

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ СМАЗОЧНОГО МАТЕРИАЛА В РАБОЧЕМ ЗАЗОРЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО РАДИАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА

*Абдулрахман Х.Н., Мукутадзе М.А., Киришчиева В.И., Шведова В.Е.*

*Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону*

**Ключевые слова:** неполное заполнение, расплав покрытия, нестандартный опорный профиль, протяженность нагруженной области, радиальный подшипник.

**Аннотация.** В статье для повышения износостойкости разработана математическая расчетная модель модифицированного радиального подшипника скольжения, адаптированного к условиям трения опорным профилем и металлическим покрытием поверхности вала. При разработке расчетной модели использованы уравнения течения жидкости для «тонкого слоя», уравнения неразрывности, а также уравнения, описывающие радиус расплавленного контура покрытия вала с учетом формулы скорости диссипации механической энергии с учетом дополнительных факторов, которые ранее не использовались: неполное заполнение рабочего зазора; зависимость вязкости смазочного материала и расплава покрытия, обладающих при ламинарном режиме течения истинновязкими реологическими свойствами, от давления; нестандартный опорный профиль подшипниковой втулки и металлическое покрытие поверхности вала.

## MATHEMATICAL CALCULATION MODEL OF LUBRICANT FLOW IN THE WORKING GAP OF A MODIFIED RADIAL BEARING

*Abdulrahman H.N., Mukutadze M.A., Kirishchieva V.I., Shvedova V.E.*

*Rostov State University of Railway Transport, Rostov-on-Don*

**Keywords:** incomplete filling, coating melt, non-standard support profile, length of the loaded area, radial bearing.

**Abstract.** In order to increase wear resistance, a mathematical calculation model of a modified radial sliding bearing adapted to friction conditions by a support profile and a metal coating of the shaft surface is developed in the article. When developing the computational model, fluid flow equations for the "thin layer", continuity equations, as well as equations describing the radius of the molten contour of the shaft coating, taking into account the formula for the rate of dissipation of mechanical energy, taking into account additional factors that were not previously used, were used: incomplete filling of the working gap; the dependence of the viscosity of the lubricant and the melt of the coating, which have truly viscous rheological properties under the laminar flow regime, on pressure; non-standard bearing profile of the bearing sleeve and metal coating of the shaft surface.

### Введение

Отсутствие в достаточной мере теоретических и экспериментальных исследований, посвященных изучению работоспособности подшипников скольжения в реальных условиях, сложность решения теоретической задачи, а также технические трудности определяют важность разработки расчетных моделей с учетом новых факторов. Изучению радиальных подшипников с металлическими покрытиями посвящено значительное количество работ [1-13]. Однако покрытие металлического покрытия не обеспечивает

самоподдерживающийся процесс, для его обеспечения необходим учет дополнительных факторов [14-24].

В данной работе для обеспечения гидродинамического режима и самоподдерживающегося процесса приводятся теоретические и экспериментальные исследования модифицированного радиального подшипника скольжения, обеспечивающего повышение износостойкости.

**Постановка задачи**

Рассматривается ламинарное течение в рабочем зазоре радиального подшипника с некруговым опорным профилем и металлическим покрытием поверхности вала. При этом вал вращается со скоростью  $\Omega$ , а втулка неподвижна (рис. 1).

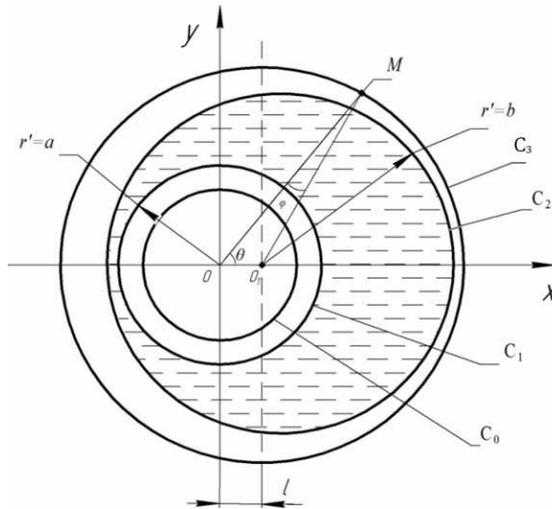


Рис. 1. Расчетная модель

Уравнения контуров вала с покрытием  $C_1$ , вала с расплавленной поверхностью  $C_0$ , подшипниковой втулки с адаптированным профилем опорной поверхности  $C_2$  и подшипниковой втулки запишутся в виде

$$\begin{aligned} C_1 : r' &= r_0, \quad C_0 : r' = r_0 - \lambda' f(\theta), \quad C_2 : r' = r_1(1 + H) - a' \sin \omega \theta = h'(\theta), \\ C_3 : r' &= r_1(1 + H), \end{aligned} \tag{1}$$

где  $r_0$  – радиус вала с легкоплавким покрытием;  $r_1$  – радиус подшипниковой втулки;  $e$  – эксцентриситет;  $\varepsilon$  – относительный эксцентриситет;  $\lambda' f(\theta)$  – функция, определяющая профиль расплавленного контура покрытия вала;  $a'$  и  $\omega$  – амплитуда возмущения и параметр адаптированного профиля втулки соответственно.

Зависимость вязкости смазочного материала от давления задается следующим выражением:

$$\mu' = \mu_0 e^{\tilde{a} p'} \tag{2}$$

где  $\mu_0$  – характерная вязкость;  $\mu'$  – коэффициент динамической вязкости смазочного материала;  $p'$  – гидродинамическое давление в смазочном слое;  $\tilde{a}$  – постоянная.

Исходными базовыми уравнениями являются безразмерное уравнение движения несжимаемой жидкости для «тонкого слоя» с учетом (2), уравнение

неразрывности, а также уравнение, описывающее радиус расплавленного контура поверхности вала с учетом скорости диссипации механической энергии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = e^{-ap} \frac{dp}{d\theta}; \quad \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0; \\ \frac{d\lambda'f(\theta)}{d\theta} = -Ka^{-ap} \int_{-\Phi(\theta)}^{h(\theta)} \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 dr, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $K = \frac{2\mu\Omega(r_0 - \lambda'f(\theta))}{L'\delta}$ ;  $\eta = \frac{e}{\delta}$ ;  $\eta_1 = \frac{a'}{\delta}$ ;  $\Phi(\theta) = r_0 - \lambda'f(\theta)$  и граничные условия  
 $u = 0, v = 1$  при  $r = r_0 - \lambda'f(\theta)$ ;  
 $u = 0, v = 0$  при  $r = 1 + \eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta = h(\theta)$ ;  $p(\theta_1) = p(\theta_2) = 0$ . (4)

Введем обозначения: пусть  $z = e^{-ap}$  и асимптотическое решение полученной системы дифференциальных уравнений будем искать в виде рядов по степеням малого параметра  $K$ . В результате получим следующие уравнения:

– для нулевого приближения:

$$\frac{\partial^2 v_0}{\partial r^2} = \frac{dz_0}{d\theta}, \quad \frac{\partial v_0}{\partial \theta} + \frac{\partial u_0}{\partial r} = 0 \quad (5)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} v_0 = 0, u_0 = 0 \text{ при } r = 1 + \eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta; \\ v_0 = 1, u_0 = 0 \text{ при } r = r_0 - \lambda'f(\theta) = 0; \quad z_0(\theta_1) = z_0(\theta_2) = 1. \end{aligned} \quad (6)$$

– для первого приближения:

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial r^2} = \frac{dz_1}{d\theta}; \quad \frac{\partial v_1}{\partial \theta} + \frac{\partial u_1}{\partial r} = 0; \quad -z_0 \frac{d\Phi_1(\theta)}{d\theta} = K \int_0^{h(\theta)} \left( \frac{\partial v_0}{\partial r} \right)^2 dr \quad (7)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} v_1 = \left( \frac{\partial v_0}{\partial r} \right) \Big|_{r=0} \cdot \Phi_1(\theta); \quad u_1 = \left( \frac{\partial u_0}{\partial r} \right) \Big|_{r=0} \cdot \Phi_1(\theta); \\ v_1 = 0, u_1 = 0 \text{ при } r = h(\theta) + \tilde{\Phi}; \quad z_1(\theta_1) = z_1(\theta_2) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Точное автомодельное решение задачи для нулевого приближения ищем по известному методу. В результате для поля скоростей и давлений получим

$$\tilde{\Psi}'_0(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2}(\xi^2 - \xi), \quad \tilde{v}_0(\xi) = \tilde{C}_1 \frac{\xi^2}{2} - \left( 1 + \frac{\tilde{C}_1}{2} \right) \xi + 1, \quad \tilde{C}_1 = 6. \quad (9)$$

$$\begin{aligned} z_0 = -6a \left[ \eta(\sin \theta - \sin \theta_1) + \frac{\eta_1}{\omega}(\cos \omega \theta - \cos \omega \theta_1) - \right. \\ \left. - \frac{\eta(\theta - \theta_1)}{\theta_2 - \theta_1}(\sin \theta - \sin \theta_1) - \frac{\eta_1(\theta - \theta_1)}{\omega(\theta_2 - \theta_1)}(\cos \omega \theta_2 - \cos \omega \theta_1) \right] + 1. \end{aligned} \quad (10)$$

Для функции, характеризующей расплавленный контур, имеем:

$$\Phi_1(\theta) = \frac{1}{\sup_{\theta \in [\theta_1; \theta_2]} z_0} \left[ \theta - \eta \sin \theta - \frac{\eta_1}{\omega} \cos \omega \theta + h_0^* \right]; \quad (11)$$

Точное автомодельное решение задачи для первого приближения будем искать так же, как и для нулевого. В результате для поля скоростей и давлений имеем:

$$\tilde{\Psi}'_1(\xi) = \frac{\tilde{C}_2}{2}(\xi^2 - \xi), \quad \tilde{v}_1(\xi) = \tilde{C}_1 \frac{\xi^2}{2} + \left( \frac{\tilde{C}_1}{2} - M \right) \xi + M, \quad \tilde{C}_1 = 6M. \quad (12)$$

$$z_1 = \frac{-6Ma}{(1 + \tilde{\Phi})^2} \left[ \eta(\sin \theta_2 - \sin \theta) + \frac{\eta_1}{\omega}(\cos \omega \theta_2 - \cos \omega \theta) - \frac{\tilde{\eta}(\theta_2 - \theta)}{\theta_2 - \theta_1}(\sin \theta_2 - \sin \theta) - \frac{\tilde{\eta}_1(\theta_2 - \theta)}{\omega(\theta_2 - \theta_1)}(\cos \omega \theta_2 - \cos \omega \theta_1) \right], \quad (13)$$

где  $\tilde{\eta} = \frac{\eta}{1 + \tilde{\Phi}}$ ;  $\tilde{\eta}_1 = \frac{\eta_1}{1 + \tilde{\Phi}}$ .

Тогда для  $z = z_0 + Kz_1$  получим следующее выражение:

$$z = 6 - aA + 1 - 6KMBa, \quad (14)$$

где  $A = \eta(\sin \theta - \sin \theta_1) + \frac{\eta_1}{\omega}(\cos \omega \theta - \cos \omega \theta_1) - \frac{\eta(\theta - \theta_1)}{\theta_2 - \theta_1}(\sin \theta - \sin \theta_1) -$

$$- \frac{\eta_1(\theta - \theta_1)}{\omega(\theta_2 - \theta_1)}(\cos \theta_2 - \cos \theta_1);$$

$$B = \frac{\eta(\sin \theta_2 - \sin \theta) + \frac{\eta_1}{\omega}(\cos \omega \theta_2 - \cos \omega \theta_1) - \frac{\tilde{\eta}_1(\theta_2 - \theta)}{\omega(\theta_2 - \theta_1)}(\cos \omega \theta_2 - \cos \omega \theta_1)}{(1 + \tilde{\Phi})^2}.$$

Применяя разложение в ряд Тейлора для функции  $e^{-ap}$ , получим

$$p = 5(A + KMB). \quad (15)$$

С учетом (5), (7), (15) для составляющей вектора поддерживающей силы и силы трения найдем:

$$R_x = p \cdot r \int_{\theta_1}^{\theta_2} p \cos \theta d\theta;$$

$$R_y = p \cdot r \int_{\theta_1}^{\theta_2} p \sin \theta d\theta;$$

$$L_{mp} = \mu_0 \left( 1 - ap + \frac{a^2 p^2}{2} \right) \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left[ \left. \frac{\partial v_0}{\partial r} \right|_{r=0} + K \left. \frac{\partial v_1}{\partial r} \right|_{r=0} \right] d\theta. \quad (16)$$

В экспериментальном исследовании рассмотрена опора скольжения с металлическим покрытием из сплава Вуда и нестандартным опорным профилем (табл. 1). По результатам экспериментов определялась величина коэффициента трения, а также температурный режим и переход гидродинамического режима трения на граничное трение.

Табл. 1. Теоретическое и экспериментальное исследование коэффициента трения

№	Теоретический результат		Экспериментальный результат
	покрытие	покрытие с нестандартным профилем	покрытие с нестандартным профилем
Коэфф. трения	1	0,0034	0,0017
	2	0,0035	0,0019
	3	0,0037	0,0021
	4	0,0039	0,0020
	5	0,0042	0,0022

### Выводы

1. Анализ экспериментальных исследований показывает, что расплав легкоплавкого покрытия из сплава Вуда и адаптированный к условиям трения опорный профиль влияет на коэффициент трения гораздо интенсивнее, чем реологические свойства применяемых жидких смазочных материалов. Проведенный комплекс экспериментальных исследований, подтвердивший достоверность разработанных теоретических моделей и данные их численного анализа, в рассмотренном диапазоне конструктивных и эксплуатационных параметров радиальных подшипников скольжения с металлическими покрытиями из сплава Вуда и адаптированным к условиям опорным профилем, как результат удовлетворительной сходимости теоретических и экспериментальных результатов.

2. Теоретические исследования показали, что несущая способность с легкоплавким металлическим покрытием поверхности вала и адаптированный профиль подшипниковой втулки при учете зависимости вязкости реологических свойств применяемого смазочного материала и расплава легкоплавкого покрытия от давления, обладающих истинновязкими свойствами, увеличивается  $\approx$  на 12-16 % с ростом параметра, характеризующего зависимость вязкости смазочного материала от давления  $\omega$ , характеризующий адаптированный профиль, и протяженности  $(\theta_2 - \theta_1)$  нагруженной области, а коэффициент трения при этом уменьшается  $\approx$  на 11-15 %.

### Список литературы

1. Mukutadze M.A. Working out of an analytical model of an axial bearing taking into account dependence of viscous characteristics of micropolar lubrication on pressure and temperature / M.A. Mukutadze, E.O. Lagunova, K.S. Solop // International Journal of Applied Engineering Research. – 2017. – Vol. 12. – No. 14. – P. 4644–4650.
2. Ахвердиев К.С. Расчетная модель радиального подшипника скольжения с повышенной несущей способностью, работающего на микрополярной смазке с учетом ее вязкостных характеристик от давления / К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, Е.О. Лагунова, К.С. Солоп // Инженерный вестник Дона. – 2013. – № 4 (27). – С. 22.
3. Ахвердиев К.С. Расчетная модель упорного подшипника скольжения с повышенной несущей способностью, работающего на неньютоновских смазочных материалах с адаптированной опорной поверхностью / К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, Е.О. Лагунова, К.С. Солоп // Инженерный вестник Дона. – 2013. – № 4 (27). – С. 23.

4. Мукутадзе М.А. Расчетная модель гидродинамической смазки неоднородного пористого подшипника конечной длины, работающего в устойчивом нестационарном режиме трения при наличии принудительной подачи смазки / М.А. Мукутадзе, Б.М. Флек, Н.С. Задорожная и др. // Инженерный вестник Дона. – 2013. – № 3 (26). – С. 9.
5. Akhverdiev K.S. Hydrodynamic calculation of a thrust plain bearing that operates with viscoelastic lubricant under turbulent friction conditions / K.S. Akhverdiev, M.A. Mukutadze, I.S. Semenko // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2011. – Vol. 40. – No. 4. – P. 359-365. – DOI 10.3103/S1052618811040029.
6. Ахвердиев К.С. Стратифицированное течение трехслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью / К.С. Ахвердиев, А.Ч. Эркенов, Е.Е. Александрова, М.А. Мукутадзе // Трибология и надежность: сборник научных трудов X Международной конференции / под общ. ред. К.Н. Войнова. – СПб.: Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I, 2010. – С. 15-24.
7. Ахвердиев К.С. Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью / К.С. Ахвердиев, Е.В. Александрова, Е.Е. Кручинина, М.А. Мукутадзе // Вестник Донского государственного технического университета. – 2010. – Т. 10. – № 2 (45). – С. 217-223.
8. Ахвердиев К.С. Гидродинамический расчет радиального подшипника скольжения, работающего в турбулентном режиме трения при неполном заполнении зазора вязкоупругой смазкой / К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, В.А. Замшин, И.С. Семенко // Вестник машиностроения. – 2009. – № 7. – С. 11-17.
9. Ахвердиев К.С. Гидродинамический расчет радиального подшипника при наличии электромагнитного поля с учетом зависимости вязкости и электропроводимости от температуры / К.С. Ахвердиев, Е.О. Лагунова, М.А. Мукутадзе // Вестник Донского государственного технического университета. – 2009. – Т. 9. – № 3 (42). – С. 529-536.
10. Ахвердиев К.С. Математическая модель гидродинамической смазки бесконечно широких опор, работающих в турбулентном режиме на микрополярной смазке / К.С. Ахвердиев, А.Ю. Вовк, М.А. Мукутадзе, М.А. Савенкова // Трение и смазка в машинах и механизмах. – 2007. – № 9. – С. 12-15.
11. Мукутадзе М.А. Разработка системы расчетных моделей подшипников скольжения на основе развития гидродинамической и реодинамической теории смазки: 05.02.04 «Трение и износ в машинах»: автореф. дисс. ... докт. техн. наук. – Ростов-на-Дону: Ростовский государственный университет путей сообщения, 2015.
12. Ахвердиев К.С. Гидродинамический расчет радиального подшипника, работающего в нестационарном режиме на вязкопластичной смазке, обладающей микрополярными свойствами / К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, А.Ю. Вовк, И.С. Семенко // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2008. – № 4 (32). – С. 131-138.
13. Ахвердиев К.С. Математическая модель гидродинамической смазки радиального подшипника, работающего в нестационарном режиме на микрополярной смазке / К.С. Ахвердиев, М.А. Мукутадзе, М.А. Савенкова, А.Ю. Вовк // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2008. – № 1 (29). – С. 147-151.
14. Мукутадзе М.А. Гидродинамическая модель клиновидной опоры скольжения с легкоплавким металлическим покрытием / М.А. Мукутадзе, Д.У. Хасьянова, А.М. Мукутадзе // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2020. – № 4. – С. 51-58. – DOI 10.31857/S0235711920040100.
15. Mukutadze M.A. Mathematical model of a plain bearer lubricated with molten metal / M.A. Mukutadze, V.V. Vasilenko, A.M. Mukutadze, A.N. Opatskikh // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. International Conference on Innovations and Prospects of Development of Mining Machinery and Electrical Engineering. – 2019. – P. 012021. – DOI 10.1088/1755-1315/378/1/012021.

16. Mukutadze M.A. Simulation model of thrust bearing with a free-melting and porous coating of guide and slide surfaces / M.A. Mukutadze, A.M. Mukutadze, V.V. Vasilenko // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – Novosibirsk, 2019. – P. 012031. – DOI 10.1088/1757-899X/560/1/012031.
17. Mukutadze M. A. Radial friction bearing with a fusible coating in the turbulent friction mode / M.A. Mukutadze, D.U. Khasyanova // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2019. – Vol. 48. – No. 5. – P. 421-430. – DOI 10.3103/S1052618819050066.
18. Akhverdiev K.S. Calculated model of wedge-shaped sliding supports taking into account rheological properties of viscoelastic lubricant / K.S. Akhverdiev, E.O. Lagunova, M.A. Mukutadze // Advances in Engineering Research. Proceedings of the International Conference "Aviamechanical engineering and transport" (AVENT 2018). – 2018. – P. 246-253. – DOI 10.2991/avent-18.2018.47.
19. Mukutadze M.A. Optimization of the supporting surface of a slider bearing according to the load-carrying capacity taking into account the lubricant viscosity depending on pressure and temperature / M.A. Mukutadze, D.U. Khasyanova // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2018. – Vol. 47. – No 4. – P. 356361. – DOI 10.3103/S1052618818040106.
20. Mukutadze M.A. Development of the design model of a hydrodynamic lubricating material formed during melting of the axial bearing, in the presence of forced lubrication / M.A. Mukutadze, E.O. Lagunova, V.V. Vasilenko // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2018. – Vol. 47. – No. 3. – P. 271-277. – DOI 10.3103/S105261881803010X.
21. Akhverdiev K.S. Mathematical model of a radial sliding bearing with a porous layer on its operating surface with a low-melting metal coating on shaft surface / K.S. Akhverdiev, E.A. Bolgova, M.A. Mukutadze, V.V. Vasilenko // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2021. – P. 012005. – DOI 10.1088/1757-899X/1064/1/012005.
22. Кохановский В.А. Матричные материалы антифрикционных композитов / В.А. Кохановский, М.А. Мукутадзе // Вестник Донского государственного технического университета. – 2001. – Т. 1. – № 2. – С. 51-56.
23. Lagunova E.O. Calculation of a radial slider bearing with a fusible coating / E.O. Lagunova, M.A. Mukutadze // Journal of Friction and Wear. – 2019. – Vol. 40. – No. 1. – P. 88-94. – DOI 10.3103/S1068366619010112.
24. Mukutadze M.A. Optimization of the supporting surface of a slider bearing according to the load-carrying capacity taking into account the lubricant viscosity depending on pressure and temperature / M.A. Mukutadze, D.U. Khasyanova // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2018. – Vol. 47. – No. 4. – P. 356-361. – DOI 10.3103/S1052618818040106.

Сведения об авторах:

*Абдулрахман Хайдар Нофалевич* – к.ф.-м.н., доцент кафедры «Высшая математика»;

*Мукутадзе Мурман Александрович* – д.т.н., профессор кафедры «Высшая математика»;

*Киришцева Виктория Игоревна* – аспирант;

*Шведова Валерия Евгеньевна* – аспирант.