

КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В АВТОМАТИЗИРОВАННОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ МАШИН

Михалев О.Н.¹, Янюшкин А.Р.²

¹Москва;

²Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова, Чебоксары

Ключевые слова: комбинаторика, теория нечетких множеств, автоматизация проектирования, алгоритмы, проектирование машин, оптимизация конструкции.

Аннотация. Оптимальные конструкции машин напрямую влияют на уровень их конкурентоспособности, в тоже время поиск лучших конструкторских решений характеризуется значительной трудоемкостью и продолжительными сроками. Актуальной задачей является автоматизация данной деятельности, решение которой позволит не только находить самые оптимальные конструкторские решения, но и делать это более эффективно и экономично. В рамках данной задачи среди математических методов могут быть применены методы комбинаторики и теории нечетких множеств, которые активно применяются в задачах выбора и принятия решений в условиях неопределенности в различных областях. Совместное применение методов комбинаторики и теории нечетких множеств, а также других методов машинного обучения может позволить создавать более интеллектуальные системы автоматизированного проектирования, способных решать наиболее сложные, творческие задачи.

COMBINATORICS AND FUZZY SET THEORY IN COMPUTER-AIDED MACHINE DESIGN

Mikhalev O.N.¹, Yanyushkin A.R.²

¹Moscow;

²Ulianov Chuvash State University, Cheboksary

Keywords: combinatorics, fuzzy set theory, design automation, algorithms, machine design, design optimization.

Abstract. Optimal machine designs directly impact their competitiveness, yet the search for the best design solutions is labor-intensive and time-consuming. A current challenge is automating this process, which will not only enable us to find the most optimal design solutions but also do so more efficiently and cost-effectively. Combinatorics and fuzzy set theory, both widely used in decision-making and choice problems under uncertainty in various fields, can be applied among mathematical methods within this context. The combined use of combinatorics and fuzzy set theory, as well as other machine learning methods, can lead to more intelligent computer-aided design systems capable of solving the most complex, creative problems.

При проектировании машин одной из основных задач является выбор наиболее оптимальной конструкции и различных параметров машин из множества различных вариантов. Усложнение современных машин делает эту задачу еще более трудоемкой и увеличивает сроки вывода новых изделий. Традиционные автоматизированные системы в основном ориентированы на логические расчеты над точными данными и менее способны решать более творческие задачи по оптимизации конструкции машин. Актуальной задачей является автоматизировать процесс нахождения оптимальных конструкторских

решений. Одним из подходов в данном направлении является применение таких математических методов, как комбинаторика и теория нечетких множеств.

Комбинаторика – раздел математики, посвященный подсчету различных комбинаций из элементов конечных множеств дискретных объектов. Например, она может позволить рассчитать возможное число различных шестизначных паролей из множества строчных букв русского алфавита, которое находится как $33^6 = 1291467969$ паролей. Задача усложняется, если заданы различные условия и ограничения, например, одинаковые буквы в пароле не допускаются, или важна определенная последовательность букв и т.д. На практике часто задачи являются довольно сложными, где расчеты комбинаций становятся более трудоемкими. Для расчетов применяются различные основные формулы комбинаторики: правила суммы и произведений, факториал, количество перестановок, сочетаний и размещений с повторением и без, Бином Ньютона, треугольник Паскаля и др. Сегодня это используется для определения оптимальных маршрутов, планирования производства, оптимизации инвестиционных стратегий, эффективного пожаротушения и решения множества других задач [1, 2]. Особое применение находит в формообразовании путем сочетания и комбинирования различных элементов, например, в архитектуре, промышленном и графическом дизайне [3, 4].

Аналогично комбинаторика может применяться для определения оптимального расположения компонентов изделия. Например, при проектировании самолета можно найти оптимальное размещение приборов, двигателей и других его узлов. В данном случае комбинаторный алгоритм может автоматически перебирать все возможные комбинации расположений и выбрать наиболее оптимальное расположение, учитывая условия аэродинамики, веса, прочности и других ограничений. Таким же образом из большого числа вариантов геометрии изделия можно найти лучший вариант для дальнейшей его доработки. Например, форма крыла может иметь множество различных конфигураций, из которых можно найти наиболее оптимальное, удовлетворяющее множеству различных условий. Комбинаторика также может применяться в расчетах на прочность, аэродинамики и других видов анализа, в том числе методом конечных элементов, например, для нахождения наиболее неблагоприятных и опасных сочетаний нагрузок на изделие. Так становится возможным найти более эффективное конструкторское решение с необходимой прочностью, низким весом и другими необходимыми параметрами. Однако, подобные алгоритмы могут требовать значительных вычислительных ресурсов и времени работы, особенно при большом количестве элементов.

Теория нечетких множеств, являясь еще одним разделом математики, представляет собой механизм управления в условиях, когда поступающая информация является неточной или неопределенной. Данная теория близка к мышлению человека, способного принимать решения в условиях неопределенности, чем к строгим, логическим вычислениям. Примером нечеткого множества может служить, нечеткое понятие холодной воды. Для кого-то 15°C это холодная вода, а для кого-то и 10°C не холодная. В данном вопросе можно создать, например, следующее нечеткое множество $A = \{0/25, 0/22, 0.2/18,$

0.8/12, 1/5, 1/0}, где элементы $x = 25, 22^{\circ}\text{C}$ из множества X имеют степень принадлежности $\mu_A(x)=0$ (0%), т.е. люди не считают данную воду холодной. При температуре 18°C – 20% людей уже считают ее холодной, но большинство людей находят ее только прохладной, при 12°C – уже 80%, а при 5 и 0°C все считают воду холодной (100%). Подобные обстоятельства и выражают нечеткость множества данных. Нечеткое множество A есть совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов x универсального множества X и соответствующих степеней принадлежности $\mu_A(x)$, т.е. $A=\{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}$, где $\mu_A(x)$ – показывает, в какой степени элемент x принадлежит нечеткому множеству A . Часто $\mu_A(x)$ находится в диапазоне от 0 до 1. Если $\mu_A(x)$ принимает значение только 0 или только 1, то подобное множество можно рассматривать, как обычное четкое множество. Для описания более сложных процессов может быть задана и вероятность $p_A(x)$ происхождения события, при этом высокая степень принадлежности $\mu_A(x)$ не означает высокую вероятность. Так теория нечетких множеств позволяет описывать нечеткие понятия, знания и оперировать ими, а также делать нечеткие выводы. Это находит применение во многих областях, например, нечеткие методы управляют прокатным станом, беспилотным автомобилем, распознают речь, изображения и решают множество других творческих задач, что позволяет создавать роботов, наделенных интеллектуальными способностями. Перспективным направлением применения методов нечетких множеств является создание компьютерных нечетких систем, например экспертных систем, которые сегодня активно применяются в медицине, экономике и других отраслях для поддержки принятия решений [5].

Теория нечетких множеств также находит применение и в автоматизированном проектировании, например при нахождении компромиссных конструкторских решений, удовлетворяющих множеству условий, таких как низкий вес, высокая прочность, аэродинамика, минимальная стоимость и др. Возможность учитывать неопределенность делает данные методы применимыми и для расчетов, например, усталостной прочности материалов, которая по своей природе включает неопределенные факторы. Так представляется возможным математически моделировать подобные процессы [6]. Таким образом САПР может работать с нечеткими данными и сделать процесс проектирования более гибким и приближенным к реальным условиям принятия решений. Имеются различные подходы к построению математических моделей на основе теории нечетких множеств для улучшения конструкции горных, сельскохозяйственных, транспортных и других видов машин, а также летательных аппаратов и космических ракет [7, 8].

Для выстраивания алгоритмов, помогающих решать более сложные задачи и более автоматизированно принимать сложные решения возможно совместное использование комбинаторики и нечетких множеств. Например, теория нечетких множеств может моделировать неопределенности с помощью нечетких переменных и функций принадлежности и тем самым улучшать решение в комбинаторных задачах оптимизации. Возможны различные взаимодействия данных методов под решение конкретных задач. Существуют и другие математические модели, позволяющие находить оптимальные решения в

условиях неопределенности, например, методы Монте-Карло [9]. А также перспективным направлением является применение машинного обучения и нейронных сетей. Подобные алгоритмы позволяют создавать более интеллектуальные и эффективные автоматизированные системы.

Необходимыми условиями выстраивания подобных алгоритмов является снижение времени работы и требуемых вычислительных ресурсов. Для этого существуют свои различные подходы по оптимизации алгоритмов [10]. Данное направление выстраивания интеллектуальных алгоритмов для САПР требует дальнейших исследований и может значительно улучшить процесс автоматизированного проектирования машин.

Выводы

Для эффективного нахождения оптимальных конструкций машин возможно применение математических методов комбинаторики и теории нечетких множеств. С их помощью можно находить наиболее лучшие конструкторские решения, удовлетворяющих множеству требований, а также учитывающих неопределенность. Автоматизация данных методов делает данный процесс более эффективным. Совместное использование методов комбинаторики и теории нечетких множеств, а также моделей машинного обучения позволяет создавать более интеллектуальные САПР. Таким образом возможно создавать передовые машины для любых сфер деятельности более эффективно и экономично, высвобождая при этом человеческие ресурсы для решения более творческих задач. Однако, необходимо учитывать быстродействие создаваемых алгоритмов и затраты вычислительных ресурсов.

Список литературы

1. Хаггарти Р. Дискретная математика для программистов. Изд. 2-е, испр. – М.: Техносфера, 2012. – 400 с.
2. Агеев А.Г., Галанова А.П. Повышение эффективности централизованных систем пожаротушения самолета // Вестник Московского авиационного института. – 2023. – Т. 30, №1. – С. 98-106. – DOI: 10.34759/vst-2023-1-98-106.
3. Гетманченко О.В., Макогон Л.Н. Архитектурная комбинаторика и формообразование // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. – 2014. – № 1(6). – С. 86-97.
4. Салтыкова Г.М. Комбинаторика как метод формообразования в дизайне // Декоративное искусство и предметно-пространственная среда. Вестник РГХПУ им. С.Г. Строганова. – 2019. – № 1-2. – С. 86-94.
5. Чернов В.Г. Основы теории нечетких множеств: Учебное. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2010. – 96 с.
6. Михалев О.Н., Янюшкин А.Р. Анализ усталостной прочности при автоматизированном проектировании машин // Автоматизированное проектирование в машиностроении. – 2025. – №18. – С. 8-11. – DOI: 10.26160/2309-8864-2025-18-8-11.
7. Великанов В.С. Использование нечеткой логики и теории нечетких множеств для управления эргономическими показателями качества карьерных экскаваторов // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2010. – №9. – С. 57-62.
8. Коновалов А.С., Шумилов П.Е. Применение нечеткой логики в авиационных системах антиюзовой автоматики // Информационно-управляющие системы. – 2003. – № 5(6). – С. 12-17.
9. Михалев О.Н., Янюшкин А.Р. Методы Монте-Карло в машиностроении и автоматизации разработки передовых машин // Технологии и техника: пути инновационного развития: сборник научных статей 3-й Международной научно-технической конференции (17 июня

2025 года); Воронежский государственный технический университет – Курск: Изд-во ЗАО Университетская книга, 2025. – С. 177-182.

10. Михалев О.Н., Янюшкин А.Р. Базовые методы обработки данных и их применение в автоматизации проектирования машин // Современное перспективное развитие науки, техники и технологий: сборник научных статей 3-й Международной научно-технической конференции (09 октября 2025 года); Воронежский государственный технический университет. – Курск: Изд-во ЗАО «Университетская книга», 2025. – С. 287-294.

Сведения об авторах:

Михалев Олег Николаевич – к.т.н.;

Янюшкин Андрей Романович – аспирант.