УДК 621.839.36 https://doi.org/10.26160/2309-8864-2023-15-47-50

УТОЧНЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПРОФИЛЕЙ НЕКРУГЛЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА РОТОРНОЙ ГИДРОМАШИНЫ

Волков Г.Ю., Алексеева Ю.В.
Курганский государственный университет, Курган

Ключевые слова: планетарная роторная гидромашина, плавающие сателлиты, проектирование некруглых зубчатых колес, теорема Аронгольда-Кеннеди.
Аннотация. В статье рассматривается уточненный метод проектирования некруглых зубчатых колес планетарного механизма роторной гидромашины. Повышение точности достигается за счет учета того обстоятельства, что в соответствии с теоремой Аронгольда-Кеннеди лучи, проходящие через центры сателлитов, не находятся на постоянном угловом расстоянии друг относительно друга. Метод проектирования включает расчетный и графический этапы.

IMPROVED METHOD FOR CALCULATING PROFILES OF NON-CIRCUULAR GEARS OF A EPICYCLIC GEAR TRAIN OF A ROTOR HYDRAULIC MACHINE

Volkov G.Yu., Alekseeva Yu.V.
Kurgan State University, Kurgan

Keywords: epicyclic gear train of a rotor hydraulic machine, planet gears, design of non-circular gears, Arongold-Kennedy theorem.
Abstract. The article discusses a qualified method for designing non-circular gears of a epicyclic gear train of a rotor hydraulic machine. Increased accuracy is achieved by taking into account the fact that, in accordance with the Arongold-Kennedy theorem, the rays passing through the centers of the planet gears are not at a constant angular distance relative to each other. The design method includes calculation and graphic stages.

Механизмы с некруглыми зубчатыми колесами известны давно, однако их практическое применение остается весьма ограниченным из-за отсутствия эффективных технологий изготовления некруглых колес и соответствующих методик расчета. Один из упомянутых механизмов составляет основу планетарной роторной гидромашины (ПРГМ) – рисунок 1. В нем центральные колеса 1 и 2 выполнены волнообразными, а сателлиты 3 являются плавающими. Числа волн: M и солнечной шестерни 1 и N – эпицикла 2, связаны с числами зубьев этих колес Z_1 и Z_2 соотношением: $M/N = Z_1/Z_2$.

Первой, известной авторам работой, посвященной теоретическому исследованию ПРГМ, является диссертация Ан И-Кана [1]. Используемый в этой работе подход к синтезу некруглых зубчатых колес ПРГМ не приводит к созданию методики проектирования, пригодной для широкого круга инженеров.

В работах [2, 3] предложен другой подход к геометрическому проектированию некруглых колес ПРГМ. Проектирование начинается с выбора расчетных траекторий центра сателлита в системах координат, связанных с каждым из центральных зубчатых колес 1 и 2, которые описываются циклической функцией $F(\varphi)$.

$$r_1(\varphi_1) = r_0 \cdot \left(1 + k \cdot F\left(M \cdot \varphi_1\right)\right); \tag{1}$$

$$r_2(\varphi_2) = r_0 \cdot \left(1 + k \cdot F\left(N \cdot \varphi_2\right)\right), \tag{2}$$

где φ_1 и φ_2 – текущие углы поворота мнимого водила в полярных координатах, связанных с соответствующими звеньями; $r_1(\varphi_1)$ и $r_2(\varphi_2)$ – радиус-векторы траекторий центра сателлита; k – коэффициент «некруглости» траекторий; r_0 – радиус окружности, в которую вырождаются обе траектории при $k = 0$.

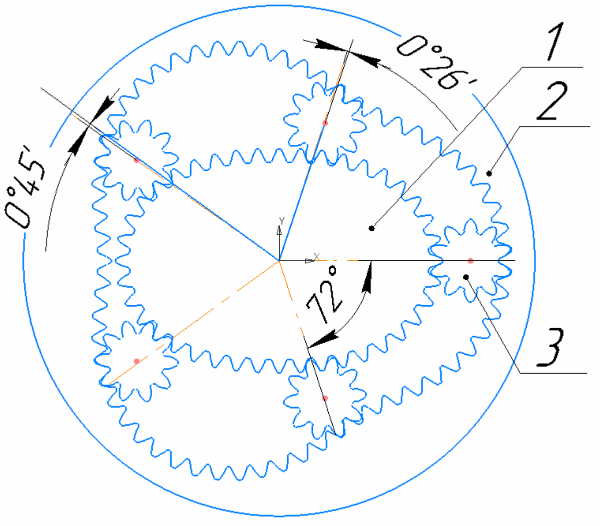

Рис. 1. Схема ПРГМ ($M = 2$; $N = 3$)

Далее вычисляются углы φ_{c1} и φ_{c2} поворота сателлита относительно соответствующего центрального колеса для множества положений центра сателлита на траектории, заданной уравнением (1) или (2).

$$\varphi_{c1(2)} = (1 \pm \frac{z_{1(2)}}{z_3}) \cdot \xi_{1(2)} \cdot \int_0^{\varphi} \sqrt{(r(\varphi_{1(2)}))^2 + (r'(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi, \tag{3}$$

где $r'(\varphi_{1(2)})$ – производная соответствующей функции $r_1(\varphi_1)$ или $r_2(\varphi_2)$; $\xi_{1(2)}$ – коэффициент, учитывающий изменение длины центровой траектории по сравнению с длиной окружности радиуса r_0.

$$\xi_{1(2)} = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} \sqrt{(r(\varphi_{1(2)}))^2 + (r'(\varphi_{1(2)}))^2} d\varphi}. \tag{4}$$

На заключительном этапе проектирования некруглых колес механизма ПРГМ применяются графические программы. Сателлит строится во множестве положений, а профиль соответствующего некруглого зубчатого венца находится как огибающая семейства кривых-профилей сателлита.

К сожалению, метод синтеза некруглых зубчатых колес ПРГМ, предлагаемый в работах [2, 3], является лишь приближенным. Спрофилированные таким образом зубчатые колеса требуют повышенного зазора в зацеплениях. В противном случае при некоторых положениях сателлитов происходит подклинивание механизма. Причина погрешности заключается в принятом допущением о том, что во всех фазах движения планетарного механизма сателлиты находятся на одинаковом угловом расстоянии друг от друга. Это допущение противоречит теореме Аронгольда-Кеннеди [4] о трех центрах вращения: «Мгновенный центр относительного вращения тел 1 и 2 лежит на линии, соединяющей точки, которые являются мгновенными центрами вращения каждого из тел 1 и 2 относительно тела 3». Для того, чтобы такое условие было выполнено, сателлиты должны смещаться относительно своего номинального, среднего положения на некоторый угол $\Delta\varphi$, зависящий от фазы движения сателлита (рис. 1).

Предлагается использовать солнечную шестерню 1, построенную по методике [3], упомянутой выше, а эпицикл 2 спроектировать с поправкой. Искомая угловая поправка может быть найдена через разницу $\Delta\varphi_c$ угловых положений сателлита, полученных по формулам вида (3) для солнечной шестерни φ_{c1} и эпицикла φ_{c2} в системе координат, связанной с общим мнимым водилом:

$$\Delta\varphi_c = |\varphi_{c1} - \varphi_1| - |\varphi_{c2} - \varphi_2|. \tag{5}$$

От разницы угловых положений сателлита $\Delta\varphi_c$ нужно перейти к соответствующей разности положений мнимого водила $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_c / i_{ch} , \tag{6}$$

где i_{ch} – мгновенное передаточное отношение от сателлита к мнимому водилу.

Параметр i_{ch} можно найти, например, «через солнечную шестерню»:

$$i_{ch} = (1+\frac{z_1}{z_c}) \cdot 0,5 \cdot (\xi_1 + \xi_2) \cdot \sqrt{(1+k \cdot F(M\cdot\varphi))^2 + (M \cdot k \cdot F'(M\cdot\varphi))^2} . \tag{7}$$

Устранение погрешности контура эпицикла достигается введением поправки δ_r к радиусу $r_2(\varphi_2)$:

$$r_2(\varphi_2)^{new} = r_2(\varphi_2) + \delta_r . \tag{8}$$

Величины этой поправки:

$$\delta_r = 2 \cdot r_0 \cdot k \cdot [F(M\cdot\varphi_1 + \Delta\varphi \cdot N \cdot M/(N+M)) - F(M\cdot\varphi)]. \tag{9}$$

На рисунке 2 совмещены контуры венца эпицикла, рассчитанные по «старому» [3] – I и «новому» – II методам проектирования. Эксперименты подтвердили, что «новый», исправленный контур исключает подклинивание звеньев механизма ПРГМ.

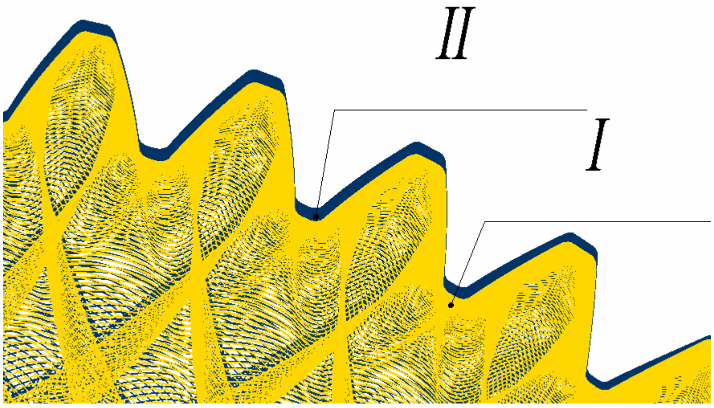

Рис. 2. Профили венца эпицикла

Заключение

Анализ геометро-кинематических особенностей механизма ПРГМ, выполненный с учетом теоремы Аронгольда-Кеннеди, показал путь корректного решения задачи синтеза некруглых зубчатых колес этого механизма. В результате, разработан расчетно-графический метод проектирования ПРГМ, который обеспечивает отсутствие интерференции зубьев и благоприятные условия передачи движения. Предложенный метод достаточно прост и может быть использован широким кругом инженеров.

Список литературы

1. Ан И-Кан. Синтез, геометрические и прочностные расчеты планетарных механизмов с некруглыми зубчатыми колесами роторных гидромашин: Автореф. дисс. … докт. техн. наук. – Томск, 2001. – 236 с.
2. Volkov G.Yu., Kurasov D.A., Gorbunov M.V. Geometric synthesis of the planetary mechanism for a rotary hydraulic machine // Russian engineering research. 2018, vol. 38, no.1. pp. 1-6.
3. Волков Г.Ю., Смирнов В.В., Горбунов М.В. Методика геометрического расчета и профилирования зубчатых венцов планетарной роторной гидромашины // Справочник. Инженерный журнал. – 2018. – № 9(258). – С. 32-37.
4. Kumar Mallik A., Ghosh A., Dittirich G. Kinematic Analysis and Synthesis of Mechanisms. – CRC: Boca Raton, FL, USA, 1994. – 668 p.

Сведения об авторах:
Волков Глеб Юрьевич – д.т.н., доцент, профессор кафедры;
Алексеева Юлия Викторовна – преподаватель.