом неударживающих связей [6,7]. Дополнительное развитие структурные методы получили в задач оценки динамических особенностей технических объектов с использованием частотных и энергетических функций [8].

Вместе с тем, технология методов оценки динамических особенностей механических колебательных систем в условиях связных силовых возмущений недостаточно разработана в плане использования обобщенных характеристик.

Статья посвящена методу построения интегральных характеристики на основе динамических инвариантов для оценки множества особенностей взаимодействия элементов механической колебательной системы, определяемого совокупностью связных внешних возмущений силовой природы.

I. Основные положения. Постановка задачи. Рассматривается механическая колебательная система с двумя степенями свободы (рис.1). Массоинерционные элементы m_1 , m_2 крепятся друг к другу и к опорным поверхностям с помощью упругих элементов с жесткостями k_1 , k_2 , k_3 (рис.1а).

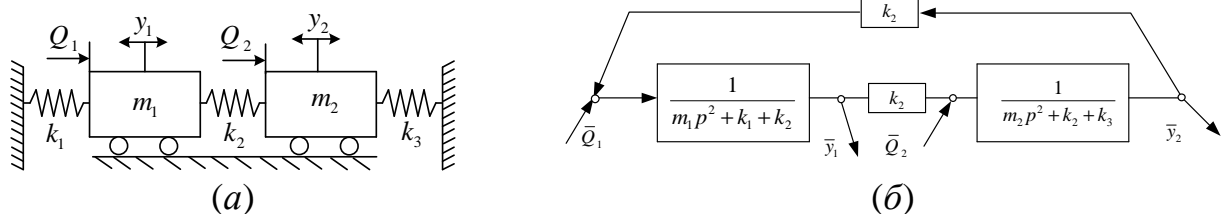


Рис. 1. Механическая колебательная система: а – расчетная схема, б – структурная схема с учетом коэффициента связности внешних воздействий γ

Под воздействием внешних гармонических синфазных силовых возмущений Q_1 и Q_2 массоинерционные элементы совершает малые вынужденные установившиеся колебания относительно положений статического равновесия. Смещения y_1 , y_2 массоинерционных элементов m_1 , m_2 относительно положения статического равновесия служат обобщенными координатами. На основе использования известных методов [3, 9] может быть построена структурная схема (рис.1б), в которой $p=j\omega$ – комплексная переменная, $j=\sqrt{-1}$, «-» над символом обозначает преобразование Лапласа [4]. Между силовыми возмущениями Q_1 и Q_2 реализована функциональная связь:

$$Q_2 = \gamma Q_1, \quad (1)$$

где коэффициентом связности $\gamma \in (-\infty, \infty)$.

Задача заключается в разработке метода обобщенных характеристик для оценки совокупности динамических особенностей механической колебательной системы в зависимости от коэффициента связности внешних силовых возмущений.

II. Математическая модель. На основе структурной схемы (рис. 1б) с помощью известных методов [9-11] могут быть определены передаточные отношения и построены их амплитудно-частотные характеристики:

$$A_{11}(\omega) = \left. \frac{\bar{y}_1}{Q_1} \right|_{p=j\omega} = \frac{-m_2(\omega^2 - (n_2^2 + \gamma\Delta_2^2))}{m_1m_2(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}, \quad (2)$$

$$A_{22}(\omega) = \left. \frac{\bar{y}_2}{Q_2} \right|_{p=j\omega} = \frac{-m_1(\omega^2 - (n_1^2 + \frac{\Delta_1^2}{\gamma}))}{m_1m_2(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}, \quad (3)$$

где характерные частоты системы: $n_1^2 = \frac{k_1 + k_2}{m_1}$, $n_2^2 = \frac{k_2 + k_3}{m_2}$, $\Delta_1^2 = \frac{k_2}{m_1}$, $\Delta_2^2 = \frac{k_2}{m_2}$,

$$\omega_1^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2}\right)^2 + \Delta_1^2\Delta_2^2}, \quad \omega_2^2 = \frac{n_1^2 + n_2^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{2}\right)^2 + \Delta_1^2\Delta_2^2}.$$

Для фиксированного коэффициента связности внешних воздействий γ амплитудно-частотные характеристики (2), (3) позволяет определить совокупность динамических состояний и форм взаимодействий [12].

III. Интегральные характеристики в оценке динамических особенностей механических колебательных систем в зависимости от коэффициента связности внешних возмущений силовой природы

1. Частотные интервалы, на которых амплитудно-частотная функция знакоотпределена, и критические частоты, в которых реализуется резонанс или обнуление амплитуды колебания соответствующей координаты y_1 (2), могут быть определены на основе частотной функции обнуления:

$$\omega_0^2 = n_2^2 + \gamma\Delta_2^2. \quad (4)$$

В общем случае совокупность динамических особенностей механической колебательной системы для фиксированного коэффициента связности γ определяется расположением частоты $\omega_0(\gamma)$ обнуления амплитуды колебания координаты y_1 относительно собственных частот ω_1, ω_2 (рис. 2).

Для фиксированного коэффициента связности γ динамические особенности в виде количества критических состояний обнуления амплитуд колебаний, резонансов, положительных и отрицательных форм динамических взаимодействий могут представлены в виде характеристик графов динамических состояний и форм динамических взаимодействий (табл. 1, стр. II).

В обобщенном виде динамические особенности в виде графов, по сути представляющих собой своеобразные инварианты, могут быть представлены выражениями $S_i^j F_k^l$, где i - количество состояний обнуления амплитуд колебаний, j -количество резонансов, k -количество отрицательных динамических форм взаимодействий, l -количество положительных форм взаимодействий.

В свою очередь специфические характеристики динамических инвариантов механической колебательной системы могут быть представлены графиками кусочно-постоянных функций в зависимости от коэффициента связности внешних силовых возмущений (рис. 3).

В обобщенном смысле динамические особенности (рис. 3а-г) с учетом коэффициента связности внешних возмущений γ могут быть представлены в виде интегральной характеристики, представляющей собой алгебраическую сумму числа отдельных динамических особенностей механической колебательной системы (рис. 1).

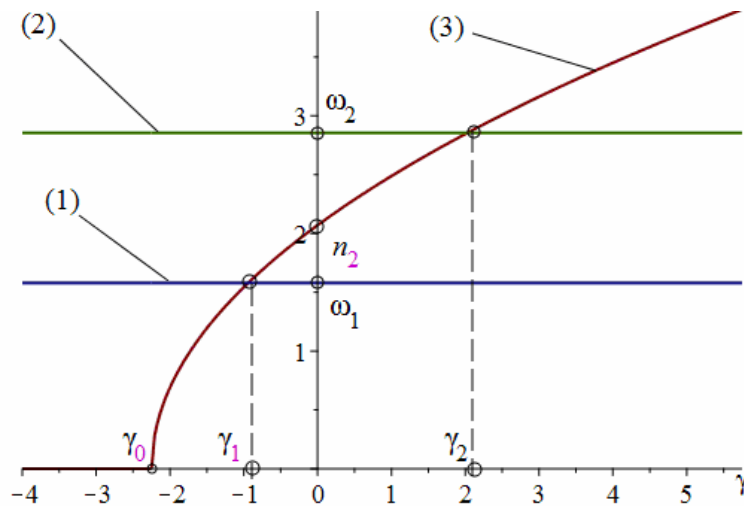


Рис. 2. Частотная функция обнуления координаты y_1 : 1 – уровень собственной частоты ω_1 , 2 – уровень собственной частоты ω_2 , 3 – $\omega_0(\gamma)$ частотная функция обнуления амплитуды колебания y_1

Табл. 1. Динамические инварианты с учетом значений коэффициента γ

	1	2	3	4	5	6	7
I	$\gamma < \gamma_0$	$\gamma = \gamma_0$	$\gamma_0 < \gamma < \gamma_1$	$\gamma = \gamma_1$	$\gamma_1 < \gamma < \gamma_2$	$\gamma = \gamma_2$	$\gamma_2 < \gamma$
II	$S_0^2 F_2^1$	$S_1^2 F_1^2$	$S_1^2 F_2^2$	$S_0^1 F_1^1$	$S_1^2 F_2^2$	$S_0^1 F_1^1$	$S_1^2 F_2^2$

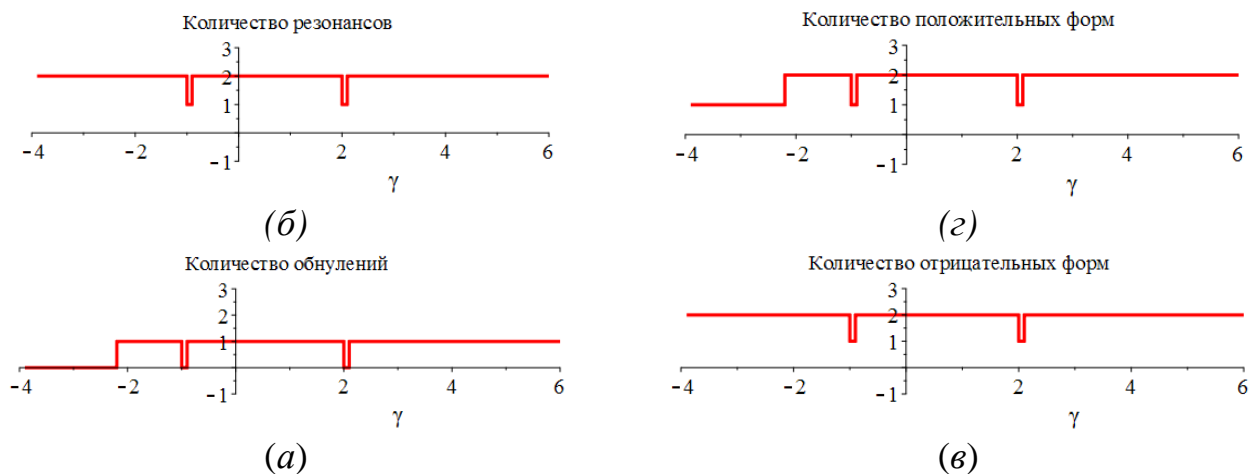


Рис. 3. Динамические инварианты элемента. (а) – количество состояний обнуления амплитуд колебания координаты y_1 , (б) – количество резонансов, (в) – количество отрицательных форм динамических взаимодействий элементов механической колебательной систем, (г) – количество положительных форм взаимодействий

Интегральная характеристика (рис. 4) отображает сохранение количества динамических особенностей на интервалах $(-\infty, \gamma_0)$, (γ_0, γ_1) , (γ_1, γ_2) , (γ_2, ∞) .

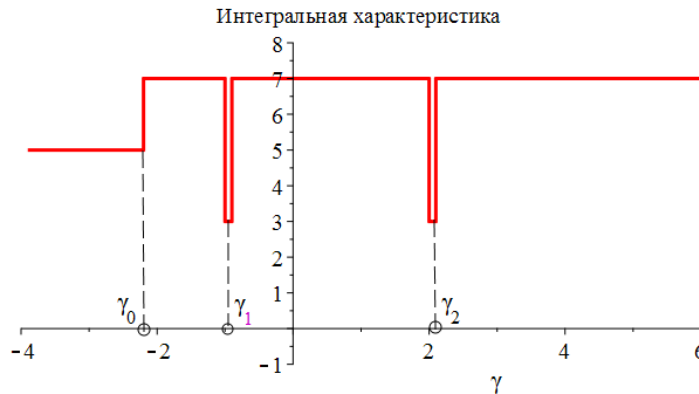


Рис. 4. Интегральная характеристика механической колебательной системы: γ_0 , γ_1 , γ_2 – критические значения коэффициента вязности

Вместе с тем, для значений коэффициентов вязности γ_0 , γ_1 , γ_2 интегральная характеристика терпит разрывы, что отражает существенное изменение совокупности динамических особенностей в окрестности критических значений.

Заключение. В рамках структурного математического моделирования разработан методологический подход для построения интегральных характеристик, отображающих количественные характеристики динамических особенностей механической колебательной системы, находящейся в условиях связанных вибрационных нагружений. Основой подхода служат так называемые частотные функции обнуления, которые позволяют построить совокупность динамических инвариантов, отображающих динамические особенности системы в виде количества частот обнуления, резонансов, положительных и отрицательных форм динамических взаимодействий элементов механических колебательных систем. Разработанный подход служит методологической основой технологии оценки динамических состояний механических колебательных систем, находящихся в условиях вибрационных нагружений силовой природы.

Список литературы

1. Махутов Н.А. Безопасность и риски: системные исследования и разработки. Новосибирск: Наука, 2017. 724 с.
2. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
3. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск: Наука, 2016, 459 с.
4. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: Изд-во ИГУ, 2008. 523 с.
5. Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Сочленения звеньев в динамике механических колебательных систем. Иркутск: Изд-во ИрГУПС, 2012. 156 с.
6. Елисеев А.В. Особенности взаимодействия материальной частицы с вибрирующей поверхностью в зависимости от дополнительной силы с неударживающей связью // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2013. № 3. С. 9-15.

7. Елисеев А.В. Особенности реализации режима кратного подбрасывания в модельной задаче с неударивающей связью при наличии вязкого трения // Наука в центральной России. 2013. № 2. С. 42-47.
8. Елисеев А.В. Развитие системных представлений в динамике колебательных структур: частотная функция и формы связности движений элементов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2020. № 4 (68). С. 40-49.
9. Eliseev S.V., Eliseev A.V. Theory of Oscillations. Structural Mathematical Modeling in Problems of Dynamics of Technical Objects. Series: Studies in Systems, Decision and Control, Vol.252, Springer International Publishing, Cham, 2020, 521 p.
10. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Московских А.О. Динамика машин. Системные представления, структурные схемы и связи элементов. М.: Инновационное машиностроение, 2019. 381 с.
11. Елисеев С.В., Елисеев А.В., Большаков Р.С., Хоменко А.П. Методология системного анализа в задачах оценки, формирования и управления динамическим состоянием технологических и транспортных машин. Новосибирск: Наука, 2021. 679 с.
12. Елисеев А.В., Миронов А.С. Новые подходы к оценке режимов динамического гашения колебаний вибрационных машин транспортного и технологического назначения: графы динамических состояний и форм взаимодействия элементов // Мехатроника, автоматика и робототехника. 2022. №9. С. 23-29. doi.org/10.26160/2474-5901-2022-28-22-25.

Сведения об авторах:

Елисеев Андрей Владимирович – к.т.н., доцент кафедр математики,

Миронов Артем Сергеевич – соискатель, НОЦ современных технологий, системного анализа и моделирования.