

ЕЩЕ РАЗ ОБ УРАВНЕНИИ ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ*Лоскутов О.Е., Чабунин И.С.**Московское высшее общевойсковое командное училище, г. Москва***Ключевые слова:** колесная машина, уравнение движения, сила, момент, равновесие.**Аннотация.** В статье рассматривается вопрос правомерности широко распространенного способа получения уравнения движения колесной машины путем составления алгебраической суммы проекций всех действующих сил на ось, расположенную на опорной плоскости, и приравнивая ее нулю.**ONCE AGAIN ABOUT THE EQUATION OF MOTION OF A WHEELED MACHINE***Loskutov O.E., Chabunin I.S.**Moscow higher combined arms command school, Moscow***Keywords:** wheel machine, equation of motion, force, moment, equilibrium.**Abstract.** The article deals with the question of legality of a widespread method of obtaining the equation of motion of a wheeled machine by compiling an algebraic sum of projections of all acting forces on the axis located on the reference plane, and equating it to zero.

Одним из основных уравнений теории движения колесных машин является уравнение прямолинейного движения автомобиля (или уравнение возможности движения автомобиля). Обычно его получают проецированием всех действующих на машину сил, находя сумму получившихся проекций и приравнивая ее нулю [3]. В [2] используется принцип Лагранжа-Даламбера, приравнивая нулю алгебраическую сумму работ всех приложенных к системе внешних сил и моментов, реакций неидеальных связей и сил инерции. В [1] составляется уравнение мощностей, которое после преобразований приводится к виду, согласно которому сумма продольной и окружной сил колеса равна сумме сил сопротивления качению и разгону. Если в последних двух случаях учитываются все силовые факторы – и силы и моменты, то в первом, наиболее часто встречающемся способе получения уравнения движения, может возникнуть сомнение относительно достаточности рассмотрения равновесия системы по силам, не используя равновесие по моментам.

Рассмотрим силовые факторы, действующие на ведомое (рис. 1) и ведущее (рис. 2) колеса. На рис. 1 показаны активные радиальная F_{z1} и толкающая $F_{\kappa1}$ силы, действующие на колесо с шиной со стороны транспортного средства. От дороги на шину в пятне контакта действуют элементарные вертикальные реактивные усилия с равнодействующей R_{z1} , а также элементарные касательные реакции сил в пятне контакта с равнодействующей R_{f1} . Поскольку колесо должно находиться в состоянии равновесия, то составив уравнения равновесия: $F_{z1} + R_{z1} = 0$ и $F_{\kappa1} + R_{f1} = 0$, приходим к выводу, что $R_{z1} = F_{z1}$, $R_{f1} = F_{\kappa1}$. Третье уравнение равновесия колеса: $R_{f1}r - R_{z1}a = 0$, или $R_{f1}r = F_{z1}a$, где r –

динамический радиус колеса. Отсюда $R_{f1} = F_{z1}a/r = F_{z1}f$, где f – коэффициент сопротивления качению.

Подводимая к ведущему колесу энергия, в отличие от ведомого, расходуется не только на преодоление сил сопротивления движения, но и на преодоление различных внешних сил. Ведущее колесо преобразует подведенный к нему крутящий момент в толкающую силу. Горизонтальную составляющую реакции от дорожной поверхности обозначим через R_{f2} , толкающую силу от колеса на автомобиль – через $F_{к2}$. Со стороны машины к колесу подводится крутящий момент. Составим уравнения равновесия: $F_{z1} + R_{z1} = 0 \Rightarrow R_{z2} = F_{z2}$; $M_{к} - R_{z2}a - F_{к2}r = 0$. Поскольку сумма проекций всех сил (активных и реактивных) на горизонталь должна быть равна нулю, то на колесо должна действовать еще одна сила. Обозначим ее через R_{x2} . Действовать она должна в пятне контакта с дорожной поверхностью, а ее величина и направление действия должны быть такими, чтобы уравновесить $F_{к2}$ и R_{f2} , т.е. $F_{к2} + R_{f2} + R_{x2} = 0$, откуда $R_{x2} = F_{к2} + R_{f2}$.

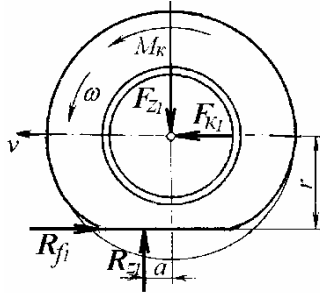


Рис. 1. Схема силовых факторов, действующих на ведомое колесо

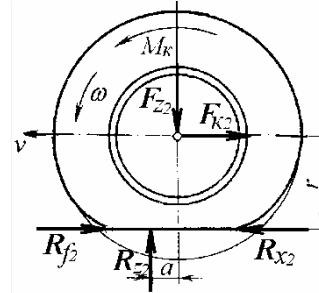


Рис. 2. Схема силовых факторов, действующих на ведущее колесо

На рис. 3 изображены действующие на двухосную машину силовые факторы (C – центр масс автомобиля). Введем следующие обозначения величин: $G = mg$ – сила тяжести автомобиля; m – масса автомобиля, g – ускорение свободного падения, $F_j = mj$ – сила инерции, направленная противоположно ускорению j ; $F_{\alpha} = G \sin \alpha$ – составляющая силы тяжести, параллельная опорной плоскости; F_w – сила сопротивления воздуха; F_n – сила сопротивления прицепа.

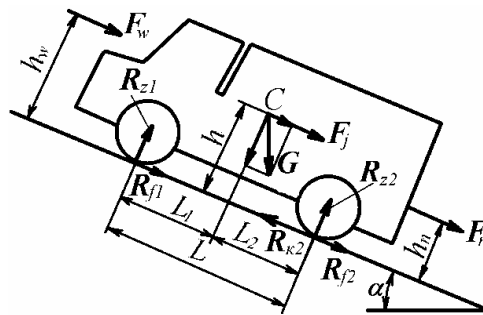


Рис. 3. Силовые факторы, действующие на двухосную машину

Запишем уравнение моментов относительно оси заднего ведущего колеса. Поскольку нас интересует лишь правомерность применения метода

проектирования только всех сил, то рассмотрим упрощенную плоскую модель двухосевой машины, движущуюся равномерно прямолинейно:

$$-R_{x2}r + R_{f2}r - R_{z1}L - G(h-r)\sin\alpha + GL_1\cos\alpha + R_{f1}r - F_w(h_w - r) - F_n(h_n - r) = 0.$$

После деления на динамический радиус r , имеем:

$$\begin{aligned} & -R_{x2} + R_{f2} - R_{z1}\frac{L}{r} - G\frac{h}{r}\sin\alpha + G\sin\alpha + G\frac{L_1}{r}\cos\alpha + R_{f1} - \\ & - F_w\frac{h_w}{r} + F_w - F_n\frac{h_n}{r} + F_n = 0. \end{aligned}$$

Так как $R_{f1} + R_{f2} = R_{z1}f + R_{z2}f = Gf\cos\alpha$, то

$$\begin{aligned} & -R_{x2} + Gf\cos\alpha - R_{z1}\frac{L}{r} - G\frac{h}{r}\sin\alpha + G\sin\alpha + G\frac{L_1}{r}\cos\alpha - \\ & - F_w\frac{h_w}{r} + F_w - F_n\frac{h_n}{r} + F_n = 0. \end{aligned}$$

Чтобы найти величину R_{z1} , нужно составить уравнение моментов относительно точки контакта задних колес с опорной поверхностью, из которого:

$$R_{z1} = -G\frac{h}{L}\sin\alpha + G\frac{L_1}{L}\cos\alpha - F_w\frac{h_w}{L} - F_n\frac{h_n}{L}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} & -R_{x2} + Gf\cos\alpha + G\frac{h}{r}\sin\alpha - G\frac{L_1}{r}\cos\alpha + F_w\frac{h_w}{r} + F_n\frac{h_n}{r} - G\frac{h}{r}\sin\alpha + \\ & + G\sin\alpha + G\frac{L_1}{r}\cos\alpha - F_w\frac{h_w}{r} + F_w - F_n\frac{h_n}{r} + F_n = 0, \end{aligned}$$

или $-R_{x2} + Gf\cos\alpha + G\sin\alpha + F_w + F_n = 0$,

или $R_{x2} = Gf\cos\alpha + G\sin\alpha + F_w + F_n$,

т.е. мы получили классическое уравнение движения колесной машины.

Таким образом, получение данного уравнения методом проектирования всех сил, действующих на колесную машину, на опорную плоскость правомерно.

Список литературы

1. Гришкевич А.И. Автомобили: Теория: Учебник для вузов. – Ми.: Выш. шк., 1986. – 208 с.
2. Тарасик В.И. Теория движения автомобиля: Учебник для вузов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 478 с.
3. Фалькевич Б.С. Теория автомобиля, изд. 2-е, перераб. и доп. – И.: Государственное научно-техническое издательство машиностроительной литературы, 1963. – 239 с.

Сведения об авторах:

Лоскутов Олег Евгеньевич – курсант МВОКУ, г.Москва;

Чабунин Игорь Сергеевич – к.т.н., доцент, доцент кафедры общепрофессиональных дисциплин, МВОКУ, г.Москва.