

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАТЯЖЕНИЯ НИТИ

Богачева С.Ю.

Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина, г.Москва

Ключевые слова: гибкая однородная нить, уравнение равновесия, равновесие нити с малой стрелой провисания, равновесие на шероховатой поверхности.

Аннотация. Рассмотрены вопросы определения натяжения гибкой нити с использованием численных методов. В статье приведены результаты разработки теоретической модели статического равновесия нити, приведен пример расчета натяжения нити на поверхностях шкивов. Выведены формулы для расчета натяжения в любой точке нити на участках. Определено нормальное давление на участках нити в опасных точках.

METHOD FOR DETERMINING THREAD TENSION

Bogacheva S.U.

Kosygin State University of Russia, Moscow

Ключевые слова: flexible uniform thread, equilibrium equation, balance of a thread with a small slack line, balance on a rough surface.

Abstract. The problems of determining the tension of flexible threads using numerical methods are considered. The article presents the results of the development of a theoretical model of static equilibrium of the thread, an example of calculating the thread tension on the surfaces of pulleys. Formulas for calculating the tension at any point of the thread on the sections are derived. The normal pressure on the thread sections in dangerous points with respect to contact violations was determined.

Нитью в механике называется материальная система одного изменения, которая под действием приложенных сил может принять форму любой геометрической линии. А.П. Минаков [1] предложил классификацию нитей, основанную на характере внутренних напряжений, возникающих в нити при ее деформации.

У нити изготовленной кольцевым способом прядения волокна максимально распрямлены и спиралеобразно завиты в теле пряжи. В теле нити нет сердечника и обвивочных слоев волокон, что достигается за счет того, что волокна в распрямленном состоянии подводятся к прядильному треугольнику на выходе из вытяжного прибора и запрядуются в тело нити, находясь под действием растягивающего усилия. Натяжение нити на прядильной машине обуславливает обрывность в слабых местах нити, и поэтому определение факторов, влияющих на натяжение, имеет существенное значение [2].

С повышением натяжения пряжи при перематывании, как правило, возрастает обрывность, и в пряже увеличивается количество воздействий, которые отрицательно влияют на технологический процесс. Натяжение пряжи при перематывании имеет очень большое значение для всего технологического процесса.

На практике особый интерес представляет равновесие гибкой нити в поле сил тяжести. В исследовании рассматривалась однородная нерастяжимая нить, которая огибает шкивы радиусами R , м; r , м, с погонным весом нити q , Н/м.

Коэффициент трения на поверхности шкива 1 равен k , поверхность второго шкива гладкая. Определялось натяжение нити в критических точках.

В предлагаемом нами методе применена статическая модель равновесного положения пряжи в пространстве. Необходимо определить закон изменения величины натяжения вдоль ее длины. Для решения поставленной задачи вся длина нити разбивалась на четыре участка: свободные пролеты AB и CD ; участок AKD на шероховатой поверхности шкива 2 и участок BEC на гладкой поверхности шкива 1.

1. Рассмотрим равновесие нити с малой стрелой провисания на участке AB . Длина пролета l_{AB} , м, превышение между опорами h_{AB} , м. Вес нити считаем равномерно распределенным по длине пролета, q , Н/м.

Натяжение нити в точках A и B можно вычислить по формулам [3]:

$$T_A = q(a_1 + f_1);$$

$$T_B = q(a_1 + f_1 - h_{AB}) = q(a_1 + f_1) - qh_{AB} = T_A - qh_{AB}. \quad (1)$$

$$T_B = T_A - qh_{AB} \geq 0, \quad T_A \geq qh_{AB}. \quad (2)$$

2. Рассмотрим равновесие нити BEC на гладкой цилиндрической поверхности (рис. 1).

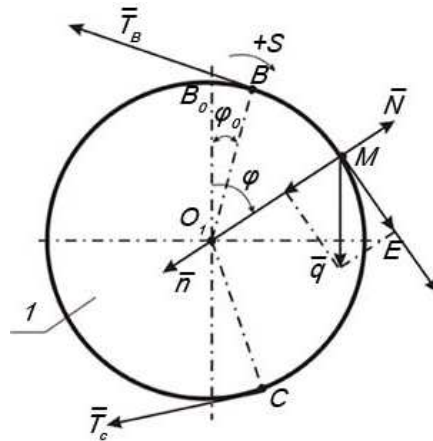


Рис. 1. Тяжелая нить на гладкой цилиндрической поверхности

Составим дифференциальные уравнения равновесия [4, 5]:

$$\frac{dT}{ds} + q \sin \varphi = 0; \quad \frac{T}{r} + q \cos \varphi - N = 0. \quad (3)$$

Получим закон изменения натяжения нити на гладкой цилиндрической поверхности шкива 1:

$$T = T_B + qr(\cos \varphi - \cos \varphi_0), \quad (4)$$

или

$$T = T_A + qr \cos \varphi - qr \cos \varphi_0 - qh_{AB}. \quad (5)$$

Натяжение нити в точке C при $\varphi = \varphi_C = \pi - \varphi_1$:

$$T_C = T_A + qr \cos(\pi - \varphi_1) - qr \cos \varphi_0 - qh_{AB} = T_A - q[h_{AB} + r(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0)]. \quad (6)$$

Чтобы натяжение нити в точке C было неотрицательным, должно выполняться условие

$$T_A \geq q[h_{AB} + r(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0)]. \quad (7)$$

Нормальное давление:

$$N = \frac{T_A}{r} + q(2 \cos \varphi - \cos \varphi_0) - \frac{q}{r} h_{AB}. \quad (8)$$

Нормальное давление в точке C равно

$$N_C = \frac{T_A}{r} - q(2 \cos \varphi_1 + \cos \varphi_0) - \frac{q}{r} h_{AB} \geq 0. \quad (9)$$

3. Натяжение нити на участке CD в точках C и D определим

$$\begin{aligned} T_C &= q(a_2 + f_2); \\ T_D &= T_A - q[(h_{AB} + h_{CD}) + r(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0)]. \end{aligned} \quad (10)$$

4. Рассмотрим равновесие нити шероховатой цилиндрической поверхности второго шкива (рис. 2).

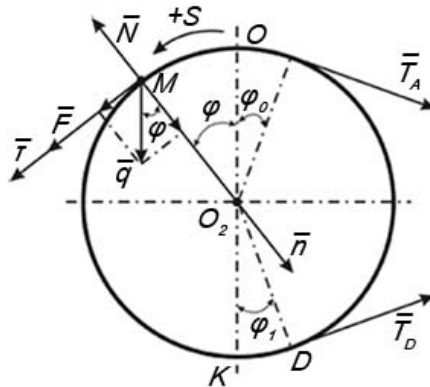


Рис. 2. Тяжелая нить на шероховатой цилиндрической поверхности

Нить расположена на геодезической кривой цилиндрической поверхности, тогда угол геодезического отклонения $\sigma=0$, а радиус кривизны нити $\rho=R$. Составив дифференциальные уравнения равновесия нити определили натяжение и нормальное давление:

$$\begin{aligned} \frac{dT}{ds} + q \sin \varphi + F &= 0; \\ \frac{T}{R} + q \cos \varphi - N &= 0; \\ F &\leq kN. \end{aligned} \quad (11)$$

Тогда

$$N = \frac{T}{R} + q \cos \varphi \quad (12)$$

Натяжение нити в точке D

$$T_D \geq T_A e^{-k(\pi + \varphi_1 + \varphi_0)} - \frac{qR}{k^2 + 1} \left\{ (1 - k^2) [\cos \varphi_1 + e^{-k(\pi + \varphi_1 + \varphi_0)} \cos \varphi_0] + 2k [-\sin \varphi_1 + e^{-k(\pi + \varphi_1 + \varphi_0)} \sin \varphi_0] \right\}.$$

Натяжение нити в точке K

$$T_K \geq T_A e^{-k(\pi + \varphi_0)} - \frac{qR}{k^2 + 1} \left\{ (k^2 - 1) [\cos \pi - e^{-k(\pi + \varphi_0)} \cos \varphi_0] + 2k [\sin \pi - e^{-k(\pi + \varphi_0)} \sin \varphi_0] \right\}.$$

После решения всех уравнений и их составляющих, по найденным точкам участков нити была построена математическая модель равновесия нити. Для данных заправочных параметров закрепления нити определены параметры

цепной линии и нити на поверхности рабочих органов. Выведены формулы для расчета натяжения в любой точке нити на участках. Определено нормальное давление на участках нити в опасных, в отношении нарушения контакта, точках. Наибольшее натяжение нить испытывает в верхней точке А нити.

Список литературы

1. Минаков А.П. Основы механики нити // Научно-исследовательские труды Московского текстильного института. – 1941. – Т. IX, Вып. 1. – С. 1-88.
2. Бархоткин Ю.К. Развитие теоретических основ и технологии получения пряжи на кольцевой прядильной машине: автореферат дисс. ... докт. техн. наук: 05.19.02 / Иван. гос. текстил. акад. (ИГТА). – Иваново, 2005. – 42 с.
3. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. – М.: Наука, 1980. – 240с.
4. Мигушов И.И. Механика текстильной нити и ткани. Моногр. – М.: Легкая индустрия, 1980. – 160с.
5. Клочкова Г.М. Методические указания. Применение теории гибкой нити к решению инженерных задач. – М.: РИО МГТУ им. А.Н. Косыгина, 1993. – 75с.

Сведения об авторе:

Богачева Светлана Юрьевна – к.т.н., доцент, доцент кафедры теоретической и прикладной механики, РГУ им. А.Н. Косыгина, г.Москва.