

АЛГОРИТМ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ КОНТАКТНЫХ ДАВЛЕНИЙ В ПРЯМОЗУБОЙ КОНИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧЕ С ЛОКАЛИЗОВАННЫМ КОНТАКТОМ

Волков А.Э., Бiryukov С.С.

*Московский государственный технологический университет "СТАНКИН",
г.Москва*

Ключевые слова: условная оптимизация, локализация пятна контакта, эвристический алгоритм.

Аннотация. В статье рассматривается задача условной оптимизации контактных давлений в передаче с локализованным контактом. Целевая функция зависит от параметров синтеза, которые определяют боковые поверхности зубьев зацепляющихся колёс. В качестве ограничений выступает условие отсутствия кромочного контакта. Для решения оптимизационной задачи разработан эвристический алгоритм. Подробно рассмотрен один из этапов оптимизации.

THE ALGORITHM OF CONSTRAINED OPTIMIZATION OF CONTACT PRESSURE IN STRAIGHT BEVEL GEARS WITH LOCALIZED CONTACT

Volkov A.E., Biryukov S.S.

Moscow State University of Technology "STANKIN", Moscow

Keywords: constrained optimization, bearing contact localization, heuristic algorithm.

Abstract. The paper presents the constrained optimization problems of contact pressure in gears with localized contact. The objective function is a function of synthesis parameters, that determine the tooth flanks. The absence of edge contact is the constraint. To solve the optimization problem the heuristic algorithm has been developed. One of the optimization steps is considered in detail.

Введение

Рассматривается процесс проектирования прямозубой конической передачи с локализованным контактом. При проектировании зубчатой передачи форма боковых поверхностей зубьев выбирается с учетом решения контактной задачи теории упругости. Боковой поверхностью зубьев одного из колёс в паре выбрана коническая эвольвентная поверхность, другого – модифицированная коническая эвольвентная поверхность [1].

В работе [2] была поставлена задача условной оптимизации – минимизировать максимальное контактное давление в передаче без изменения ее габарита. Целевая функция $\sigma_{H\max}(L_c, a_0, d, C)$ – зависимость максимального контактного давления от параметров синтеза. Расчёт максимального контактного давления описан в работе [3]. Заданы ограничения, гарантирующие отсутствие кромочного контакта.

Максимальное контактное давление зависит от четырех параметров синтеза: L_c , a_0 , d , C , которые введены в работе [1]. Исследование характера влияния параметров синтеза на целевую функцию показывает, что два параметра – L_c и a_0 – при увеличении монотонно снижают значение целевой функции. Поэтому их начальные значения выбирают на основании ограничений на пятно

контакта, установленных в ГОСТ 1758-81 "Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые конические и гипоидные. Допуски».

Минимизацию контактных давлений в передаче проводят за счёт варьирования всех 4 параметров синтеза. Для решения задачи оптимизации разработан эвристический алгоритм [2].

Алгоритм условной оптимизации

Пусть требуется найти минимум функции $f(L_c, a_0, d, C)$ с n ограничениями вида

$$g_i(L_c, a_0, d, C) \geq 0, i = 1 \dots n; \quad (1)$$

В качестве начального приближения выбирается точка (L'_c, a'_0, d', C') , для которой выполняются ограничения (1). При выборе учитывается смещение ΔL центра пятна контакта вдоль линии зуба. ΔL выбирается отрицательным для смещения в сторону внутреннего торца.

Для параметров синтеза установлены границы допустимых значений:

$$\begin{aligned} L &\in [R_e - \frac{b}{2}, R_e]; \\ d &\in [\min\{0; \Delta z\}, \max\{0; \Delta z\}]; \\ a_0 &\in [0.1 * b, 2 * b]; \\ C &\in [0.001, 0.9]. \end{aligned}$$

Внешнее конусное расстояние R_e и ширина b зубчатого венца известны, а параметр Δz рассчитывается так:

$$\begin{aligned} \Delta z &= L * \left(\frac{\delta_1 + \delta_{f1}}{2} - \delta_p \right); \\ \delta_1 &= \arctan\left(\frac{r_1 - r_2}{z_3 - z_4}\right); \\ \delta_{f1} &= \arctan\left(\frac{r_3 - r_4}{z_3 - z_4}\right); \end{aligned}$$

здесь δ_p – угол делительного конуса, r_j, z_j – координаты точек контура зуба (рис. 1).

В работе алгоритма используются 3 стратегии подбора:

- 1) подбор параметра L ;
- 2) подбор параметра a_0 ;
- 3) подбор параметров d и C .

Алгоритм подбора параметров синтеза

Каждая из стратегий подбора осуществляется в несколько итераций. Каждая итерация начинается с подготовки нескольких наборов значений параметров синтеза, которые рассчитываются относительно текущего приближения. Проверяется, вышел ли параметр за установленную границу допустимых значений. Если параметр вышел за границу, то для него устанавливается ближайшее значение из области допустимых значений.

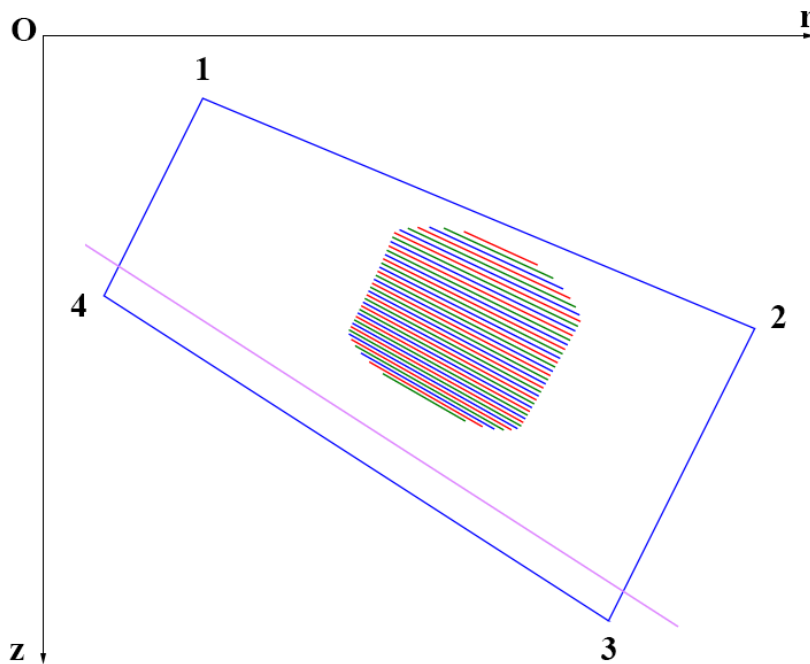


Рис. 1. Пятно контакта на боковой поверхности зуба шестерни

Для каждого набора параметров синтеза рассчитывается функция $f(L_c, a_0, d, C)$ и ограничения $g_i(L_c, a_0, d, C)$. В некоторых случаях для выбранного набора значений параметров синтеза получить значение функции f нельзя. Если для набора получено меньше 2 решений, то стратегия заканчивает работу. Иначе среди полученных решений ищется такое, где значение функции f будет минимальным и для которого выполняются ограничения (1). Это значение будет являться решением для данной итерации.

На основании полученных результатов происходит уточнение подбираемого стратегией параметра. Если уточнённое значение параметра выходит за границу допустимых значений, то вместо него выбирается ближайшее из области допустимых значений. Полученный набор параметров синтеза становится текущим приближением. Проверяется возможность дальнейшей коррекции параметра с помощью данной стратегии. Если коррекция возможна, то начинается новая итерация подбора. Максимальное число повторений для стратегии составляет 10 итераций.

Если коррекция параметра с помощью данной стратегии невозможна, либо исчерпано число итераций, то алгоритм переходит к выполнению следующей стратегии.

Подбор параметра a_0

Для параметра a_0 устанавливается верхняя и нижняя границы, в пределах которых распределяются значения для наборов параметров синтеза:

$$a_0 \in [a_l, a_r]. \tag{2}$$

При первой итерации подбора границы принимаются равными области допустимых значений:

$$a_l = \frac{b}{10}, a_r = 2 * b.$$

Рассматривается 10 кандидатов на продолжение поиска решения:

$$a_0^i = a_l + \frac{a_r - a_l}{10} * (i - 1), i = 1 \dots 10.$$

В качестве остальных параметров синтеза принимаются значения из текущего приближения. Помимо расчёта функции f и ограничений g_i для каждого из кандидатов рассчитывается значение функции:

$$h(L_c, a_0, d, c) = b_0 - b'.$$

Здесь b_0 – расчетная ширина пятна контакта; b' – текущая ширина пятна контакта.

Уточнение значения a_0 происходит с помощью метода аппроксимации полиномом второго порядка. С помощью этого метода ищется значение параметра a'_0 , при котором функция h равна нулю, либо ближайшее к этому значение, для которого выполняются ограничения (1, 2). a'_0 становится значением параметра a_0 в текущем приближении.

На основании полученных значений функции f уточняются границы $[a_l, a_r]$ параметра a_0 . Для границ берутся ближайшие слева и справа от a'_0 значения a_0 , для которых было получено значение функции f . Если значение функции a'_0 не было получено, то берётся текущее значение a_l или a_r в зависимости от границы.

В конце выполнения подбора параметра проверяется возможность дальнейшей коррекции параметра a_0 помощью данной стратегии. Подбор параметра заканчивается в следующих случаях:

- число итераций превысило 10;
- число полученных решений во время выполнения текущей итерации было меньше двух;
- $a_r - a_l < \varepsilon$, где ε – некоторая заданная малая величина.

Окончание работы алгоритма

После выполнения всех стратегий подбора среди полученных решений для каждого подбора параметров ищется решение с минимальным значением функции f . Для него выполняются проверка неравенств:

$$|s_1 - s_3| < \varepsilon; \tag{5}$$

$$h(L_c, a_0, d, c) > -\varepsilon. \tag{6}$$

Здесь s_1 – расстояние от пятна контакта до внутреннего торца; s_3 – расстояние от пятна контакта до внешнего торца.

Проверка неравенства (5) необходима для того, чтобы центр пятна контакта соответствовал заданному смещению ΔL . В конце выполнения стратегии подбора L данное условие будет верным, однако после выполнения остальных стратегий, особенно стратегии подбора d и C , может происходить смещение пятна контакта, поэтому необходима соответствующая проверка.

Смысл неравенства (6) заключается в следующем – ширина пятна контакта при текущих параметрах должна быть меньше либо равна расчётной ширины пятна контакта. Допускается уменьшение ширины пятна по сравнению с расчётной, поскольку в некоторых случаях расчётную ширину при текущих параметрах смещения ΔL получить нельзя ни при каких значениях параметров синтеза.

Алгоритм завершает работу в случае, когда решение удовлетворяет ограничениям (1) и неравенствам (5) и (6). В результате работы алгоритма текущее приближение будет являться решением задачи условной оптимизации, т.к. каждое изменение параметра синтеза приводит либо к росту контактного давления, либо к кромочному контакту.

В случае, если какое-либо из ограничений (1) или неравенств (5), (6) не выполняется, работа алгоритма продолжается в соответствии с первой стратегией, а текущее приближение принимается в качестве начального.

Таким образом, с помощью эвристического алгоритма получают решение оптимизационной задачи.

Эвристический алгоритм реализован в виде программного модуля и опробован на многочисленных компьютерных экспериментах.

Список литературы

1. Волков А.Э., Медведев В.И., Бирюков С.С. Алгоритмы синтеза и анализа зацепления эвольвентных прямозубых конических колес с локализованным контактом // Вестник МГТУ "Станкин". 2019. № 1 (48). С. 98-105.
2. Волков А.Э., Лагутин С.А., Бирюков С.С. Программный комплекс для расчета прямозубых конических передач с локализованным контактом // Интеллектуальные системы в производстве. 2020. Т. 18, № 3. С. 77-84.
3. Medvedev V. Automation of Technological Preproduction of Straight Bevel Gears / V. Medvedev, A. Volkov and S. Biryukov // Mechanisms and Machine Science, vol. 81, pp. 133-155, Springer (2020).

Сведения об авторах:

Волков Андрей Эрикович – д.т.н., профессор, профессор кафедры теоретической механики и сопротивления материалов, МГТУ «СТАНКИН», г.Москва;

Бирюков Сергей Сергеевич – аспирант, МГТУ «СТАНКИН», г.Москва.