УДК 629.331 https://doi.org/10.26160/2542-0127-2020-6-36-38

О ВЫВОДЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ

Парфенов Д.С., Чабунин И.С., Чалкин Н.П.
Московское высшее общевойсковое командное училище, г. Москва

Ключевые слова: колесная машина, уравнение движения, сила, момент, равновесие.
Аннотация. В статье рассматривается вопрос правомерности применения при выводе уравнения движения колесной машины только лишь алгебраической суммы проекций всех действующих сил на ось, расположенную на опорной плоскости, и приравнивания ее нулю, поскольку, как известно, система может быть уравновешена по силам, но не уравновешена по моментам. Для решения задачи рассматривается вывод уравнения движения с помощью уравнений моментов. В итоге получено то же уравнение, что подтверждает возможность использования способа проецирования сил.

ON DERIVING THE EQUATION OF MOTION OF A WHEELED VEHICLE

Parfenov D.S., Chabunin I.S., Chalkin N.P.
Moscow Higher Combined Arms Command School, Moscow

Keywords: wheeled vehicle, equation of motion, force, moment, balance.
Abstract. The article discusses the validity of using only the algebraic sum of the projections of all acting forces on the axis located on the reference plane and equating it to zero when deriving the equation of motion of a wheeled car, since, as is known, the system can be balanced in forces, but not in moments. To solve the problem, we consider the derivation of the equation of motion using the equations of moments. As a result, the same equation is obtained, which confirms the possibility of using the method of projecting forces.

Как известно, одним из важнейших уравнений [1] в теории движения колесных машин, определяющих в том числе саму возможность их движения, является так называемое уравнение прямолинейного движения. Как правило, в основе его вывода лежит проецирование всех действующих на машину активных и реактивных сил [2]. Однако, как известно, объект исследования (в данном случае мобильная колесная машина) может быть уравновешен по силам, но не уравновешен по моментам. На этом основании возможно возникновение сомнения относительно достаточности рассмотрения равновесия системы по силам, не используя равновесие по моментам, и, как следствие, неправомерности вывода уравнения движения.

Рассмотрим плоскую модель движущейся на подъем двухосной машины, буксирующей прицеп. К активным и реактивным силам, действующим на нее в общем случае, относятся: $G = mg$ – сила тяжести машины; m – масса машины, g – ускорение свободного падения, $F_j = mj$ – сила инерции, направленная противоположно ускорению j; $F_\alpha = G\sin\alpha$ – составляющая силы тяжести, параллельная опорной плоскости; F_w – сила сопротивления воздуха; F_n – сила сопротивления прицепа; R_{z1}, R_{z2} – реактивные силы, действующие в пятне контакта шины с опорной поверхностью; $R_{f1} = F_{z1} f$, $R_{f2} = F_{z2} f$ – силы сопротивления качению, где f – коэффициент сопротивления качению; R_{x2} – сила тяги. Направления их действия и места приложения показаны на рис. 1.

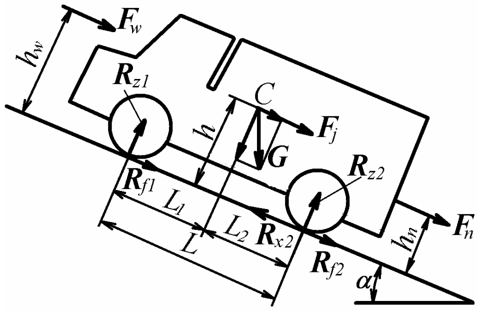

Рис. 1. Силовые факторы, действующие на двухосную машину

Из курса теоретической механики известны три формы уравнений равновесия [3]. В целях упрощения рассмотрим случай равномерного прямолинейного движения и составим уравнения моментов относительно трех точек, не лежащих на одной прямой, т.е. исключим вообще из уравнений равновесия сумму проекций сил:

$$R_{z2}L_2 - R_{x2}h + R_{f2}h - R_{z1}L_1 + R_{f1}h - F_w(h_w - h) + F_n(h - h_n) = 0;$$

$$-R_{z1}L - F_w h_w - Gh\sin\alpha + GL_2\cos\alpha - F_n h_n = 0;$$

$$R_{z2}L - Gh\sin\alpha - GL_1\cos\alpha - F_w h_w - F_n h_n = 0.$$

Из двух последних уравнений выражаем R_{z1} и R_{z2}:

$$R_{z1} = G\frac{L_2}{L}\cos\alpha - F_w\frac{h_w}{L} - G\frac{h}{L}\sin\alpha - F_n\frac{h_n}{L};$$

$$R_{z2} = G\frac{h}{L}\sin\alpha + G\frac{L_1}{L}\cos\alpha + F_w\frac{h_w}{L} + F_n\frac{h_n}{L}$$

и подставляем в первое уравнение, предварительно выразив R_{x2}:

$$R_{x2} = R_{z2}\frac{L_2}{h} + R_{z2}f - R_{z1}\frac{L_1}{h} + R_{z1}f - F_w\frac{h_w}{h} + F_w + F_n - F_n\frac{h_n}{h}.$$

Получаем:

$$R_{x2} = G\frac{L_2}{L}\sin\alpha + G\frac{L_1L_2}{Lh}\cos\alpha + F_w\frac{h_wL_2}{Lh} + F_n\frac{h_nL_2}{Lh} + G\frac{h}{L}f\sin\alpha +$$

$$+G\frac{L_1}{L}f\cos\alpha + F_w\frac{h_w}{L}f + F_n\frac{h_n}{L}f - G\frac{L_2L_1}{Lh}\cos\alpha + F_w\frac{h_wL_1}{Lh} +$$

$$+G\frac{L_1}{L}\sin\alpha + F_n\frac{h_nL_1}{Lh} + G\frac{L_2}{L}f\cos\alpha - F_w\frac{h_w}{L}f - G\frac{h}{L}f\sin\alpha -$$

$$-F_n\frac{h_n}{L}f - F_w\frac{h_w}{h} + F_w + F_n - F_n\frac{h_n}{h}.$$

После сокращений будем иметь следующее выражение:

$$R_{x2} = G\frac{L_2}{L}\sin\alpha + G\frac{L_1}{L}f\cos\alpha + G\frac{L_1}{L}\sin\alpha + G\frac{L_2}{L}f\cos\alpha +$$

$$+F_w + F_n = G\frac{L_1 + L_2}{L}\sin\alpha + G\frac{L_1 + L_2}{L}f\cos\alpha + F_w + F_n.$$

Так как $L_1 + L_2 = L$, то в итоге получаем:

$$R_{x2} = G\sin\alpha + Gf\cos\alpha + F_w + F_n,$$

которое совпадает с классическим уравнением движения колесной машины.

Можно привести все силовые факторы к точке контакта заднего ведущего колеса с опорной поверхностью. При этом следует рассматривать все силовые факторы, как активные, так и реактивные. В итоге в точке контакта будут приложены силы R_{x2}, R_{f2}, R_{f1}, $G\sin\alpha$, R_{z2}, R_{z1}, $G\cos\alpha$, F_w, F_n, совпадающие по направлению с показанными на рис. 1, и моменты, обусловленные переносом этих сил, с величинами $Gh\sin\alpha$, $R_{z1}L$, $GL_2\cos\alpha$, F_wh_w, F_nh_n. Составим уравнение моментов, например, относительно оси заднего ведущего колеса:

$$Gr\sin\alpha - R_{x2}r - Gh\sin\alpha - R_{z1}L + GL_2\cos\alpha + F_wr - F_wh_w + F_nr - F_nh_n +$$
$$+ R_{z1}fr + R_{z2}fr = 0.$$

Учитывая, что

$$R_{z1} = G\frac{L_2}{L}\cos\alpha - F_w\frac{h_w}{L} - G\frac{h}{L}\sin\alpha - F_n\frac{h_n}{L},$$

получаем:

$$Gr\sin\alpha - R_{x2}r - Gh\sin\alpha + G\frac{h}{L}L\sin\alpha - G\frac{L_2}{L}L\cos\alpha + F_w\frac{h_w}{L}L + F_n\frac{h_n}{L}L +$$
$$+ GL_2\cos\alpha + F_wr - F_wh_w + F_nr - F_nh_n + R_{z1}fr + R_{z2}fr = 0;$$
$$R_{x2} = G\sin\alpha + F_w + F_n + Gf\cos\alpha.$$

Итак, мы снова получили классическое уравнением движения колесной машины. Таким образом, получение данного уравнение методом проецирования всех сил, действующих на колесную машину, на опорную плоскость правомерно.

Список литературы

1. Гришкевич А.И. Автомобили: Теория: Учебник для вузов. – Ми.: Выш. шк., 1986. – 208 с.
2. Фалькевич Б.С. Теория автомобиля, изд. 2-е, перераб. и доп. – И.: Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, 1963. – 239 с.
3. Бочков С.Л., Зимин А.И., Парадеев С.Д., Чабунин И.С. Техническая механика. Часть I: Учебник. – 2-е изд., испр. и доп.– М.: МВОКУ, 2020. – 259 с.

Сведения об авторах:

Парфенов Данила Сергеевич – курсант, МВОКУ, г. Москва;

Чабунин Игорь Сергеевич – к.т.н., доцент, заведующий кафедрой общепрофессиональных дисциплин, МВОКУ, г. Москва;

Чалкин Никита Павлович – курсант, МВОКУ, г. Москва