

ДИНАМИКА АНТРОПОМОРФНОГО УПРУГОГО МАНИПУЛЯТОРА ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЯЕМОМ ДВИЖЕНИИ

Бохонский А.И.¹, Варминская Н.И.²

¹*Севастопольский государственный университет,*

²*Черноморское высшее военно-морской училище им. П.С. Нахимова,
г. Севастополь*

Ключевые слова: антропоморфный манипулятор, звенья конечной жесткости, вращение элементов типа «разгон-торможение», переносный, относительный и абсолютный покой.

Аннотация. Исследовано оптимальное вращательное движение в горизонтальной плоскости руки антропоморфного манипулятора с элементами конечной жесткости из исходного в конечное состояние абсолютного покоя при использовании кососимметричного управления типа «разгон-торможение». Сложное движение разделено на переносное и относительное (упругие колебания звеньев). Абсолютный покой в конце движения – сумма переносного и относительного покоя.

ANTHROPOMORPHIC ELASTIC MANIPULATOR DYNAMICS AT OPTIMUM CONTROLLED MOTION

Bokhonsky A.I.¹, Varminskaya N.I.²

¹*Sevastopol State University,*

²*Black Sea Higher Naval School of P.S. Nakhimov, Sevastopol*

Keywords: anthropomorphic manipulator, finite rigidity links, rotation of manipulator's elements (acceleration- deceleration type), figurative, relative and absolute quiescence.

Abstract. The optimal rotational motion in the horizontal plane of the anthropomorphic manipulator with elements of finite stiffness from the initial to the final position of absolute quiescence was studied using skew-symmetric acceleration-deceleration controls. The complex motion is divided into figurative and relative (elastic oscillations of the links). Absolute quiescence at the end of the motion is the sum of figurative and relative quiescence.

Введение. Основам вариационного исчисления и приложениям теории оптимального управления к управлению колебаниями упругих систем, моделированию динамики манипуляционных роботов посвящены работы [1-12].

Классическая теория колебаний линейных упругих систем отражена в работах [13-19].

Исследованию оптимального управления переносными поступательным и вращательным движениями упругих систем с конечным числом степеней свободы при конструировании управляемых движений отражено в работах [20-33]. Существование широкого класса кососимметричных управлений (линейных и угловых ускорений) подтверждено экстремумами реверсионно восстановленных функционалов-критериев (согласно реверсионному принципу оптимальности).

Продолжают вызывать практический интерес задачи динамического поведения сложных упругих систем в оптимально управляемом движении.

Цель исследований – анализ динамики упругого манипулятора с проектируемыми частотами собственных колебаний при оптимальном кососимметричном управлении движением из состояния абсолютного покоя в конечное состояние абсолютного покоя за минимально возможное время.

Сложное движение упругого антропоморфного манипулятора состоит из переносного (вращение звеньев как абсолютно твердых тел) и относительного, обусловленного конечной жесткостью элементов (рисунок 1). Манипулятор при движении в горизонтальной плоскости обладает двумя степенями свободы.

В произвольный момент времени кинетическая энергия манипулятора (без учета конечной жесткости звеньев) равна:

$$T = \frac{1}{2} m_1 L_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (L_1^2 \dot{\varphi}_1^2 + L_2^2 \dot{\varphi}_2^2 + 2L_1 L_2 \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)), \quad (1)$$

где φ_1, φ_2 – обобщенные координаты (углы поворотов звеньев); $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2$ – угловые скорости звеньев; L_1, L_2 – длины звеньев; m_1, m_2 – сосредоточенные массы в узлах, включающие приведенные к сосредоточенным распределенные массы звеньев руки.

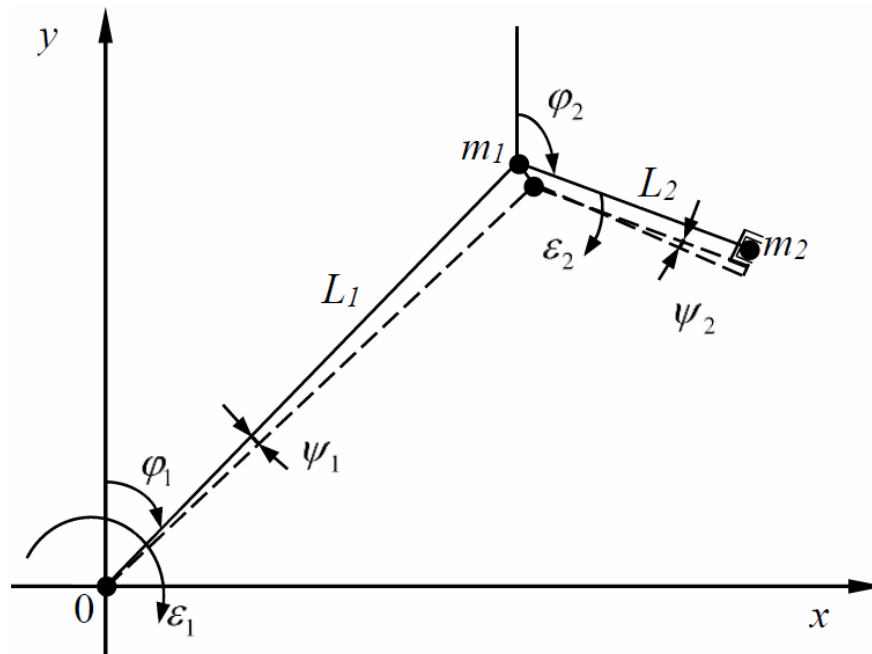


Рис. 1. Схема положения манипулятора в произвольный момент времени

С использованием уравнений Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_1, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = Q_2, \quad (2)$$

и (1) получена система нелинейных уравнений динамики манипулятора:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) L_1^2 \ddot{\varphi}_1 + m_2 L_1 L_2 \ddot{\varphi}_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - m_2 L_1 L_2 \dot{\varphi}_2^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) &= M_1, \\ m_2 L_2^2 \ddot{\varphi}_2 + m_2 L_1 L_2 \ddot{\varphi}_1 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + m_2 L_1 L_2 \dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) &= M_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где M_1, M_2 – обобщенные силы (движущие моменты звеньев).

Формирование оптимального управления типа «разгон-торможение» как углового ускорения переносного вращательного движения.

В общем случае с учетом краевых условий

$$\varphi_e(0) = 0, \quad \varphi_e(T) = \varphi^*, \quad \dot{\varphi}_e(T) = 0 \quad (4)$$

из уравнения

$$\frac{d^2\varphi_e}{dt^2} = a \sin pt, \quad (5)$$

где $a, p = \text{const}$, после его интегрирования получено:

$$\varphi_e(t) = \frac{\varphi^*}{2\pi}(pt - \sin pt), \quad \dot{\varphi}_e = \omega_e(t) = \frac{\varphi^* p}{2\pi}(1 - \cos pt), \quad (6)$$

$$\varepsilon_e = \ddot{\varphi}_e(t) = \frac{\varphi^* p^2}{2\pi} \sin pt,$$

где φ^* – максимальный угол поворота звена. Следовательно, требуемые угловые ускорения (управления) для каждого из звеньев приобретают вид:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varphi_1^* p^2}{2\pi} \sin pt, \quad \varepsilon_2 = \frac{\varphi_2^* p^2}{2\pi} \sin pt, \quad (7)$$

где φ_1^*, φ_2^* – предельные значения углов поворота при достижении конечного положения, определяемого координатами точки x_1, y_1 .

Конечное состояние манипулятора для заданных координат x_1, y_1 точки A и длин звеньев L_1, L_2 изображено на рисунке 2.

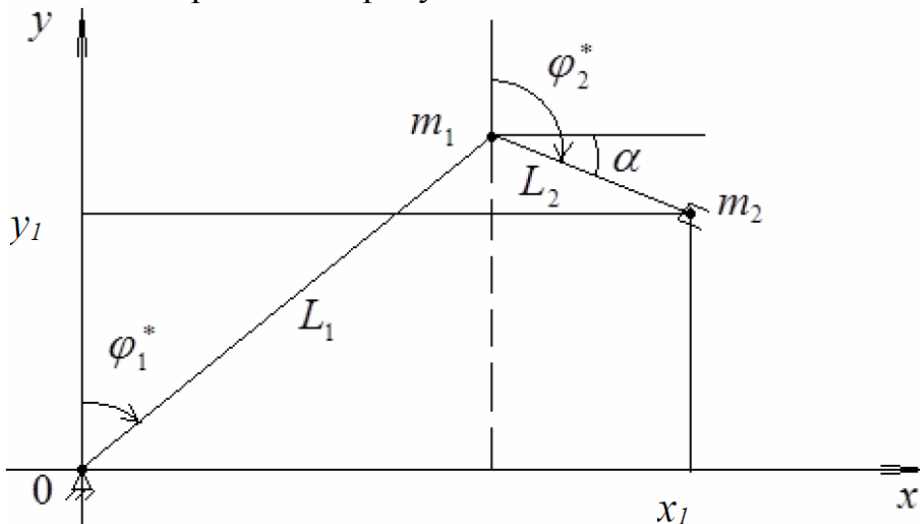


Рис. 2. Конечное положение звеньев

При заданных координатах x_1, y_1 и длинах звеньев L_1, L_2 углы поворота φ_1^*, φ_2^* найдены из системы трансцендентных уравнений:

$$L_1 \sin \varphi_1^* + L_2 \cos \alpha - x_1 = 0,$$

$$L_1 \cos \varphi_1^* - L_2 \sin \alpha - y_1 = 0,$$

где $\alpha = \varphi_2^* - \frac{\pi}{2}$. Графики кинематики переносных вращательных движений звена

1 ($\varphi_1(t), \dot{\varphi}_1(t), \ddot{\varphi}_1(t) = \varepsilon_1(t)$) и звена 2 ($\varphi_2(t), \dot{\varphi}_2(t), \ddot{\varphi}_2(t) = \varepsilon_2(t)$) построены (графики 3, 4) при $\varphi_1^* = \pi / 4, \varphi_2^* = 2\pi / 3$.

Следуя алгоритму обратной задачи динамики, движущие моменты в приводах найдены с использованием зависимостей (6) для каждого звена согласно (3). Графики $M_1(t)$ и $M_2(t)$ исходной нелинейной системы изображены на рисунке 5.

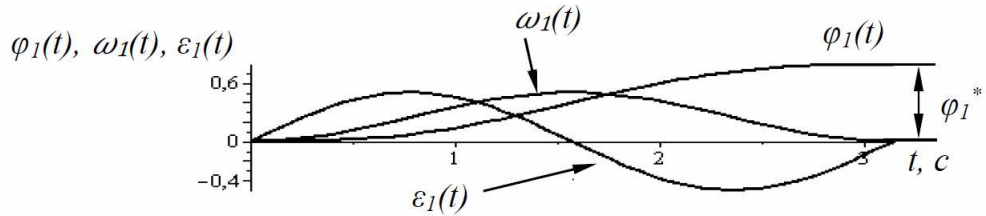
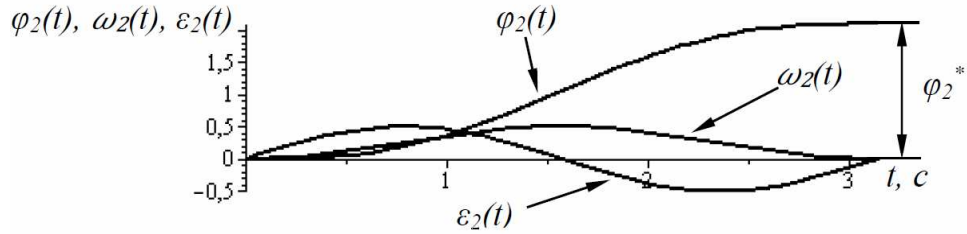
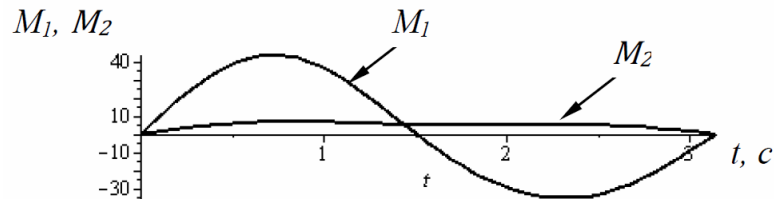
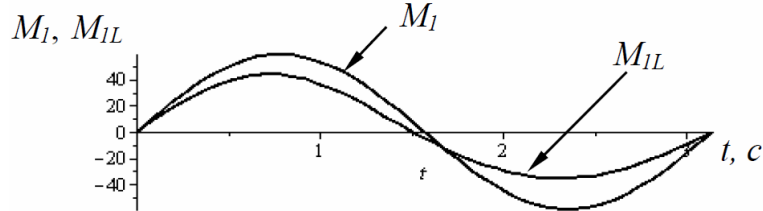

 Рис. 3. Графики функций $\varphi_1(t)$, $\dot{\varphi}_1(t)$, $\ddot{\varphi}_1(t) = \varepsilon_1(t)$

 Рис. 4. Графики функций $\varphi_2(t)$, $\dot{\varphi}_2(t)$, $\ddot{\varphi}_2(t) = \varepsilon_2(t)$


Рис. 5. Графики движущих моментов нелинейной системы


 Рис. 6. Графики: M_1 – для звена нелинейной системы; M_{1L} – для звена линеаризованной системы

Интересно отметить, что даже при грубой линеаризации графики движущего момента первого звена нелинейной системы (M_1) и линеаризованной (M_{1L}) близки между собой (рисунок 6).

Относительное движение – упругие колебания звеньев по отношению к траектории движения манипулятора с жесткими звеньями.

Система неоднородных линейных дифференциальных уравнений, описывающая относительное движение, составленная с использованием принципов Даламбера и независимости действия сил, записывается в виде:

$$J_1 \ddot{\psi}_1 + (C_1^* + C_2^*) \psi_1 - C_2^* \psi_2 = -J_1 \varepsilon_1, \quad (9)$$

$$J_2 \ddot{\psi}_2 + C_2^* \psi_2 - C_2^* \psi_1 = -J_2 \varepsilon_2.$$

где $J_1 = m_1 L_1^2$, $J_2 = m_2 L_2^2$ – физические моменты инерции сосредоточенных масс относительно осей вращения (без учета распределённых масс звеньев); ψ_1 , ψ_2 – углы поворотов звеньев, обусловленных их деформациями; C_1^* , C_2^* – приведенные коэффициенты жесткости звеньев при эквивалентной замене изгибной жесткости крутильной; ε_1 , ε_2 – угловые ускорения (управления) звеньями, которые задаются как исходные данные (7).

Коэффициенты крутильной жесткости C_1^* , C_2^* получены в результате приравнивания перемещений концов консолей от изгиба и от поворота как

жестких стержней в предположении, что упругие элементы локализованы на концах консолей (рисунок 7).

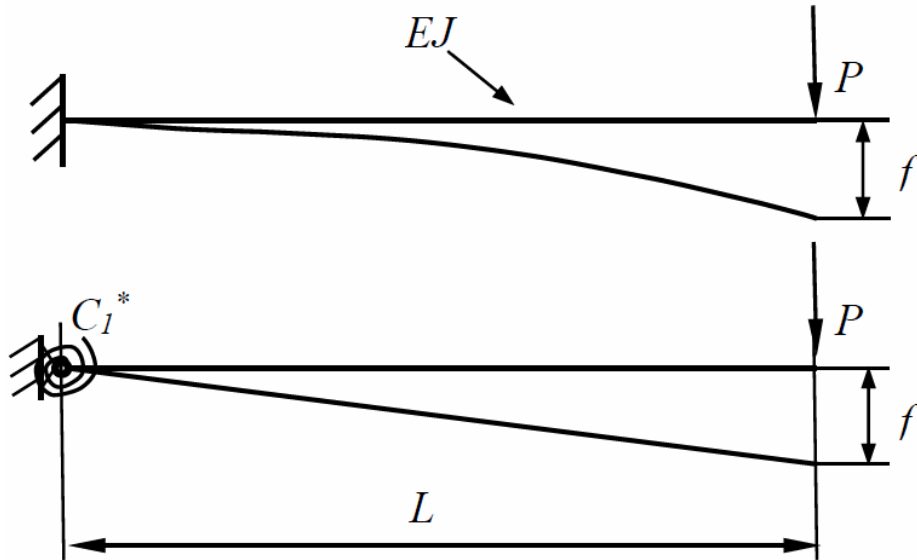


Рис. 7. Схема приведения коэффициента изгибной жесткостистержня C_1 к крутильной C_1^*

Действительно, при изгибе максимальное перемещение $P = \frac{3EJ}{L^3} f$. При эквивалентной замене $P \cdot L = M = \frac{3EJ}{L} \psi$, где $\psi = \frac{f}{L}$. Таким образом, приведенный коэффициент крутильной жесткости равен:

$$C^* = \frac{3EJ}{L}, \tag{10}$$

где E – модуль упругости (модуль Юнга); J – осевой момент инерции поперечного сечения стержня (геометрическая характеристика).

Из системы (9) получен частотный определитель

$$\begin{vmatrix} k^2 - \frac{C_1^* + C_2^*}{m_1 L_1^2} & \frac{C_2^*}{m_1 L_1^2} \\ \frac{C_2^*}{m_2 L_2^2} & k^2 - \frac{C_2^*}{m_2 L_2^2} \end{vmatrix} = 0,$$

полином которого

$$k^4 - \frac{m_1 L_1^2 C_2^* + m_2 L_2^2 C_2^* + C_1^* m_2 L_2^2}{m_1 L_1^2 m_2 L_2^2} k^2 + \frac{C_1^* C_2^*}{m_1 L_1^2 m_2 L_2^2} = 0. \tag{11}$$

С учетом задаваемых квадратов частот собственных колебаний k_1^2 и k_2^2 следует сопряженный полином $(k^2 - k_1^2)(k^2 - k_2^2) = 0$, или:

$$k^4 - (k_1^2 + k_2^2)k^2 + k_1^2 k_2^2 = 0.$$

Периоды собственных колебаний равны: $T_1 = 2\pi / k_1$, $T_2 = 2\pi / k_2$.

Приравнивая коэффициенты полиномов, получим систему нелинейных алгебраических уравнений для определения длин звеньев манипулятора:

$$k_1^2 + k_2^2 - \frac{m_1 L_1^2 C_2^* + m_2 L_2^2 C_2^* + C_1^* m_2 L_2^2}{m_1 L_1^2 m_2 L_2^2} = 0, \quad (12)$$

$$k_1^2 k_2^2 - \frac{C_1^* C_2^*}{m_1 L_1^2 m_2 L_2^2} = 0.$$

Общее решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений (9), описывающих вынужденные упругие колебания звеньев манипулятора (в относительном движении), записывается следующим образом:

$$x_1(t) = D_1 \sin(k_1 t + \alpha_1) + D_2 \cos(k_2 t + \alpha_2) + B_1 \sin(pt),$$

$$x_2(t) = D_2 v_{21} \sin(k_1 t + \alpha_1) + D_2 v_{22} \cos(k_2 t + \alpha_2) + B_2 \sin(pt),$$

где $D_1, D_2, \alpha_1, \alpha_2, B_1, B_2 = \text{const}$.

Коэффициенты форм колебаний вычислены согласно зависимостям:

$$v_{21} = -\frac{k_1^2 J_1 - (C_1^* + C_2^*)}{C_2^*}, \quad v_{22} = -\frac{k_2^2 J_1 - (C_1^* + C_2^*)}{C_2^*}; \quad B_1 = \frac{\varphi_1^* p^2}{2\pi}, \quad B_2 = \frac{\varphi_2^* p^2}{2\pi}.$$

Исходные данные для численного эксперимента: $m_1 = m_2 = 10 \text{ кг}$; $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; $C_1 = C_2 = 2 \cdot 10^4 \text{ Н/м}$; частоты собственных колебаний $k_1 = 10 \text{ с}^{-1}$; $k_2 = 40 \text{ с}^{-1}$. Частотам соответствуют периоды: $T_1 = 2\pi / k_1 = 0,628 \text{ с}$; $T_2 = 2\pi / k_2 = 0,157 \text{ с}$.

Максимальным углам поворота звеньев $\varphi_1^* = \pi / 4$, $\varphi_2^* = 2\pi / 3$ соответствуют координаты схвата в конце движения: $y_1 = 0,9426 \text{ м}$; $x_1 = 2,528 \text{ м}$.

Длины звеньев манипулятора при заданных массах и жесткостях найдены из уравнения (12): $L_1 = 2,154 \text{ м}$; $L_2 = 1,160 \text{ м}$.

Общее время движения выбрано согласно общим корням трансцендентных уравнений $\psi_1(T) = 0$, $\psi_2(T) = 0$, при которых достигается состояние покоя в конце движения: $T = 5T_1 \text{ с}$. При этом $p = k_1 / 5 \text{ с}^{-1}$.

Графики углов поворота звеньев в связи с их упругими деформациями $\psi_1(t)$ и $\psi_2(t)$ изображены на рисунке 8, а графики относительных угловых скоростей $\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_2$ – на рисунке 9.

$$\psi_1(t), \psi_2(t)$$

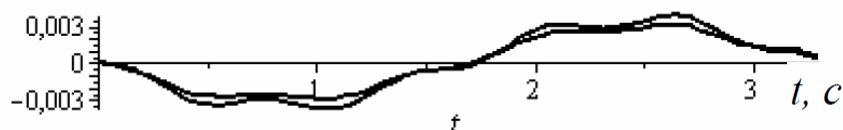


Рис. 8. Графики углов поворота в относительном движении $\psi_1(t), \psi_2(t)$

$$\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_2$$



Рис. 9. Графики угловых скоростей в относительном движении $\dot{\psi}_1, \dot{\psi}_2$

Перемещения $\psi_1(t), \psi_2(t)$ на два порядка меньше, чем φ_1, φ_2 . Из графиков следует, что в момент времени $t = T$ достигается относительный покой звеньев, что в сочетании с переносным покоем обеспечивает абсолютный покой манипулятора.

В связи с весьма малыми угловыми перемещениями в относительном движении (по сравнению с переносным) совмещение графиков $\varphi_1(t)$ и $\varphi_2(t)$ не позволяет отразить колебательный процесс. Поэтому на рисунке 10 (а, б) приведены только графики абсолютных ускорений как сумм $E_1 = \ddot{\varphi}_1 + \ddot{\psi}_1$, $E_2 = \ddot{\varphi}_2 + \ddot{\psi}_2$.

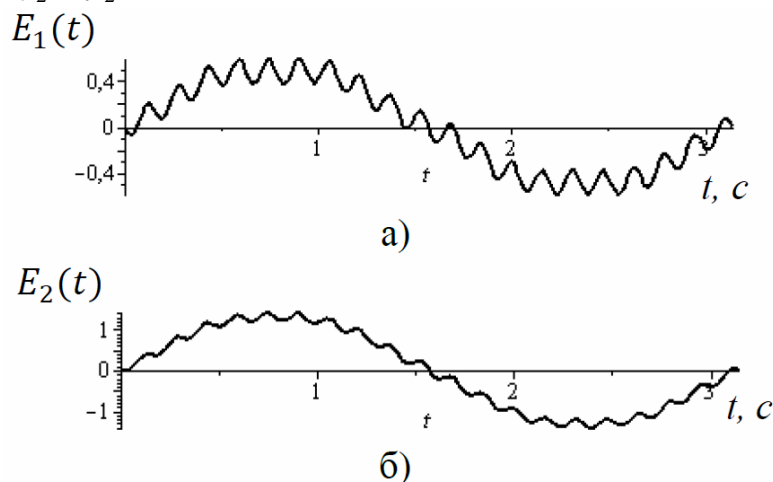


Рис. 10. Графики абсолютных ускорений звеньев: $\ddot{\xi}_1 = \ddot{\varphi}_1 + \ddot{\psi}_1$, $\ddot{\xi}_2 = \ddot{\varphi}_2 + \ddot{\psi}_2$

Выводы

1. Приближенный учет конечной жесткости звеньев позволил оценить характер их колебаний и влияние на оптимальное движение для запроектированных частотах собственных упругих колебаний; показано достижение абсолютного покоя в конце движения.

2. Для заданных сосредоточенных масс и частот собственных колебаний найдены длины звеньев руки. На практике с изменением массы m_2 полезного груза следует, например, менять физический момент инерции за счет изменения координаты дополнительной массы либо изменять осевые моменты инерции поперечных сечений звеньев, например, вращая их вокруг продольной оси.

3. Рассмотренный алгоритм проектирования манипулятора с элементами конечной жесткости применим при использовании любых типов кососимметричных оптимальных управлений движением.

Список литературы

1. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учеб. пособие / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. – М.: Высш. шк., 2002. – 544с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л.Э. Эльсгольц. – М.: Наука, 1965. – 424 с.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. Пер. с нем. – М.: Наука, 1981. – 720 с.
4. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: линейные модели. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
5. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели. – М.: Наука, 1988. – 326 с.
6. Солодовников В.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования: учеб. пособие для вузов / В.В. Солодовников, В.Н. Плотников, А.В. Яковлев. – М.: Машиностроение, 1985. – 536 с.
7. Мойсеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем. – М.: Наука, 1975. – 528 с.

8. Карновский Н.А. Методы оптимального управления колебаниями деформируемых систем / И.А. Карновский, Ю.М. Почтман. – К.: Высш. шк., 1982. – 116 с.
9. Черноусько Ф.П. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, Л.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. – М.: Наука, 1980. – 384 с.
10. Черноусько Ф.П. Манипуляционные роботы: Динамика, управление, оптимизация / Ф.П. Черноусько, Н.Н. Болотник, В.Г. Градецкий. – М.: Наука, 1989. – 368 с.
11. Акуленко Л.Д. Динамические модели упругих манипуляционных роботов / Л.Д. Акуленко, С.А. Михайлов, О.Л. Сатовская. – М.: Изд-во Инст. проблем механики АН СССР, 1988. – 46 с.
12. Дорф Г. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бимоп. Пер. с англ. Б.И. Крылова. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2002. – 832 с.
13. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко, Д.Х. Янг, У. Уивер. – М.: Наука, 1985. – 496 с.
14. Бернштейн С.А. Основы динамики сооружений / С.А. Бернштейн. – М.: Госстройиздат, 1938. – 160 с.
15. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.
16. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1972. – 416 с.
17. Василенко Н.В. Теория колебаний. – К.: Вища шк., 1992. – 430 с.
18. Карновский И.А. Методы оптимального управления колебаниями деформируемых систем / И.А. Карновский, Ю.И. Почтман. – К.: Вища шк., 1982. – 116 с.
19. Пановко Я.Г. Устойчивость и колебания упругих систем. Современные концепции, парадоксы и ошибки / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. – М.: Наука, 1979. – 384 с.
20. Бохонский А.И. Расчет и проектирование исполнительных органов манипуляторов: учеб. пособие / А.И. Бохонский, Г.Г. Макухина, Ю.А. Хашин. – К.: УМК ВО, 1989. – 132 с.
21. Бохонский А.И. Новые задачи оптимального управления в механике / А.И. Бохонский // Научные труды факультета естественных наук. – Севастополь: Изд-во СПИ, 1993. – Вып. 1. – С. 42-48.
22. Бохонский А.И., Варминская Н.И., Мозолевский М.И. Оптимальное управление переносным движением деформируемых объектов: теория и технические приложения / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, М.И. Мозолевский. Под общ. ред. А.И. Бохонского. – Севастополь: Изд-во Сев ГТУ, 2007. – 296 с.
23. Бохонский А.И., Варминская Н.И. Вариационное и реверсионное исчисления в механике / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская. Под общ. ред. А.И. Бохонского. – Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2012. – 212 с.
24. Бохонский А.И. Актуальные задачи вариационные исчисления / А.И. Бохонский. – Rabmarium Academic Publishing, 2013. – 77 p.
25. Bokhonsky A.I. Modelling and investigation of discrete-continuous vibrating mechatronic systems with damping / Andrzej Buchacz, Aleksandr Bokhonsky, Marek Placzek, Andrzej Wrobel. – Gliwice: Wydawnictwo Politechniki, 2013. – 207 p.
26. Бохонский А.И. Реверсионный принцип оптимальности / А.И. Бохонский. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2016. – 174 с.
27. Bokhonsky A.I. Modelling and analysis of elastic system in motion / A.I. Bokhonsky, S.Y. Zolkiewski. – Gliwice: Wydawnictwo Politechniki, 2011. – 171 p.
28. Воронов А.А. Теория автоматического управления. Ч.П. Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления / А.А. Воронов. – М.: Высш. шк., 1977. – 288 с.
29. Бохонский А.И. Энергоемкость управления перемещением объектов / А.И. Бохонский // Фундаментальные основы механики. – 2017. – №2. – С. 38-41.
30. Бохонский А.И. Оптимальное перемещение упругого объекта с учетом в относительном движении линейно-вязкого сопротивления / А.И. Бохонский, М.М. Майстришин, А.И. Рыжков // Современные проблемы теории машин. – 2017. – №5. – С. 7-9.

31. Бохонский А.И., Рыжков А.И. Конструирование управляемого движения объекта / А.И. Бохонский, А.И. Рыжков // Мехатроника, автоматика и робототехника. – 2017. – №1. – С.64-69.
32. Бохонский А.И. Оптимальное перемещение упругого объекта в полярных координатах // Машиностроение: инновационные аспекты развития: Материалы междунар. науч.-практич. конф. – Санкт-Петербург: СПбФ НИЦ МС, 2018. – №1. – С. 6-8.
33. Бохонский А.И. Управление движением системы с заданными частотами / А.И. Бохонский, Н.И. Варминская, Т.В. Мозолевская // Мехатроника, автоматика и робототехника. –2018. – №2. – С. 7-13.

Сведения об авторах:

Бохонский Александр Иванович – д.т.н., профессор, СевГУ, г. Севастополь;

Варминская Наталья Ивановна – к.т.н., доцент, ЧВВУ им. П.С. Нахимова, г.Севастополь.