

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КУЛАЧКОВО-ЗУБЧАТО-РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА МЕТОДОМ ЛОЖНЫХ ПЛАНОВ

Балабина Т.А.¹, Мамаев А.Н.²

¹*Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ),*

²*Московский политехнический университет, г.Москва*

Ключевые слова: зубчато-рычажный механизм, выстой, зубчатые колеса, угол обратного поворота, упругий элемент.

Аннотация. Известно, что зубчато-рычажные механизмы, состоящие из кривошипно-коромыслового шарнирного четырехзвенника с установленными на осях подвижных шарниров и на оси вращения коромысла зубчатыми колесами, при определенных соотношениях параметров обеспечивают периодическое вращение выходного звена с приближенным выстоем. В докладе описывается схема и приводятся зависимости, необходимые для кинематического и силового расчета механизма, обеспечивающего выстой ведомого звена с фиксацией его положения в течение всего выстоя. Такая возможность достигается за счет выполнения шатуна из двух частей, соединенных между собой упругим элементом с предварительным натягом, и введения для связи между колесами, установленными на осях подвижных шарниров, дополнительных-паразитных колес.

KINEMATIC STUDY OF THE CAM-GEAR-LEVER MECHANISM BY THE METHOD OF FALSE PLANS

Balabina T.A.¹, Mamaev A.N.²

¹*Moscow automobile and road state technical University (MADI),*

²*Moscow Polytechnic University, Moscow*

Keywords: gear-lever mechanism, stand, gears, reverse angle, elastic element.

Abstract. It is known that gear-lever mechanisms consisting of a crank-rocker hinge four-link with gears mounted on the axes of movable hinges and on the axis of rotation of the rocker, under certain ratios of parameters, provide periodic rotation of the output link with an approximate stand. The report describes the scheme and provides the dependencies necessary for the kinematic and power calculation of the mechanism that provides the slave link with the fixation of its position during the entire stay. This possibility is achieved by performing a connecting rod of two parts connected to each other by an elastic element with a preload, and the introduction for the connection between the wheels mounted on the axes of movable hinges, additional-parasitic wheels.

Среди многообразия механизмов, применяемых для воспроизведения периодического поворота, особое место занимают зубчато-рычажные механизмы, обеспечивающие периодический поворот выходного звена с выстоем без разрыва кинематической цепи [1-7].

На рис. 1 представлена схема такого механизма, предложенного Роттенбахером. Он состоит из кривошипно-коромыслового шарнирного четырехзвенника с установленными на осях его шарниров В, С и D, последовательно зацепляющихся между собой зубчатыми колесами 1, 4 и 5. Колесо 1 жестко связано с кривошипом. Колесо 4 и 5 вращаются на осях свободно. При определенных соотношениях параметров четырехзвенника

выходное звено механизма – колесо 5 при равномерном вращении кривошипа 1 совершает периодическое вращение с приближенным выстоем, продолжительность которого может соответствовать углам поворота кривошипа, достигающим 180 (рис. 2). Однако с увеличением угла ϕ_{1ab} приближенного выстоя, растет и угол обратного поворота δ колеса 5, что в ряде случаев исключает возможность использования таких механизмов.

Известны различные способы уменьшения или устранения угла обратного поворота, но все они не обеспечивают точного выстоя.

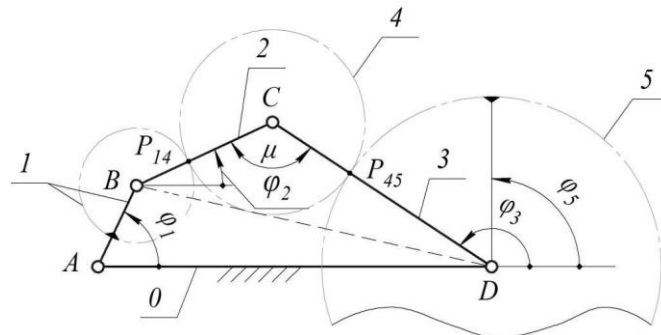


Рис. 1. Зубчато-рычажный механизм Роттенбахера

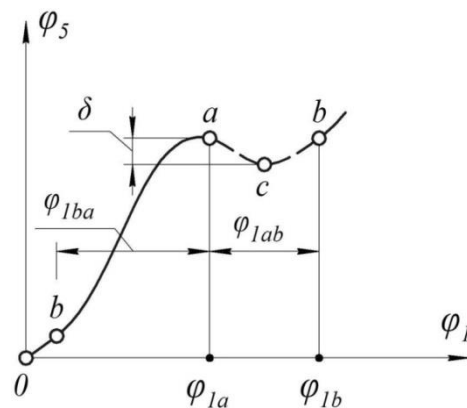


Рис. 2. Функция положения механизма

Предлагаемая схема механизма показана на рис. 3. Он отличается тем, что шатун ВС его четырехзвенника выполнен из двух частей 2 и 2', соединенных между собой упругим элементом. Причем упругий элемент – спиральная пружина сжатия – установлен таким образом, что как укорочение, так и удлинение шатуна по сравнению с его исходной длиной требует превышение силой, действующей вдоль линии шатуна, силы предварительного натяга пружины. Следовательно, показанное устройство обеспечивает предварительный натяг двухстороннего действия.

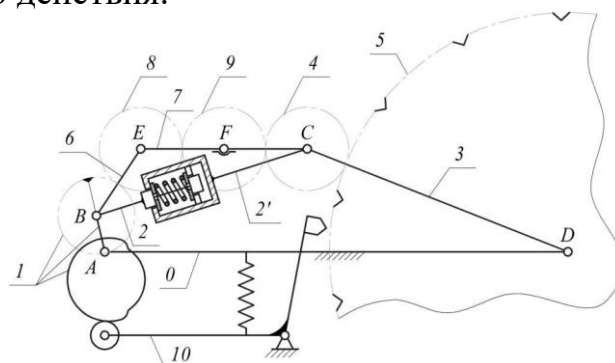


Рис. 3. Кулачково-зубчато-рычажный механизм с упругим элементом в шатуне

При изменяющейся длине шатуна ВС связь между зубчатыми колесами, установленными на осях подвижных шарниров В и С, с сохранением направления их относительного вращения, которое они имели в механизме, изображенном на рис. 1, осуществляется через промежуточные зубчатые колеса 8 и 9. Они установлены свободно на оси внутреннего шарнира Е и в точке F одного из звеньев дополнительной двухповодковой группы 6 – 7, присоединенной к механизму в шарнирах В и С. Фиксация зубчатого колеса 5 на угле выстоя осуществляется призмой рычага фиксатора 10, которым управляет кулачок, закрепленный на валу кривошипа.

Механизм работает следующим образом.

На угле поворота кривошипа $\varphi_{1\text{в}а}$ кулачок кривошипа 1, воздействуя на фиксатор 10, удерживает его в отведенном от колеса 5 состоянии. При этом сила в шатуне меньше силы предварительного натяга его упругого элемента и поэтому части шатуна 2 и 2' вместе с присоединенной двухповодковой группой, т.е. с рычагами 6 и 7, движутся как одно звено.

В начале угла выстоя $\varphi_{1\text{ав}}$, в момент, когда угловая скорость колеса 5 оказывается равной нулю, кулачок освобождает фиксатор, и последний фиксирует колесо 5. Принудительная остановка выходного звена приводит к превышению силой растяжения или сжатия шатуна силы предварительного натяга его упругого элемента. В результате этого начинается относительное движение частей 2 и 2' шатуна и рычагов 6 и 7, что и позволяет механизму продолжать движение при неподвижном колесе 5. В конце угла выстоя $\varphi_{1\text{ав}}$, в момент восстановления шатуном своей исходной длины, кулачок отводит фиксатор и освобождает колесо 5 после чего начинается повторение цикла движения.

Таким образом, предлагаемый механизм имеет переменную структуру. На угле поворота кривошипа $\varphi_{1\text{в}а}$ его структура аналогична структуре механизма Роттенбахера. Различие состоит в установке двух дополнительных паразитных колес на шатуне, не вносящих изменения в движение остальных звеньев.

После остановки выходного звена и начала относительного движения частей шатуна 2 и 2' и рычагов 6 и 7 структура механизма изменяется (рис. 4).

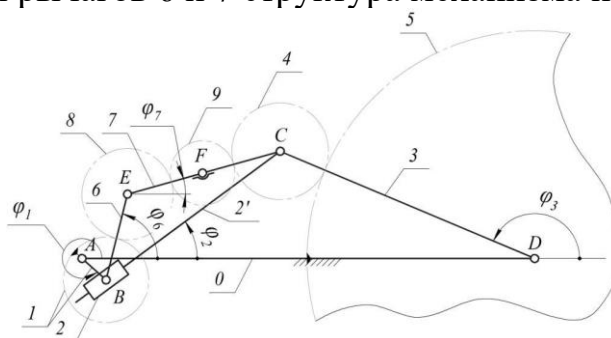


Рис. 4. Структурная схема механизма в период выстоя выходного звена

Для проектирования описанного механизма с точным выстоем, в частности, для выбора параметров упругого элемента необходимо знать относительное движение звеньев после остановки колеса 5.

Решение этой задачи требует предварительного определения положения звеньев в момент начала выстоя выходного звена, т.е. в момент, соответствующий точке "a" на функции положения механизма (рис. 2):

$$\mu = \arccos\left(\frac{\ell_2^2 + \ell_3^2 - \ell_0^2 - \ell_1^2 + 2\ell_0 \ell_1 \cos\varphi_1}{2\ell_2 \ell_3}\right), \quad (1)$$

$$\varphi_3 = 180^\circ - \arctg\left(\frac{\ell_1 \sin \varphi_1}{\ell_0 - \ell_1 \cos \varphi_1}\right) - \arctg\left(\frac{\ell_2 \sin \mu}{\ell_3 - \ell_2 \cos \mu}\right) \quad (2)$$

$$\varphi_2 = \varphi_3 - \mu, \quad (3)$$

где ℓ_0 , ℓ_1 и ℓ_3 – соответственно длины стойки кривошипа и коромысла; ℓ_2 – исходная длина шатуна.

Известно, что в трехколесном зубчато-рычажном механизме мгновенным остановкам выходного звена, имеющим место в положениях отмеченных на функции положения точками *a* и *c* (рис. 2), соответствует расположение полюсов зацепления обеих пар колес P_{14} и P_{45} (рис. 5) на общей прямой, проходящей через центр вращения кривошипа. В этом случае колесо 5 оказывается неподвижным, т.к. полюс зацепления P_{45} совпадает с мгновенным центром вращения колеса 4 в абсолютном движении: поскольку P_{45} располагается на пересечении перпендикуляров к скоростям двух точек – P_{14} и *C*, проведенных через эти точки.

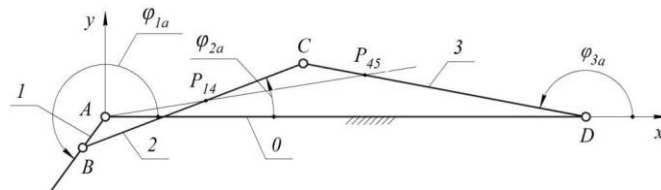


Рис. 5 Определение положений механизма, соответствующих мгновенным остановкам выходного звена

Для рассматриваемого механизма, в котором колеса 1 и 4 непосредственно между собой не зацепляются, такую же роль при отыскании положения мгновенных остановок выходного звена, как полюс зацепления этих колес в механизме на рис.1 будет выполнять мгновенный центр их относительного вращения. Он располагается на прямой BC и при вращении колес в противоположенных направлениях делит исходную длину шатуна внутренним образом на части, пропорциональные делительным радиусам соответствующих колес. Обозначая эту точку, как и полюс зацепления, через P_{14} (рис. 5) и учитывая, что нас интересует положение мгновенной остановки выходного звена в начале угла выстоя (точка "a" на рис. 2), когда шатун имеет исходную длину ℓ_2 , расстояние от P_{14} до точки В определяет как

$$\ell_{BP_{14}} = \frac{\ell_2 r_1}{r_1 + r_4},$$

где r_1 и r_4 – делительные радиусы зубчатых колес 1 и 4.

При расположении P_{14} и P_{45} на общей прямой, проходящей через центр А, должна соблюдаться пропорциональность проекций отрезков AP_{14} и AP_{45} на координатные оси, т.е.

$$\frac{\ell_1 \cos\varphi_{1a} + \ell_{BP_{14}} \cos\varphi_{2a}}{\ell_1 \sin\varphi_{1a} + \ell_{BP_{14}} \sin\varphi_{2a}} = \frac{\ell_0 + r_{w5} \cos\varphi_{3a}}{r_{w5} \sin\varphi_{3a}}, \quad (4)$$

где r_{w5} – начальный радиус колеса 5.

Совместное решение уравнений 1, 2, 3 и 4 позволяет рассчитать значение углов φ_{1a} , φ_{2a} и φ_{3a} , определяющих положения звеньев четырехзвенника в начальный момент выстоя, когда механизм изменяет свою структуру.

В этот момент его рычажная часть, состоящая из звеньев 1, 2, 2', 3, 6, 7 имеет две степени свободы и определенность в их движение при заданном вращении кривошипа вносится зубчатыми колесами, одно из которых – колесо 4 зацепляется с установленным колесом 5.

Особенность кинематического расчета такого механизма [8] состоит в том, что когда упругий элемент введен в рычажную цепь механизма, то кинематическое исследование в период выстоя выходного звена механизма требует применения нестандартных приемов.

При фиксированном выходном звене рычажная цепь механизма, состоящая из звеньев 1,2,2',3,6 и 7, имеет две степени свободы и её кинематика не может рассматриваться отдельно от зубчатых передач, вносящих определенность в движение вышперечисленных звеньев. Известно, что во многих случаях кинематическое исследование механизма с высшими парами упрощается, если произвести замену высших пар низшими. Попытка замены высших пар низшими приводит к механизму, который при начальном звене 1 состоит, кроме двухповодковой группы Ассур 2 - 2', из четырехповодковой группы, содержащей десять звеньев и имеющей два замкнутых контура, пути кинематического исследования которой неизвестны.

Рассмотрим метод ложных планов скоростей (рис. 6), позволяющий получить искомое решение задачи непосредственно для схемы, показанной на рис.3, содержащей как низшие, так и высшие кинематические пары [9,10].

При заданной частоте вращения кривошипа является известной скорость точки В первого и второго звена

$$V_{B_{1,2}} = \omega_1 \ell_{AB} .$$

и точки колеса, совпадающей с полюсом зацепления первого и восьмого колес, поскольку колеса 1 жестко связано с кривошипом.

$$V_{P_{18}} = \omega_1 \ell_{AP_{18}} .$$

Обычным путем - из совместного решения двух векторных уравнений скорость ни одной из точек определить нельзя:

$$\bar{V}_E = \bar{V}_{B_{1,2}} + \bar{V}_{E_{1,2}} ,$$

$$\bar{V}_E = \bar{V}_C + \bar{V}_{EC} .$$

Так, например, в уравнении для скорости точки Е неизвестны модули трех скоростей $V_{B_{1,2}}$, V_C и V_{EC} , в связи с чем решение уравнений не представляется возможным. Не зная скорости точки С, нельзя определить и скорость точки $V_{B_{2'}}$.

Зададимся произвольной величиной скорости точки С и используем условие равенства абсолютных скоростей точек сопряженных колес, совпадающих с полюсом зацепления. Последовательным рассмотрением движения колес 4,9 и 8 определим скорость точки Е, соответствующую произвольно выбранной скорости V_C^1 . Конец вектора скорости точки Е должен

располагаться на перпендикуляре к $EВ$, проведенном из точки $b_{1,2}$ плана скоростей, т.е. на прямой $b_{1,2}P_{18}$ (рис. 4 и 5). Выполнение этого условия и явится критерием правильности выбора скорости точки C .

Для определения скорости колеса 4 полюсе зацепления колес 4 и 9 при выбранной произвольно скорости V_C составим два векторных уравнения, связывающих скорость точки P_{49} со скоростью точки P_{45} и скоростью точки C этого колеса

$$\begin{aligned} \bar{V}_{P_{49}} &= \bar{V}_{P_{45}} + \bar{V}_{P_{49}P_{45}}, \\ \bar{V}_{P_{49}} &= \bar{V}_C + \bar{V}_{P_{49}C}. \end{aligned}$$

Учитывая, что в период выстоя колесо 5 неподвижно и скорость в полюсе зацепления колес 4 и 5 равна нулю, линию перпендикулярную к $P_{45}P_{49}$, проводим из полюса плана скоростей. В пересечении её с перпендикуляром к EC , проведенным из конца вектора скорости V_C^1 , т.е. точки c^1 , находим скорость $V_{P_{49}}^1$. Скорость точек колес 8 и 9, совпадающих с полюсом зацепления колес 8 и 9, определяем из уравнений

$$\begin{aligned} \bar{V}_{P_{89}} &= \bar{V}_{P_{18}} + \bar{V}_{P_{89}P_{18}}, \\ \bar{V}_{P_{89}} &= \bar{V}_{P_{49}} + \bar{V}_{P_{89}P_{49}}. \end{aligned}$$

Из конца вектора скорости полюса зацепления колес 1 и 8 проводим перпендикуляр к $P_{89}P_{18}$, а из конца вектора скорости $V_{P_{49}}^1$ проводим перпендикуляр к EC . В их пересечении находим конец вектора скорости $V_{P_{89}}^1$.

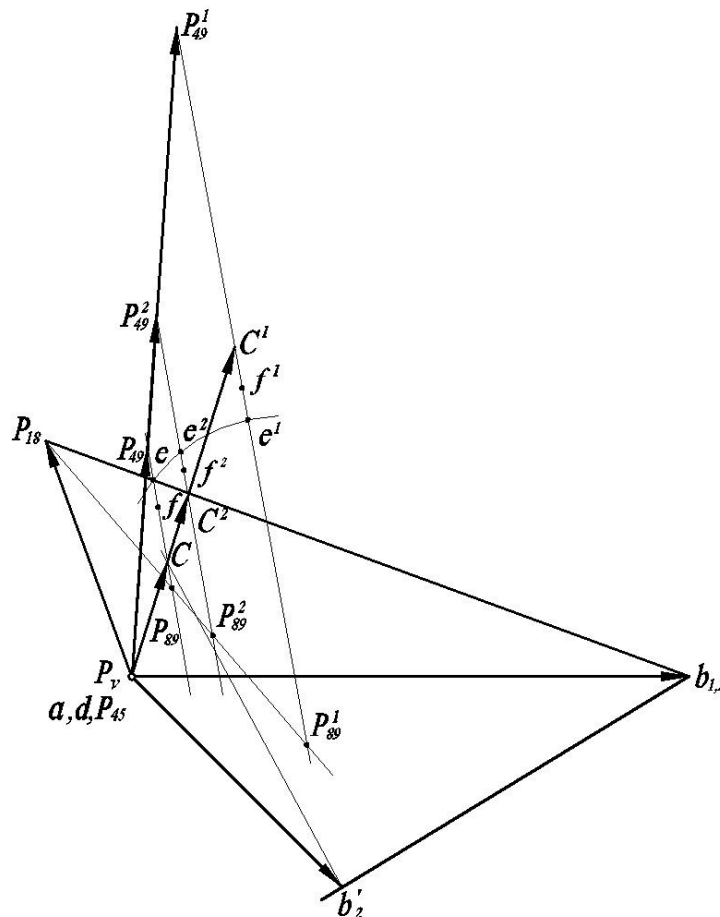


Рис. 6. План скоростей механизма в период выстоя выходного звена

Зная скорости $V_{P_{49}}$ и $V_{P_{89}}$, скорость точки F определяем по теореме подобия. Точка f^1 на плане скоростей находится посередине между точками P_{49}^1 и P_{89}^1 . Согласно теореме подобия находим скорость и точки E. При этом имеем ввиду, что при $\ell_{EF} = \ell_{FC}$ соблюдается равенство $ef^1 = f^1c^1$. Поэтому, отложив от точки f^1 отрезок, равный c^1f^1 , на продолжении прямой c^1f^1 находим точку c^1 .

Очевидно, что при произвольно выбранной скорости точки C конец вектора скорости точки E не окажется на прямой $P_{18}b_{1,2}$. Однако, задаваясь рядом различных значений скорости точки C и выполнив описанные построения для каждого её значения, можно через концы полученных ложных скоростей точки E, т.е. точки e^1, e^2, e^3 и так далее, провести плавную кривую и в её пересечении с прямой $P_{18}b_{1,2}$ найти конец вектора действительной скорости точки C.

Обратным построением находятся действительные скорости всех остальных точек.

Скорость точки $B_{2'}$ определяем из векторных уравнений

$$\begin{aligned}\bar{V}_{B_{2'}} &= \bar{V}_{B_{1,2}} + \bar{V}_{B_{2'}B_{1,2}}, \\ \bar{V}_{B_{2'}} &= \bar{V}_C + \bar{V}_{B_{2'}C}.\end{aligned}$$

проведя линию, параллельную BC, из конца вектора скорости $V_{B_{1,2}}$ до пересечения с перпендикуляром к BC, проведенным из конца найденного действительного вектора скорости точки C.

Построением планов скоростей для ряда последовательных положений механизма в период выстоя выходного звена стоим график относительных скоростей частей шатуна 2 - 2'. Интегрированием полученного графика находим максимальное приращение длины шатуна, необходимое для расчета пружины упругого элемента [11-13].

При вращении кривошипа по часовой стрелке остановка колеса 5 на угле первоначально приводит к удлинению шатуна с последующим восстановлением исходной длины. Поэтому в данном случае сила предварительного натяга упругого элемента должна преодолеваться силой растяжения шатуна. Не смотря на то, что в зависимости от направления вращения кривошипа, можно устанавливать упругий элемент одностороннего действия, целесообразна установка упругого элемента двухстороннего действия для лимитирования ускорений ведомых масс и, таким образом, амортизации жесткого удара в механизме в момент восстановления шатуном своей исходной длины (точка на рис. 2) [14,15].

Список литературы

1. А.с. № 1046556. Кулачково-зубчато-рычажный механизм / Вирабов Р.В, Кострова (Балабина) Т.А. – 1983, Б.И. №37.
2. А.с. № 1114833. Кулачково-зубчато-рычажный механизм / Вирабов Р.В, Кострова (Балабина) Т.А., Марков И.Л. – 1984, Б.И. №35.
3. А.с. № 1178987. Кулачково-зубчато-рычажный механизм / Вирабов Р.В., Кострова (Балабина) Т.А., Дмитриева Л.Н., Марков И.Л. – 1985, Б.И. №34.
4. А.с. № 1249242. Кулачково-зубчато-рычажный механизм / Вирабов Р.В., Моталов П.М., Кострова (Балабина) Т.А., Вайсман Е.Г. – 1986, Б.И. №29.

5. А.с. № 1421915. Кулачково-реечно-рычажный механизм / Вирабов Р.В., Балабина Т.А., Моталов П.М. – 1988, Б.И. №33.
6. А.с. № 1581940. Кулачково-реечно-рычажный механизм / Вирабов Р.В., Моталов П.М., Балабина Т.А. – 1990, Б.И. №28.
7. Патент № 2057977 РФ. Кулачково-зубчато-рычажный механизм / Балабина Т.А. – приоритет от 23.04.1992.
8. Балабина Т.А., Мамаев А.Н., Соболев А.Н. Влияние упругого элемента на движение ведомого звена кулачково-зубчато-рычажного механизма // Вестник МГТУ "Станкин". 2017. №1(40). С. 43-47.
9. Мамаев А.Н., Балабина Т.А. Основы теории механизмов. – М.: Изд. Компания «Дельта», 2015. – 166с.
10. Балабина Т.А., Мамаев А.Н. Основы расчета механизмов. – М.: Московский государственный машиностроительный университет МАМИ, 2012. – 149 с.
11. Балабина Т.А., Мамаев А.Н., Симбирцев И.Н. Особенности расчета кулачково-зубчато-рычажных механизмов с упругим элементом и фиксированным выстоем выходного звена // Известия Московского государственного технического университета МАМИ. 2013. Т. 2, №1(15). С. 18-20.
12. Вирабов Р.В., Кострова (Балабина) Т.А., Дмитриева Л.Н. Влияние упругого элемента на движение ведомого звена кулачково-зубчато-рычажного механизма // Вестник машиностроения. 1989. №1.
13. Вирабов Р.В., Кострова (Балабина) Т.А., Дмитриева Л.Н. Силовой расчет кулачково-зубчато-рычажного механизма с фиксированным выстоем выходного звена // Вестник машиностроения. 1986. №2.
14. Балабина Т.А., Мамаев А.Н., Костюк И.В., Рогов В.Р., Черепнина Т.Ю. Сравнительный анализ динамики кулачково-зубчато-рычажных механизмов с различными вариантами установки упругого элемента // Вестник Московского автомобильно-дорожного государственного университета (МАДИ). 2018. №3(54). С. 38-44.
15. Патент № 2066858 РФ. Стенд для измерения колебаний выходного звена кулачково-зубчато-рычажного механизма / Балабина Т.А. – приоритет от 25.06. 1993.

Сведения об авторах:

Балабина Татьяна Александровна – к.т.н., доцент, доцент кафедры "Детали машин и теория механизмов, МАДИ, г.Москва;

Мамаев Алексей Николаевич – к.т.н., профессор, профессор кафедры "Техническая механика", Московский политех, г.Москва.